

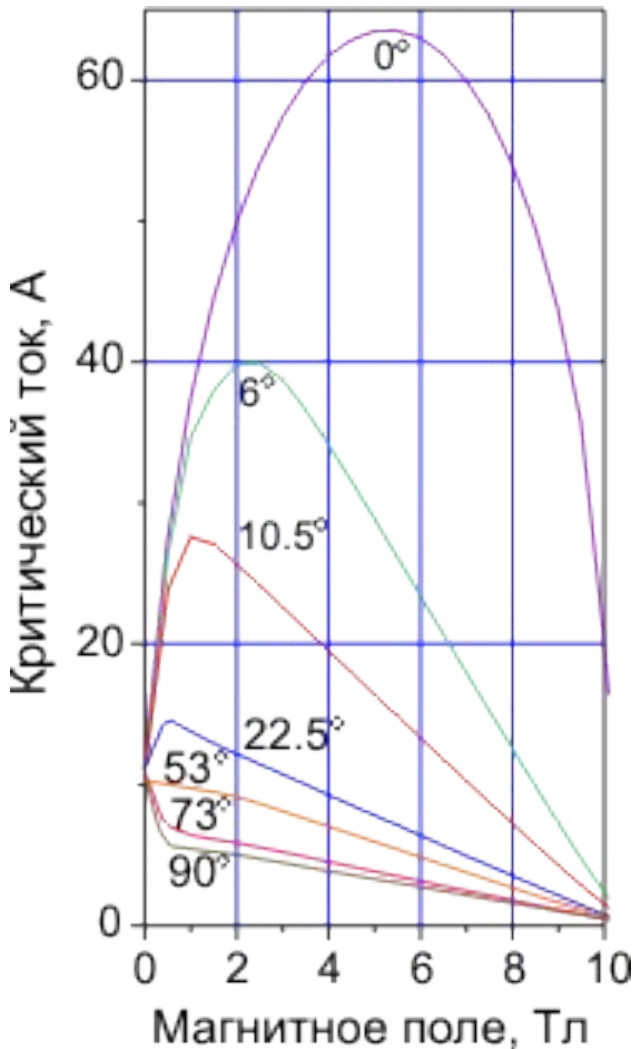


● **Криогенные и
сверхпроводящие
электроэнергетические
устройства (000025237)**

Лекция 5

Профессор Е.Ю.Клименко

Ориентационная зависимость критического тока



Критический ток зависит от угла между направлениями тока и магнитного поля.

В первом приближении можно считать, что это обусловлено уменьшением силы Лоренца при уменьшении угла между полем и током, в то время как критическая сила Лоренца остается постоянной.

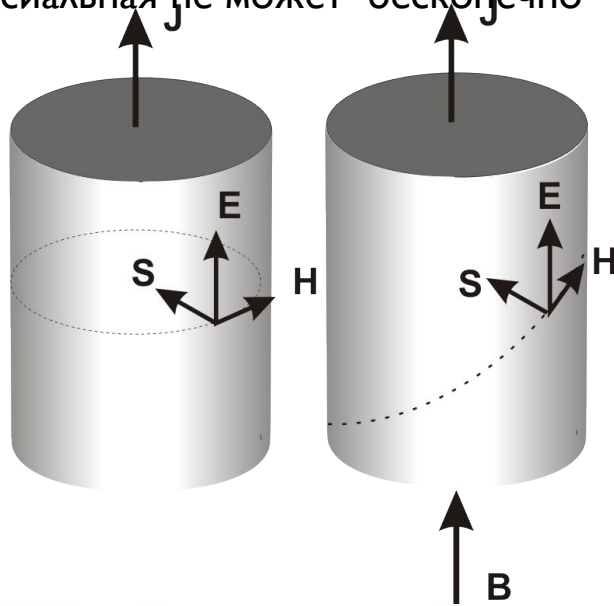
$$\mathbf{F}_L = \mathbf{J} \times \mathbf{B} = JB \sin \alpha \quad J_c = F_L / B \sin \alpha$$

Это приближение неприменимо к случаю малых углов, согласно ему критический ток стремился бы к бесконечности при уменьшении угла до нуля.

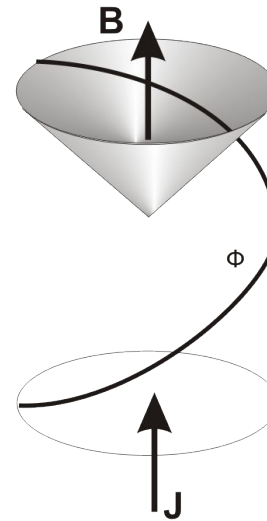
Сверхпроводник с током в продольном

поле

Тепло, генерируемое током равно интегралу от вектора Пойнтинга по поверхности провода, в сверхпроводнике также как и в нормальном металле. В случае провода в продольном магнитном поле силовые линии имеют форму винта. В случае сверхпроводника такую форму имеют вихри. Двигаясь к оси проволоки, они несут с собой азимутальную и аксиальную компоненты. Азимутальные схлопываются на оси. Их движение генерирует продольное электрическое поле. Аксиальная не может бесконечно



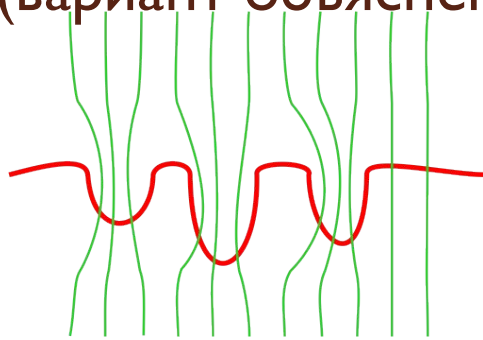
накапливаться, она должна уходить наружу. Есть основания считать, что винтовой флюксид распадается на компоненты, для каждой из которых возникает свое критическое состояние. Движение аксиальной компоненты наружу должно генерировать азимутальное электрическое поле. Эксперимента не было.



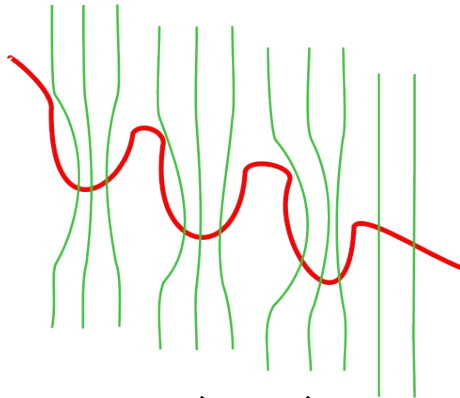
$$\frac{dW}{dt} = \int_{S_{\text{очн}}} jE ds = \oint_{S_{\text{цил}}} S dl$$

Модель Андерсона

(вариант объяснения экспоненциальной формы ВАХ)



$$V \neq 0, I = 0$$



$$V \neq 0, I \neq 0$$

Неоднородности материала (поры, включения нормальной фазы) размером более диаметра нормальной сердцевинки вихря ($\sim 10-50$ нм) являются потенциальными ямами для вихрей. Они пиннингуют (to pin - пригвоздить, прищипливать) вихри.

