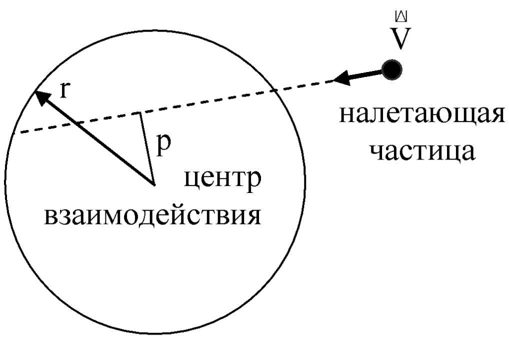
2. **Основные понятия в теории переноса излучения в веществе**

Содержание

1. Сечения взаимодействия частиц



p - прицельный параметр
r – радиус действия сил

Прицельный параметр – расстояние между центром взаимодействия и прямой, вдоль которой движется налетающая частица до взаимодействия

Взаимодействие с центром испытают те движущиеся частицы, у которых прицельный параметр p меньше радиуса действия соответствующих сил

1. Сечения взаимодействия частиц

Микроскопическое сечение взаимодействия

- **Опр.1.**

  Пусть поток из **n** частиц (шт./см^2) падает на мишень. **N** частиц из них испытают взаимодействие с центром.

  <u>**Микроскопическим сечением взаимодействия σ**</u> <u>(т.е. взаимодействия частицы с одним центром)</u> называется отношение количества частиц N из всего потока, провзаимодействовавших с заданным центром, к общему количеству частиц, упавших на мишень:

$$\boldsymbol{\sigma = N/n.}$$

1. Сечения взаимодействия частиц

Микроскопическое сечение взаимодействия

Опр. 2. В геометрическом смысле <u>микроскопическое сечение</u> – это площадь круга, центром которого является центр взаимодействия, попадая в который движущаяся частица испытает взаимодействие обязательно

- Часто σ называют эффективным сечением взаимодействия
- В СИ размерность сечения – в м^2 или см^2. Часто используют внесистемную единицу барн (1 барн = 10^{-24} см^2).

1. Сечения взаимодействия частиц

Микроскопическое сечение взаимодействия

Величина сечения по порядку величины, как правило, равна квадрату радиуса действия сил между движущимися частицами и центрами взаимодействия.

Типичные значения эффективных сечений соударения электронов с атомами газов и паров в диапазоне энергий $10^2..10^4$ эВ: $10^{-17}..10^{-15}$ см^2.

Типичные значения рассеяния ионов и возбуждения ими электронов при энергиях порядка 1..100 кэВ: $10^{-16}..10^{-17}$ см^2.

- Радиус действия сил и сечения взаимодействия зависят от:

 - типа частицы, являющейся центром взаимодействия,

 - типа и энергии налетающей частицы.

1. Сечения взаимодействия частиц

Дифференциальное сечение взаимодействия

- **Дифференциальным поперечным сечением какого-либо процесса, например, рассеяния на заданный угол θ**, называется коэффициент пропорциональности между числом частиц **N**, испытавших рассеяние в диапазоне углов от **θ** до **θ+dθ** на заданном рассеивающем центре, и числом частиц **n**, упавших на единицу поверхности.

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \frac{1}{n}\frac{dN(\theta)}{d\theta}$$

1. Сечения взаимодействия частиц

Дифференциальное сечение взаимодействия

Дифференциальное сечение передачи энергии T в интервале **dT** движущейся частицей частице - центру взаимодействия равно:

$$\frac{d\sigma}{dT}=\frac{1}{n}\frac{dN(T)}{dT}$$

Единицы измерения этого сечения: см^2/МэВ.

1. Сечения взаимодействия частиц
Дифференциальное сечение взаимодействия

- **Дифференциальное сечение рассеяния** движущейся частицы в направлении телесного угла $\vec{\Omega}$ на величину $d\Omega$ равно:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{n}\frac{dN(\vec{\Omega})}{d\Omega}$$

Единицы измерения этого сечения: см^2/ср.