Если по сверхпроводнику идет ток, на вихри действует сила Лоренца $F_L = j \times B = dU/dy$. Она перекашивает потенциальный рельеф. При этом высота барьера с одной стороны потенциальной ямы повышается, а с другой понижается. Если вихри способны воспринимать тепловые возмущения, то вероятность выброса их из потенциальной ямы в сторону пониженного барьера выше.

$$E = v_0 B l \exp\left(\frac{U_0 - j B V_c r_p}{k_B T}\right)$$

Параметры: v_0 - частота колебаний связки вихрей, l - длина скачка связки вихрей, U_0 - глубина потенциальной ямы, V_c - объем связки вихрей, r_p - характерный размер вариации потенциального рельефа.

МОДЕЛЬ

Андерсона

Это первая модель, попытавшаяся объяснить круг известных тогда явлений, и относиться к ней надо с уважением.

Исходная идея: Объяснить линейную зависимость критического тока от температуры. Действительно, вроде бы удалось:

$$j_c = \frac{U_0}{BV_c r_p} - k_B T \cdot \ln \frac{E_c}{v_0 B l}$$

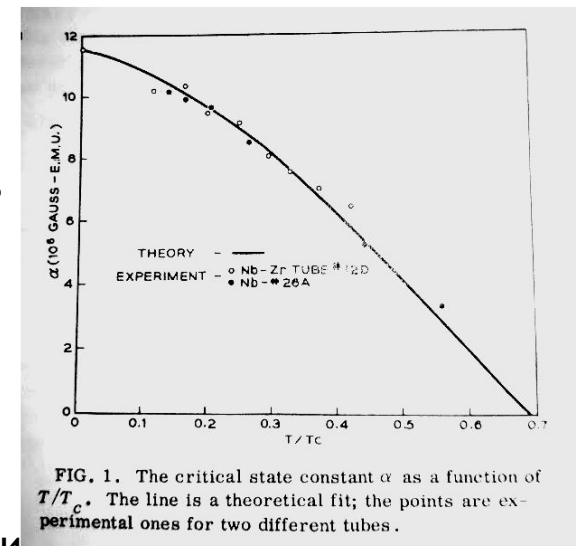
Но сам Андерсон в этой же статье указывает на грубость модели, в частности на то, что не учтена зависимость $U_0(B, T)$.

На СП сообщество произвело впечатление объяснение экспоненциальной формы вольт-амперной характеристики и к этому свелась экспериментальная проверка модели.

Предложенная модель дает связь между током и электрическим полем, что могло бы позволить построить электродинамику этих новых материалов, но большое количество произвольно введенных параметров и их зависимость от V, T, J не позволили это сделать. Усилия экспериментаторов свелись к изучению этих зависимостей, а вера в истинность модели не позволяла искать другое материальное уравнение.

Модель часто упрекали в том, что она предсказывает конечное электрическое поле при нулевом токе. Но дело в том, что приведенная формула имеет ограниченную область применения. Подправленное выражение:

$$E = E_0 \exp\left(\frac{U_0}{k_B T}\right) \operatorname{sh}\left(-\frac{j B V_c r_p}{k_B T}\right)$$



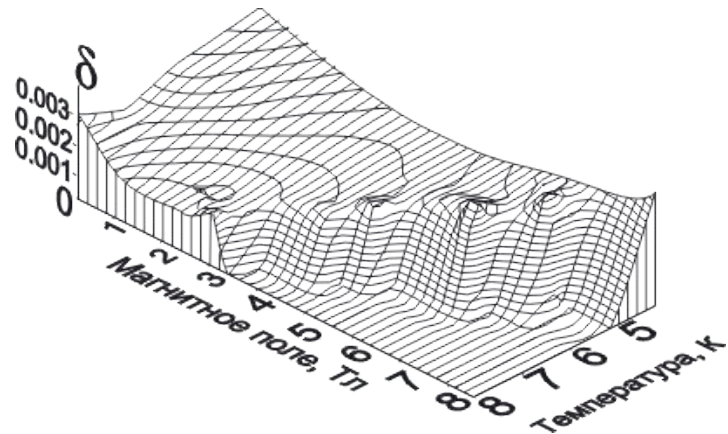
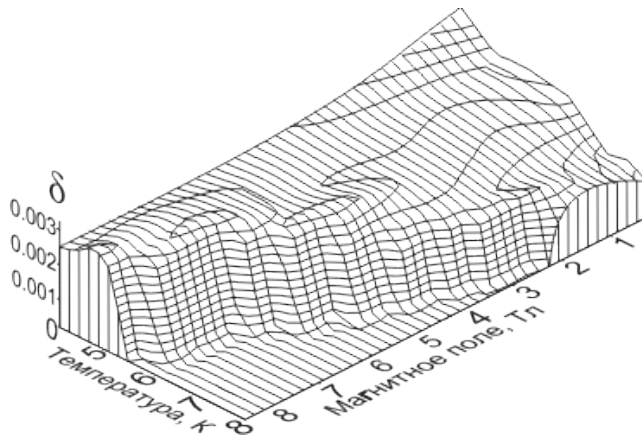
Модель часто упрекали в том, что она предсказывает конечное электрическое поле при нулевом токе. Но дело в том, что приведенная формула имеет ограниченную область применения. Подправленное выражение:

$$E = E_0 \exp\left(\frac{U_0}{k_B T}\right) \operatorname{sh}\left(-\frac{j B V_c r_p}{k_B T}\right)$$

Модель предсказывает сильную зависимость крутизны ВАХ от температуры:

$$\frac{\partial \ln E / E_0}{\partial j} = -\frac{B V_c r_p}{k_B T}$$

В наших экспериментах по изучению ВАХ ниобий-титановой и ниобий-циркониевой проволок при температурах от 9 до 4.2 К такой зависимости не обнаружено.



Критический

эксперимент

Этот эксперимент провел А.В. Митин в 1987 г на трубчатых образцах, подобных тем на которые ссылался Андерсон. Он изучал зависимость скорости затухания магнитного момента от температуры. Эта скорость напрямую связана с ВАХ.:

$$\frac{\partial \ln E / E_0}{\partial j} = - \frac{BV_c r_p}{k_B T}$$

Т.е. крутизна должна быстро увеличиваться со снижением температуры. В эксперименте она оставалась постоянной.

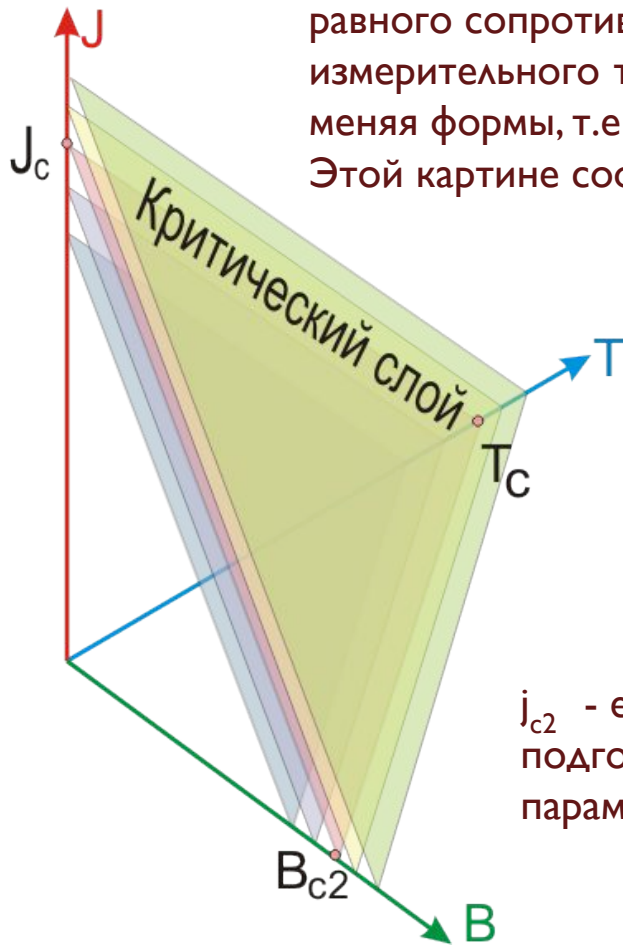
К сожалению, Митин отверг простейшее объяснение, что вид вольт-амперной характеристики определяется неоднородностью сверхпроводника и выдвинул удивительную «физическую» идею о том, что вихри могут туннелировать при низких температурах.

Увы, эта идея была подхвачена СП сообществом и породила сотни статей о туннелировании вихрей!

Альтернативная модель

Реальная размытость перехода заставляет заменить критическую поверхность переходным слоем, состоящим из поверхностей равного сопротивления. Кривые перехода $r(T)$ и $r(B)$ с увеличением измерительного тока, смещаются в сторону уменьшения T и B не меняя формы, т.е. поверхности параллельны.

Этой картине соответствует материальное уравнение:

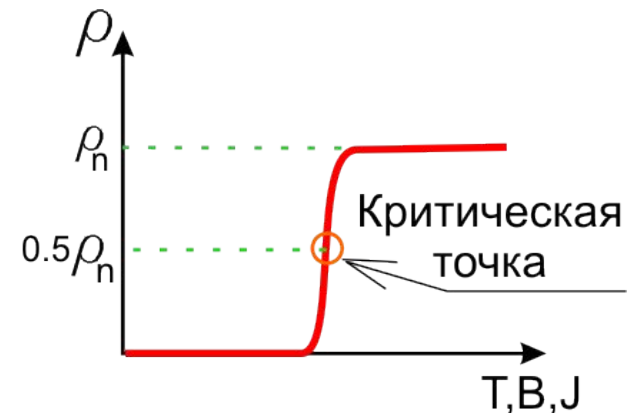


j_{c2} - единственный подгоночный параметр

$$\sigma_{eff} = \sigma_n \left\{ 1 + \exp \left[\left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{B}{B_{c2}} - \frac{j}{j_{c/2}} \right) \frac{1}{\delta} \right] \right\}$$

Cryogenics 20, 307, (1980).

Это выражение описывает переход такой формы:

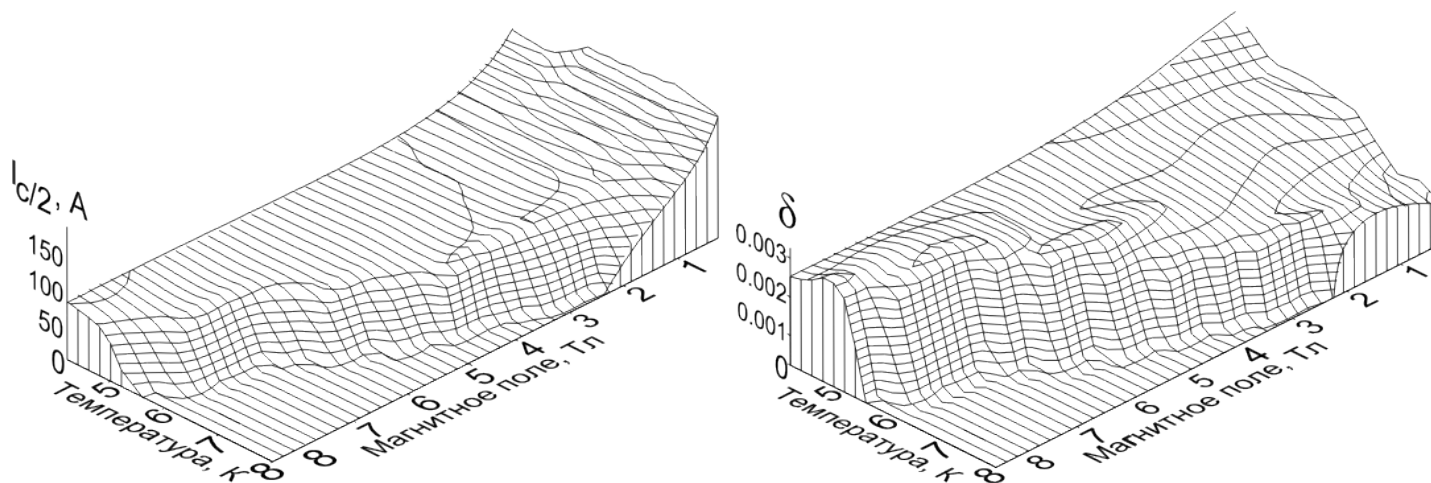


Переходы по температуре и полю имеют именно такую форму. Полный переход по току снять не удастся из-за перегрева образца током.

Постоянство параметров ОАХ (проволока НТ)

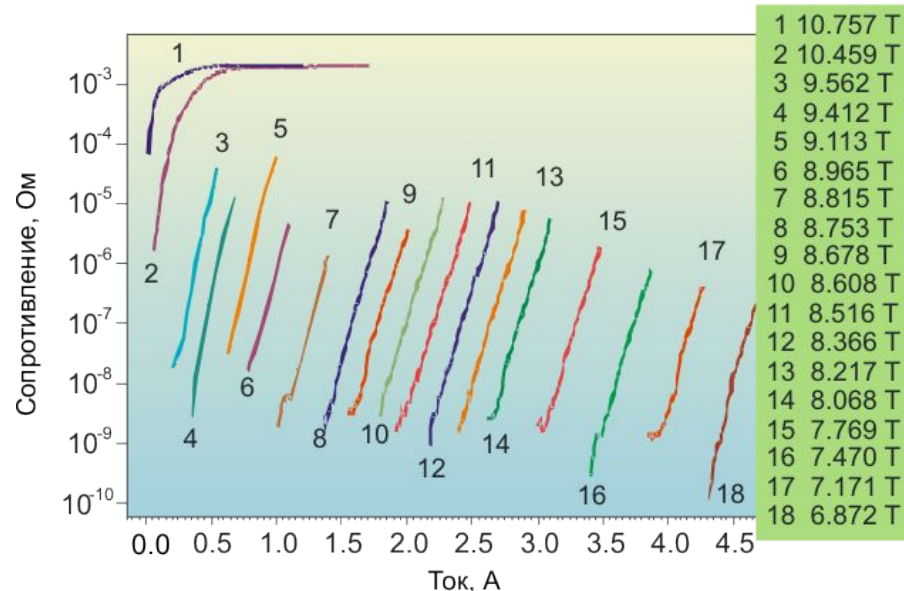
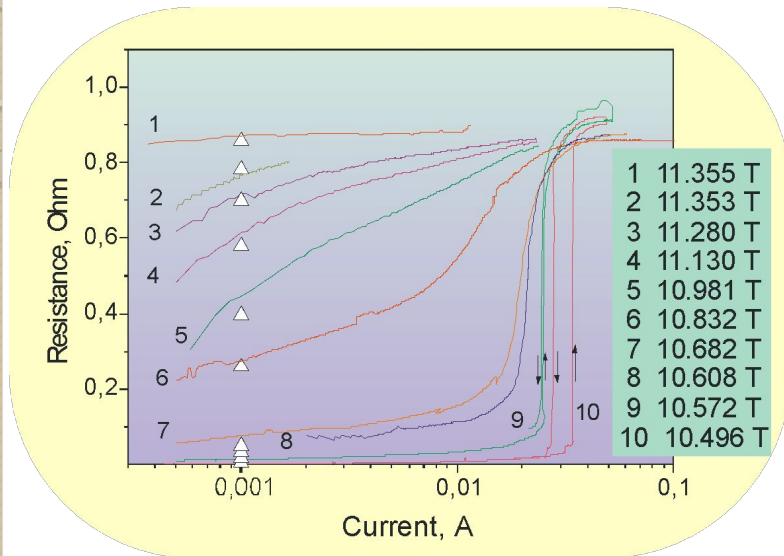
Причиной размытости перехода является **неоднородность зерен**. Кинетические переходы по температуре, магнитному полю и току равноправны и описываются зависимостью сопротивления от этих параметров. Вместо вольт-амперной характеристики (ВАХ) следует использовать ом-амперную характеристику (ОАХ).