1. Сечения взаимодействия частиц
Дифференциальное сечение взаимодействия

- Дважды дифференциальные по направлению движения и передаваемой энергии микроскопические сечения:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega\, dT} = \frac{1}{n} \frac{dN(\vec{\Omega}, T)}{d\Omega\, dT}$$

1. Сечения взаимодействия частиц

Дифференциальное сечение взаимодействия

Число частиц $\boldsymbol{N_s}$, которые в результате рассеяния передадут энергию **T** в интервале **ΔT** и будут лететь в направлении телесного угла Ω в интервале **ΔΩ**, равно:

$$N_s = n \frac{d\sigma}{d\Omega\, dT} \Delta\Omega\, \Delta T$$

1. Сечения взаимодействия частиц

Пусть $\dfrac{\partial\sigma(E_1,T)}{\partial T}$ - дифференциальное

сечение с передачей энергии T в интервале dT при начальной энергии E_1, тогда **полное сечение рассеяния** равно:

$$\sigma(E_1)=\int\limits_0^{T_{max}}\frac{\partial\,\sigma(E_1,T)}{\partial\,T}dT$$

1. Сечения взаимодействия частиц

Макроскопическое сечение взаимодействия

- Если σ_j – микроскопическое сечение процесса j, то

$$w_j = N_{nuc}\sigma_j$$

\- вероятность процесса j на единице длины пути частицы или <u>**макроскопическое сечение**</u> взаимодействия типа j.

N_{nuc} – ядерная плотность вещества.

1. Сечения взаимодействия частиц

- Полное макроскопическое рассеяние – **вероятность взаимодействия на единице длины пути:**

$$w = \sum w_j = N_{nuc} \sum \sigma_j$$

- Макроскопическое дифференциальное по углам и энергиям сечение рассеяния

$$w_s(E_1 \to E_2, \Omega_1 \to \Omega_2)$$

- вероятность того, что частица с исходными параметрами (E_1, Ω_1) на единице длины пути испытает рассеяния в единичный телесный угол Ω_2 около направления и приобретет энергию в единичном интервале около значения E_2

1. Сечения взаимодействия частиц

- Физический смысл полного макроскопического сечения – среднее число столкновений частицы на единице длины пути.

- Отсюда следует, что средний пробег частицы между столкновениями (или **длина свободного пробега**) :

$$\lambda = 1 / w(E_1)$$

2. Сечения рассеяния и поглощения энергии

- Сечение рассеяния частиц: $\sigma_S = \dfrac{\text{число рассеянных частиц}}{\text{плотность потока падающих частиц}}$

- Сечение рассеяния энергии: $K_S = \dfrac{\text{энергия рассеянных частиц}}{\text{плотность потока падающей энергии}} =$

$$K_S = \frac{\int_0^{E_0} E dN_S}{E_0 \Phi} = \frac{\int_0^{E_0} E\Phi \frac{d\sigma}{dE} dE}{E_0 \Phi} = \frac{1}{E_0} \int_0^{E_0} E \frac{d\sigma}{dE} dE$$

Здесь σ - сечение рассеяния с передачей энергии ($E_0 -> E$),

$dN_S = \Phi \cdot \dfrac{d\sigma}{dE}$ - число частиц после рассеяния, рассеянных с энергией E в интервале dE;

Φ - плотность потока падающих частиц;

E_0 – энергия частиц до рассеяния

2. Сечения рассеяния и поглощения энергии

- Сечение поглощения энергии: $K_a - \dfrac{\text{энергия, поглощенная во взаимодействии}}{\text{плотность потока падающей энергии}}$

$$K_a = \frac{1}{E_0}\int_0^{E_0} (E_0 - E)\frac{d\sigma}{dE}dE$$

- Полное сечение рассеяния энергии: $K = K_S + K_a$

- Дифференциальное сечение для рассеяния энергии $\dfrac{dK}{d\Omega}, \dfrac{dK}{dE}$

показывает, какое количество энергии из всей падающей будет лететь после рассеяния в направлении Ω или иметь энергию E

3. Тормозная способность вещества

- При замедлении в веществе быстрые частицы теряют свою энергию в результате взаимодействия с частицами вещества.

  Это взаимодействие носит вероятностный характер и может осуществляться в зависимости от энергии налетающей частицы и вида участвующих во взаимодействии частиц.

- Пусть E_1 – энергия частицы до столкновения,

  T – энергия, переданная при одном столкновении,

  $\omega(E_1, T)$ - макроскопическое сечение передачи энергии в рассматриваемом взаимодействии (**среднее число столкновений на единице длины пути с потерей энергии T в каждом столкновении)**

3. Тормозная способность вещества

- Величина средней энергии, переданной при одном взаимодействии:

$$T_{cp} = \frac{1}{\omega(E_1)} \int_0^{T_{max}} T\omega(E_1, T)dT$$

- Средняя энергия, потерянная частицей на единице длины пути в веществе в рассматриваемых столкновениях:

$$T_{cp} \cdot \omega(E_1, T)$$

- Энергия, теряемая частицей на пути ΔR:

$$-\Delta E_1 = T_{cp} \cdot \Delta R \cdot \omega(E_1, T) = T_{cp} \cdot \Delta R / \lambda(E_1)$$