Обработка большого массива ОАХ ниобий-титановой и ниобий-циркониевой проволок в широком диапазоне полей и температур показала, что j_{c2} и δ являются хорошими константами

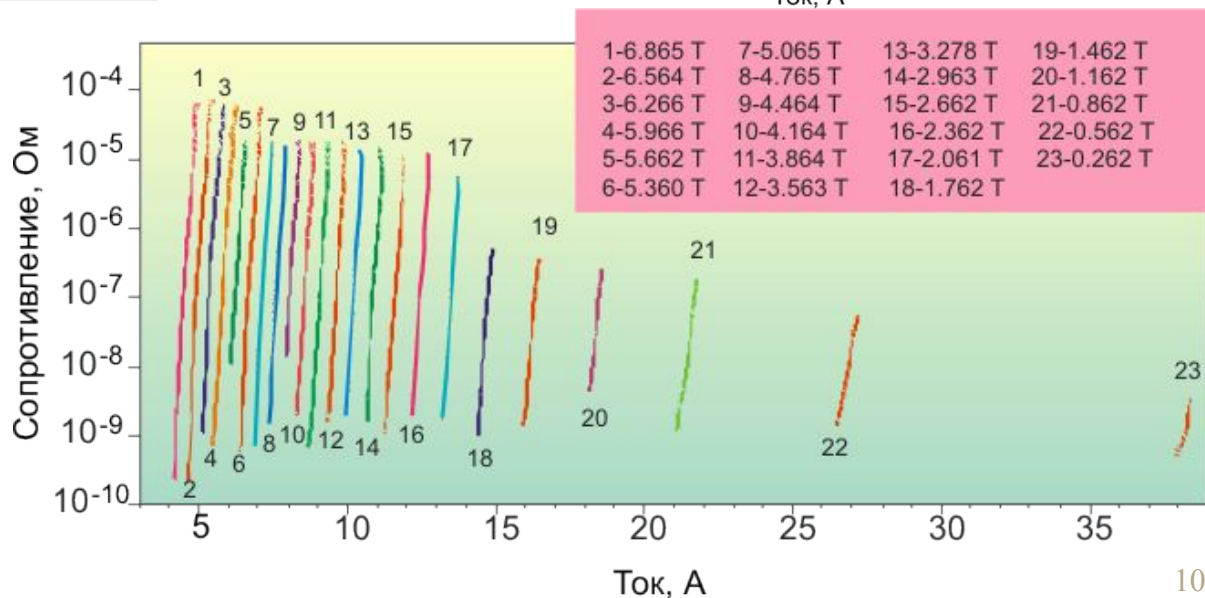


Таким образом, приближение плоского критического слоя хорошо описывает свойства ниобий-титановой проволоки. Параметры T_c и B_{c2} близки к термодинамическим значениям, а j_{c2} и δ постоянны в широкой области полей и температур. Нарушение постоянства в малых полях обусловлено анизотропией материала (см. слайд)

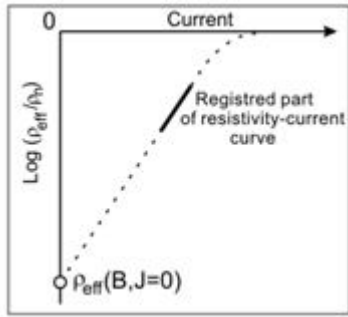
Модель Андерсона объясняет экспоненциальный характер ВАХ, альтернативная модель предсказывает экспоненциальный характер ом-амперной х-ки (ОАХ). Противоречия между ними, однако, нет, поскольку ВАХ достаточно круты



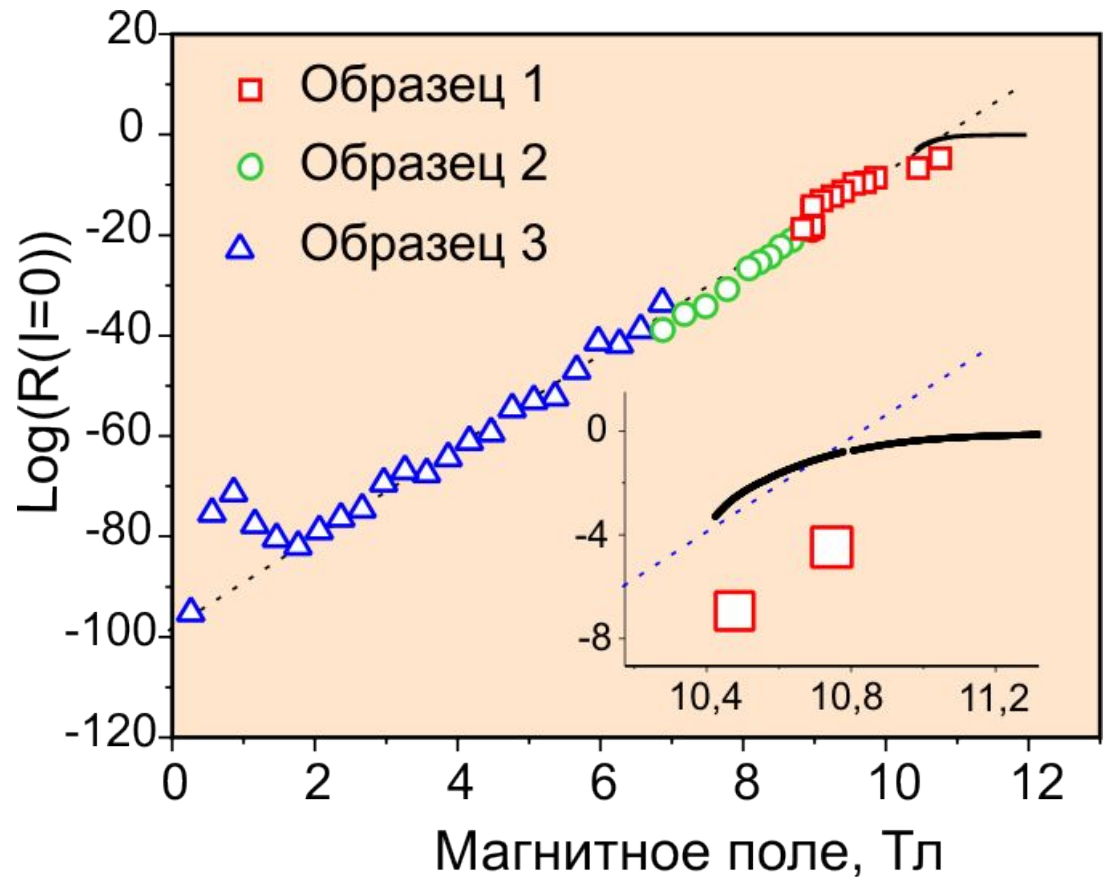
Детальные исследования ниобий-титановой проволоки свидетельствуют об адекватности альтернативной модели.



Экстраполяция ОАХ к нулевому току не столь бессмысленна, как экстраполяция ВАХ.

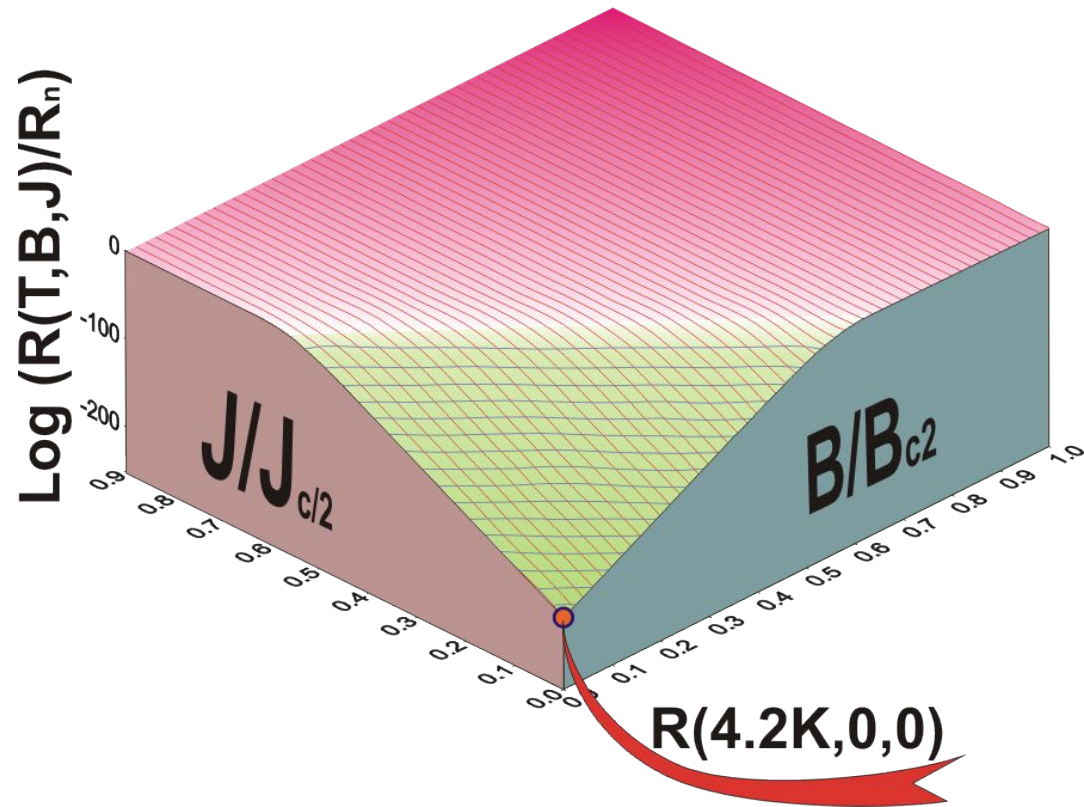


Такая экстраполяция позволяет обнаружить сопротивления, которые невозможно измерить другими способами. Ее результат не противоречит приведенному выше описанию ОАХ, даваемую альтернативной моделью.



Материальное уравнение технического сверхпроводника

Сопротивление технического сверхпроводника, по-видимому, нигде не становится абсолютным нулем, но ниже критической точки оно ничтожно мало. Это противоречит широко известной договоренности, но только ей и ничему больше.



$$\rho_{eff} = \frac{\rho_n}{1 + \exp \left[\left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{B}{B_{c2}} - \frac{j}{j_{c2}} \right) \frac{1}{\delta} \right]}$$

Перколяционная модель объемной неоднородности сверхпроводника (расчет ом-температурной характеристики ОТХ)

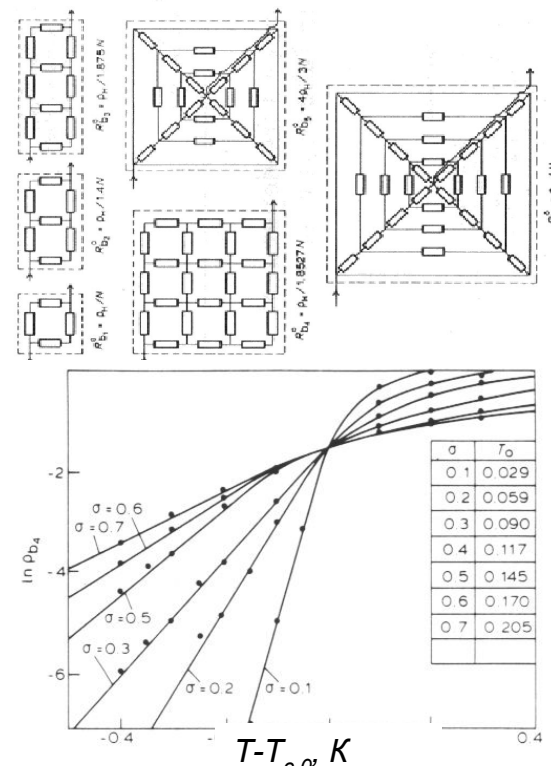
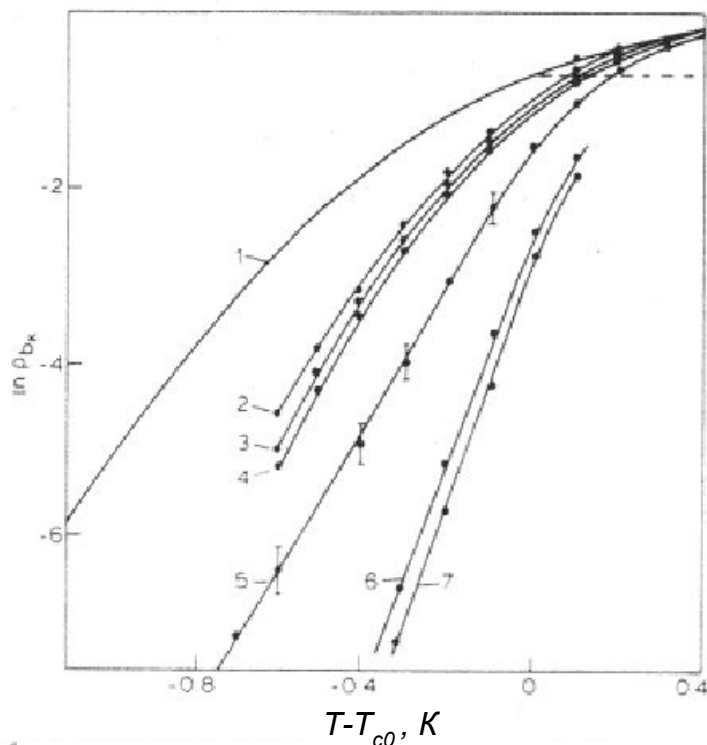