3.3. Тормозная способность вещества

- Дифференциальные потери энергии можно выразить как:

$$-\frac{\Delta E_1}{\Delta R} \rightarrow -\frac{dE_1}{dR} = \frac{T_{cp}}{\lambda(E_1)} = N_{nucl} \int_0^{T_{max}} T \frac{d\sigma(E_1, T)}{dT} dT$$

Это и есть тормозная способность вещества **(линейная тормозная способность)**. Она равна средней потерянной энергии частицы с энергией E_1 на единице пути в веществе во всех столкновениях, описываемых микроскопическим сечением σ.

Массовая тормозная способность: $\frac{1}{\rho}\left(-\frac{dE}{dR}\right)$

4. Закон ослабления нерассеянного излучения

- Пусть Ф(х) – плотность потока нерассеянных частиц на глубине х, $Ф_0$ – исходная плотность потока частиц. Тогда:

$$\Phi(x)=\Phi_0\exp(-\omega x)$$

\- изменение числа неряссеянных частиц с толщиной вещества (т.е. среднего количества частиц, не испытавших ни одного взаимодействия).

Здесь **ω** – макроскопическое сечение взаимодействия.

- Скорость ослабления числа нерассеянных частиц определяется величиной **ω**. Чем больше ω, тем сильнее ослабление пучка нерассеянных частиц слоями веществ одинаковой толщины.
- ω – линейный коэффициент ослабления (1/см).
- $\mu=\frac{\omega}{\rho}$ - массовый коэффициент ослабления ($см^2$/г)

4. Закон ослабления нерассеянного излучения

- Вероятность пройти путь x без взаимодействия:

$$P(x) = \frac{\Phi(x)}{\Phi_0} = \exp(-\omega x) = \exp(-\frac{x}{\lambda})$$

5. Полный пробег ускоренных частиц в веществе

- С увеличением пути, пройденным частицей в веществе, возрастает потерянная частицей энергия и уменьшается ее текущая энергия E.
- Пройденный частицей путь R и текущую энергию частицы можно связать между собой через тормозную способность:

$$R = \int_0^R dR_1 = \int_E^{E_1} \frac{dE'}{dE'/dR}$$

- Если энергия частицы при движении в веществе изменяется от начальной энергии E_1 до 0, то мы получим полный пробег частицы с энергией E_1 в веществе:

$$R_1(E_1) = \int_0^{E_1} \frac{dE}{dE/dR}$$

5. Полный пробег ускоренных частиц в веществе

- $R_1(E_1)$ – средний пробег, так как он вычисляется в соответствии со средними потерями энергии частицы на единице длины пути.

- Средний пробег определяет среднюю длину пути, который прошла бы частица в процессе замедления в неограниченной и однородной среде при условии, что она непрерывно теряет энергию вдоль всего пути в соответствии с тормозной способностью вещества. Таким образом, это пробег в <u>приближении непрерывного замедления</u>.

- Пробеги отдельных частиц в веществе носят случайный характер и распределены возле среднего пробега примерно по <u>нормальному закону.</u>

6. Определения, используемые в теории переноса излучения

- <u>Фазовые координаты</u> $(\vec{r}, \vec{v})$ характеризуют состояние отдельной частицы в момент времени t ($\vec{r}$ - вектор расстояния, определяющий положение частицы в пространстве относительно заданной системы координат, $\vec{v}$ - вектор скорости). Вместо скорости часто используют кинетическую энергию частицы E=mv^2/2 (m – масса частицы) и единичный вектор направления $\vec{\Omega}$

<u>Элементарный фазовый объем</u> – $dVd\vec{\Omega}dE$, где $dV = d\vec{r} = dXdYdZ$

<u>Дифференциальная плотность частиц</u> $\boldsymbol{\Psi}(\vec{\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{E}, \vec{\boldsymbol{\Omega}}, \boldsymbol{t})$ - среднее число частиц, находящихся в единице фазового объема около точки $(\vec{\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{E}, \vec{\boldsymbol{\Omega}}, \boldsymbol{t})$

2.6. Определения, используемые в теории переноса излучения

- Дифференциальная плотность потока частиц $\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)dEd\vec{\Omega}$ - число частиц с энергией в интервале dE около значения E и направлением движения внутри телесного угла $d\vec{\Omega}$ около направления $\vec{\Omega}$, пересекающих в единицу времени единичную площадку с центром в точке $\vec{r}$ и перпендикулярную к направлению $\vec{\Omega}$.