Fig. 1 The structure of percolation paths

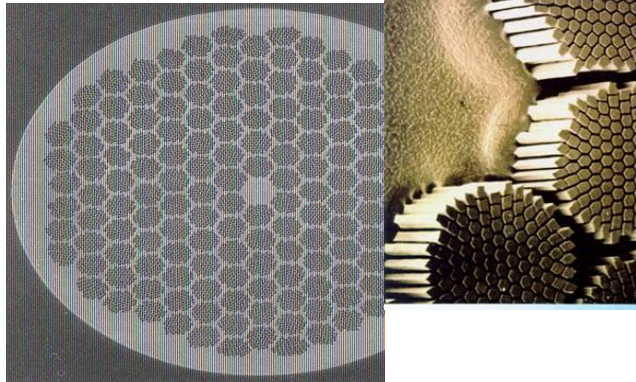
Рассматриваются ОТХ многосвязных схем, состоящих из сверхпроводящих элементов, сопротивление которых при критической температуре возрастает скачком от нуля до единицы. Критические температуры элементов распределены по Гауссу:

$$f(T_c) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(T_c - T_{c0})^2}{2\sigma^2}\right)$$

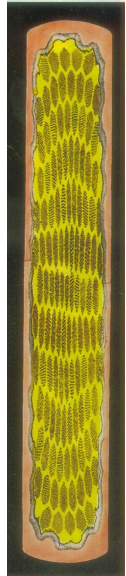
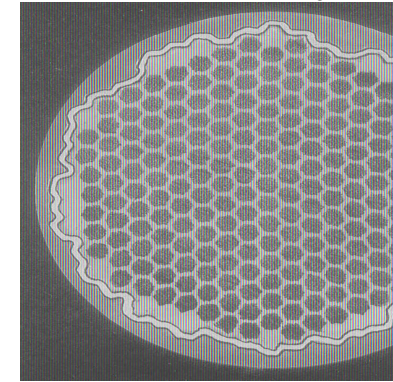
По мере усложнения эквивалентной схемы ОТХ приближается к экспоненте.

ОАХ продольно неоднородных

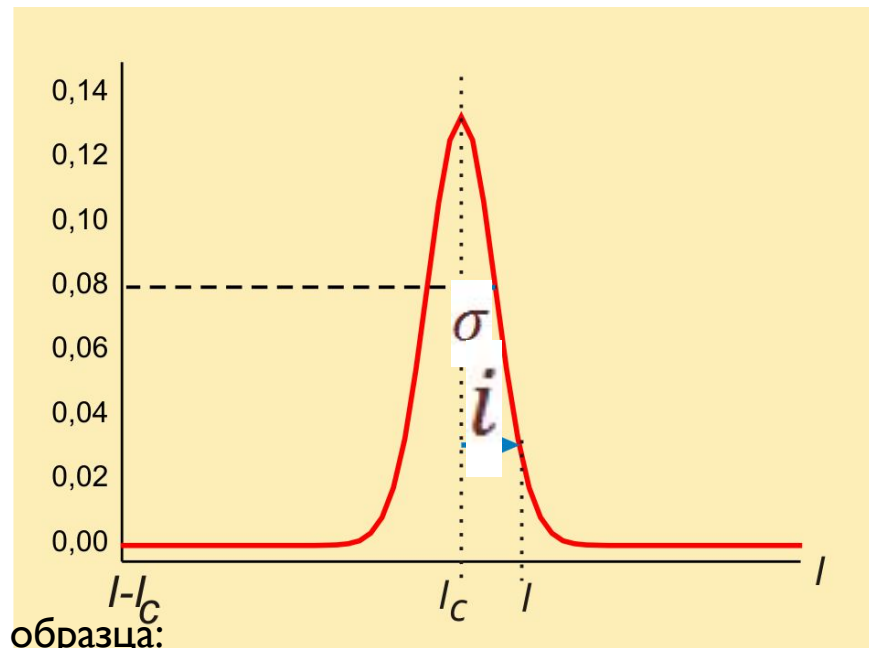
Ниобий-проводов



Nb_3Sn



Из-за случайных обрывов волокон при волочении проволоки ОАХ размыта. Это одномерная, продольная неоднородность.



ОАХ продольно неоднородного образца:

$$\frac{R_{eff}(I/I_c)}{R_m} = \frac{E}{R_m I} = \frac{I_c}{I} \int_{-I_c}^{I-I_c} \left(\frac{I}{I_c} - 1 - \frac{i}{I_c} \right) \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{i^2}{2\sigma^2}\right) di$$

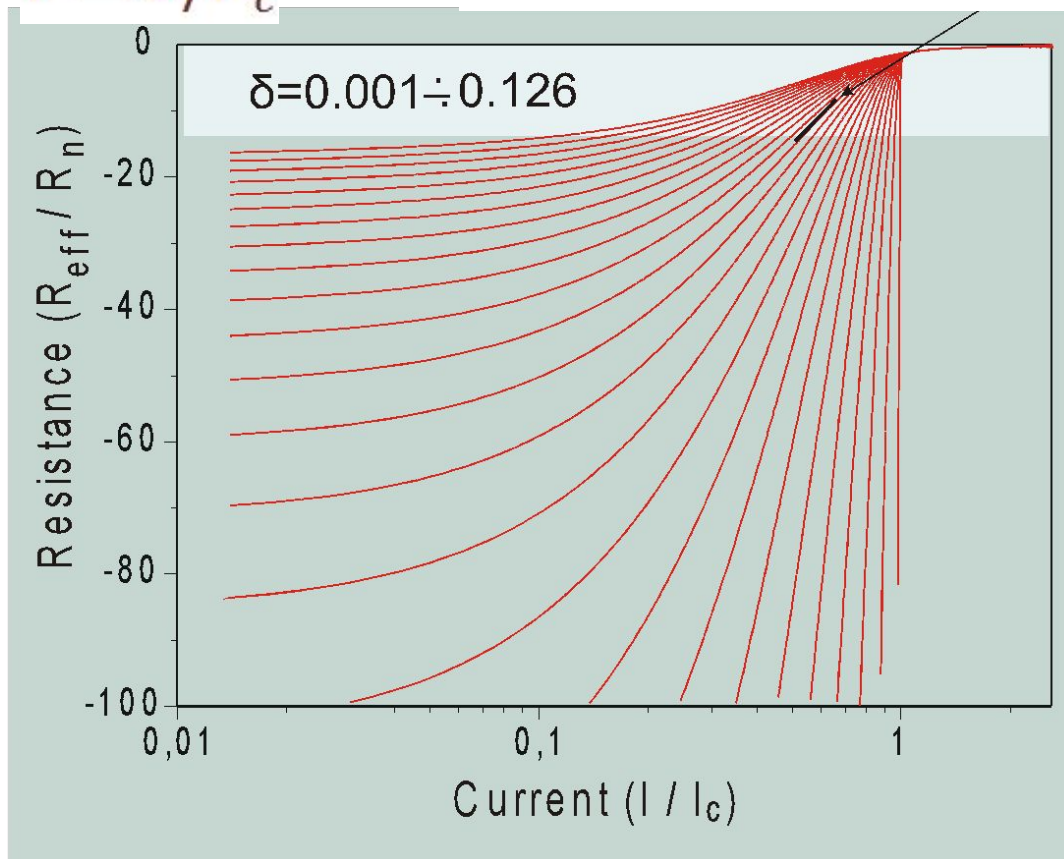
Модель линейной неоднородности сверхпроводника

$$\delta = \sigma / I_c$$

При измерении ВАХ многоволоконных проводов получают не экспоненциальную, а степенную зависимость

$$E = E_c \left(\frac{I}{I_c} \right)^n$$

Казалось бы, это надо пытаться объяснить обрывностью волокон, но так же описывают ВАХ ВТСП образцов. Скорее всего они также продольно неоднородны, но «физики» тут же придумали «логарифмическую яму»



Электродинамика технических сверхпроводников

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Уравнения Максвелла

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \varphi$$

$$j_\alpha = \sigma_{\alpha\beta} E_\beta$$

Материальное уравнение

$$G(T) = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \quad \text{Генерация тепла}$$

$$c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r_\alpha} \left(k_{\alpha\beta}(T) \frac{\partial T}{\partial r_\beta} \right) + G(T) \quad \text{Уравнение теплопроводности}$$

Все особенности электродинамики связаны с видом тензора проводимости

Электродинамика технических сверхпроводников

- Ближайшим электродинамическим аналогом сверхпроводника с сильным пиннингом является плазма (сильная зависимость проводимости от температуры, величины и направления магнитного поля и тока, самосогласованность распределений этих параметров.)

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(sc)} = \sigma_t \left(\delta_{\alpha\beta} - \frac{B_\alpha B_\beta}{B^2} \right) + \sigma_l \frac{B_\alpha B_\beta}{B^2}$$

σ_t - проводимость в поперечном магнитном поле,
 σ_l - проводимость в поперечном магнитном поле.

Этот тензор при больших углах между магнитным полем и током соответствует представлению о критической силе Лоренца как причине перехода сверхпроводника с током в резистивное состояние и, ограничивая продольную проводимость, не допускает бесконечной плотности тока при параллельном магнитному полю токе, когда сила Лоренца равна нулю.

Поперечная проводимость (из эксперимента)

$$\sigma_t = \sigma_n \left(1 + e^{\frac{K_t}{\delta}} \right) \quad K_t = \left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\mathbf{B}|}{B_{c2}} - \frac{|\mathbf{j}_t|}{j_{c/2}^t} \right)$$

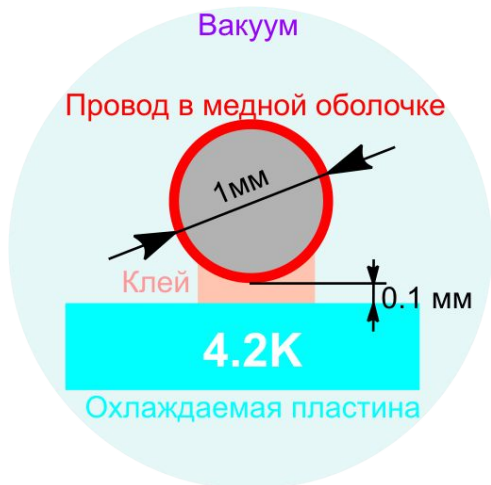
Продольная проводимость (по аналогии)

$$\sigma_l = \sigma_n \left(1 + e^{\frac{K_l}{\delta}} \right) \quad K_l = \left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\mathbf{B}|}{B_{c2}} - \frac{|\mathbf{j}_l|}{j_{c/2}^l} \right)$$

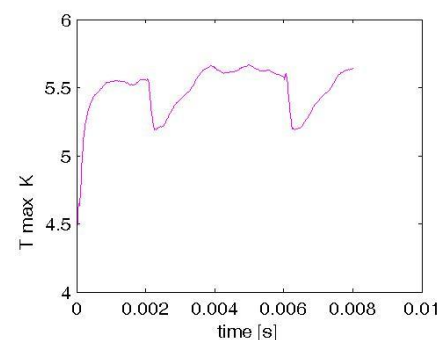
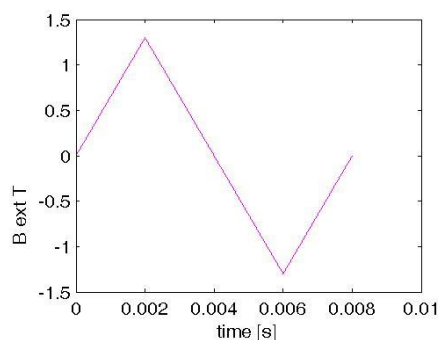
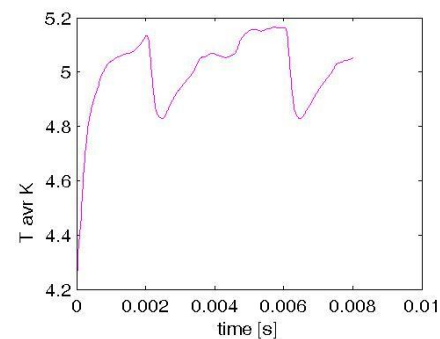
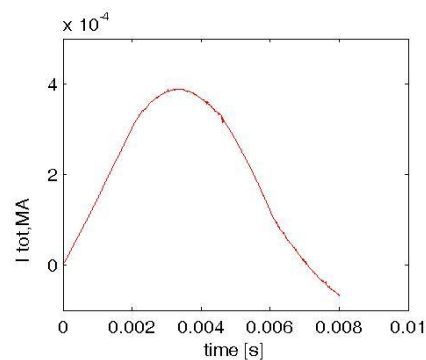
Применение развитой модели

Аналитических методов решения системы уравнений не существует. Результаты получены численно.