2.6. Определения, используемые в теории переноса излучения

- **Интеграл столкновений** $I(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$

 - число частиц, появившихся в единице фазового объема около точки $(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ в единицу времени за счет рассеяния с изменением параметров: $\vec{\Omega}_1 \to \vec{\Omega}$ и $E_1 \to E$:

$$I(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) =$$

$$\int d\vec{\Omega}_1 \int dE_1 \frac{\partial^2 w(E_1 \to E, \vec{\Omega}_1 \to \vec{\Omega})}{\partial E_1 \partial \Omega_1} \Phi(\vec{r}, E_1, \vec{\Omega}_1, t)$$

2.7. **Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура**

- это - уравнение баланса частиц в малом объеме в окрестности точки $\vec{r}$ в момент времени t, учитывающее все каналы их появления и переноса.
- В кинетическом уравнении имеем дело со средними характеристиками поля движения частиц.
- Рассмотрим малый объем dV около точки $\vec{r}$, в котором в момент времени t находится $\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$dV частиц с энергией E и единичным вектором направления движения $\vec{\Omega}$. За время Δt это число изменится и станет равным $\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t + \Delta t)$ dV.

Составим уравнение баланса, учитывая процессы, приводящие к такому изменению числа частиц.

2.7. **Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура**

- Увеличение числа частиц за время Δt в объеме dV с параметрами E и $\vec{\Omega}$ может осуществиться в результате следующих процессов:

1) прихода частиц в dV за Δt через поверхность этого объема dS' :

$$\Delta t \int\limits_{\Omega n>0} \vec{\Omega}_n \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dS'$$

2) прихода частиц в интервале $d\vec{V}$ около $\vec{V}$ за счет процессов рассеяния (т.е.: $E_1 \to E; \quad \vec{\Omega}_1 = \vec{\Omega}$).

$$\Delta t \int d\vec{\Omega}_1 \int dE_1 w_s(\vec{\Omega}_1 \to \vec{\Omega}, E_1 \to E) \Phi(\vec{r}, E_1, \vec{\Omega}_1, t) dV$$

3) рождения частиц за время Δt: $M(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV \Delta t$

2.7. **Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура**

- Уменьшение частиц в dV за Δt происходит в результате:

1) ухода частиц из dV через поверхность dS' :

$$\Delta t \int_{\Omega n<0} \vec{\Omega}_n \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dS'$$

2) рассеяния частиц с энергией E в объеме dV:

$$w_s(E)\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV \Delta t$$

3) поглощения в объеме dV частиц с энергией E:

$$w_C(E)\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV \Delta t$$

2.7. **Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура**

Собирая все члены уравнения вместе, получаем:

$$\Psi(\vec{r},E,\vec{\Omega},t+\Delta t)dV=\Psi(\vec{r},E,\vec{\Omega},t)dV+\Delta t\int\limits_{\Omega n>0}\vec{\Omega}_n\Phi(\vec{r},E,\vec{\Omega},t)dS'+$$

$$dV\Delta t\int d\vec{\Omega}_1\int dE_1 w_s(\vec{\Omega}_1\to\vec{\Omega},E_1\to E)\Phi(\vec{r},E_1,\vec{\Omega}_1,t)+$$

$$M(\vec{r},E,\vec{\Omega},t)dV\Delta t-\Delta t\int\limits_{\Omega n<0}\vec{\Omega}_n\Phi(\vec{r},E,\vec{\Omega},t)dS'-$$

$$w_s(E)\Phi(\vec{r},E,\vec{\Omega},t)dV\Delta t-w_C(E)\Phi(\vec{r},E,\vec{\Omega},t)dV\Delta t$$

2.7. **Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура**

Комбинируя члены этого уравнения,
деля на $dV\Delta t$ при $\Delta t \to 0$,
учитывая, что: $\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = v\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ (*v – массовая скорость движения частиц элемента объема V*),

и $w(E) = w_S(E) + w_C(E)$,

получаем кинетическое уравнение Больцмана для функции дифференциальной плотности потока движущихся частиц:

$$\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \vec{\Omega}\nabla\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + w(E)\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) =$$

$$\int d\vec{\Omega}_1 \int dE_1 w_S(\vec{\Omega}_1 \to \vec{\Omega}, E_1 \to E)\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + M(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

<u>Примечание.</u> Уравнение Больцмана справедливо только в том случае, когда плотность частиц везде достаточно велика.