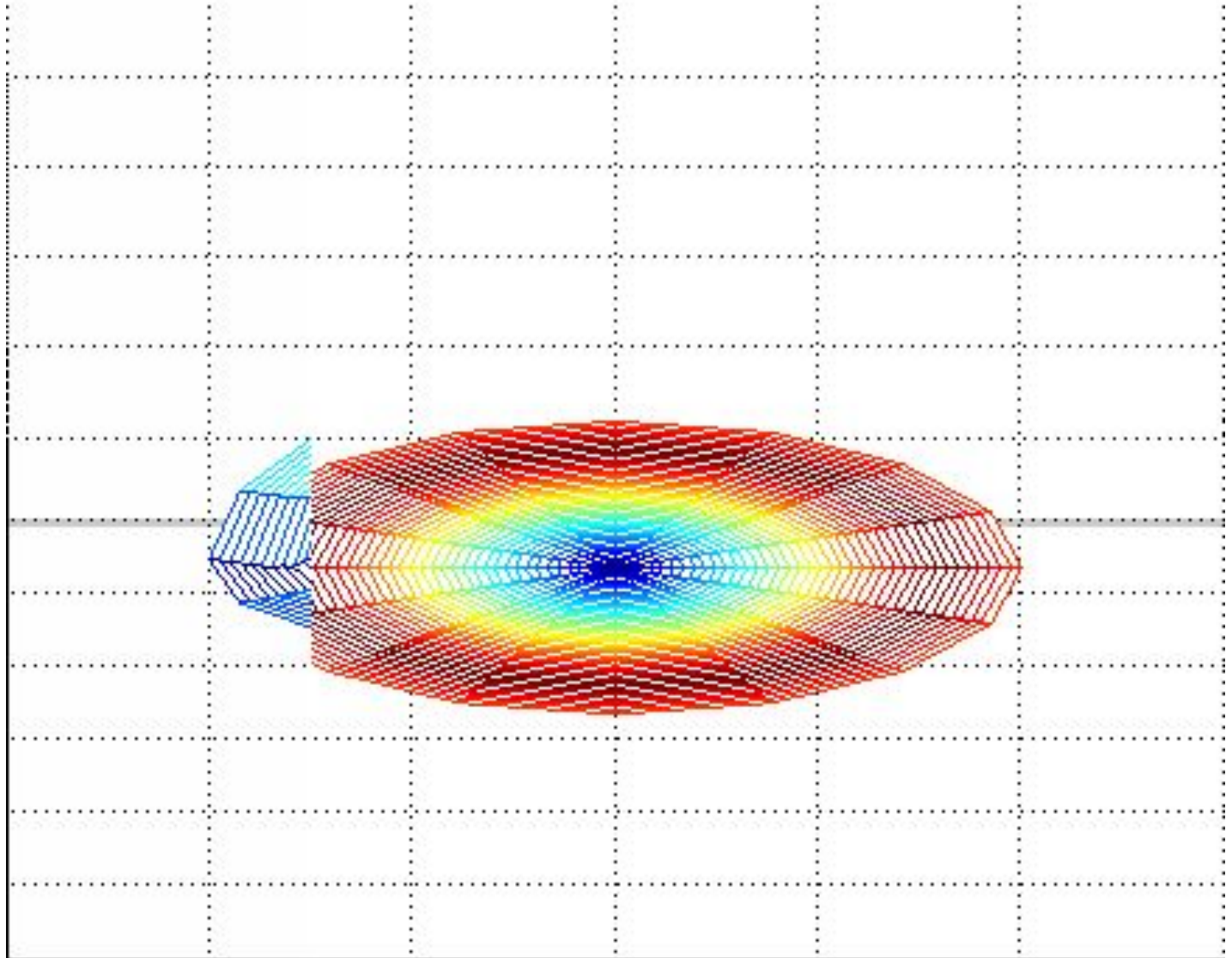
Одновременное изменение внешнего поля и тока не в фазе.



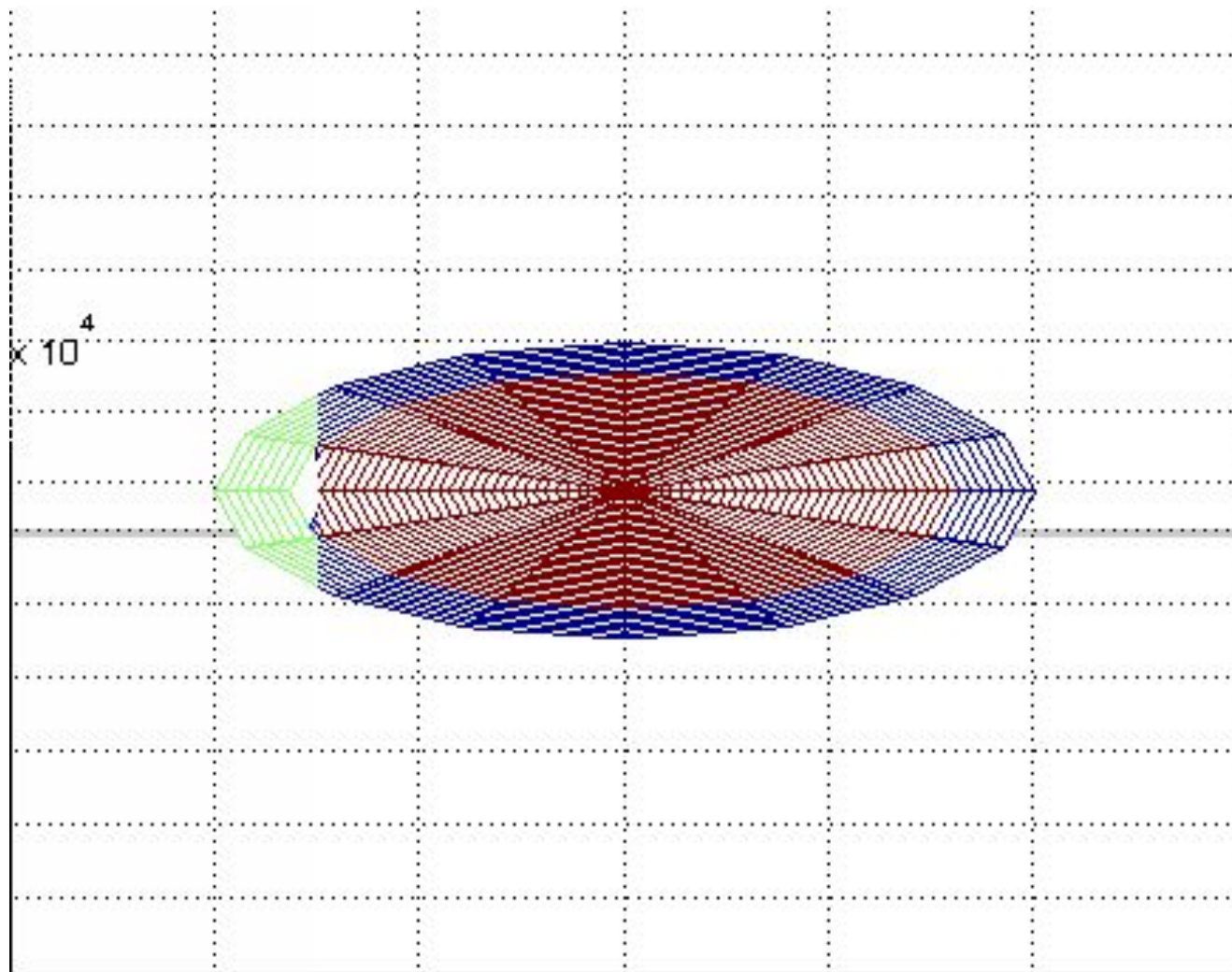
Условия теплоотвода



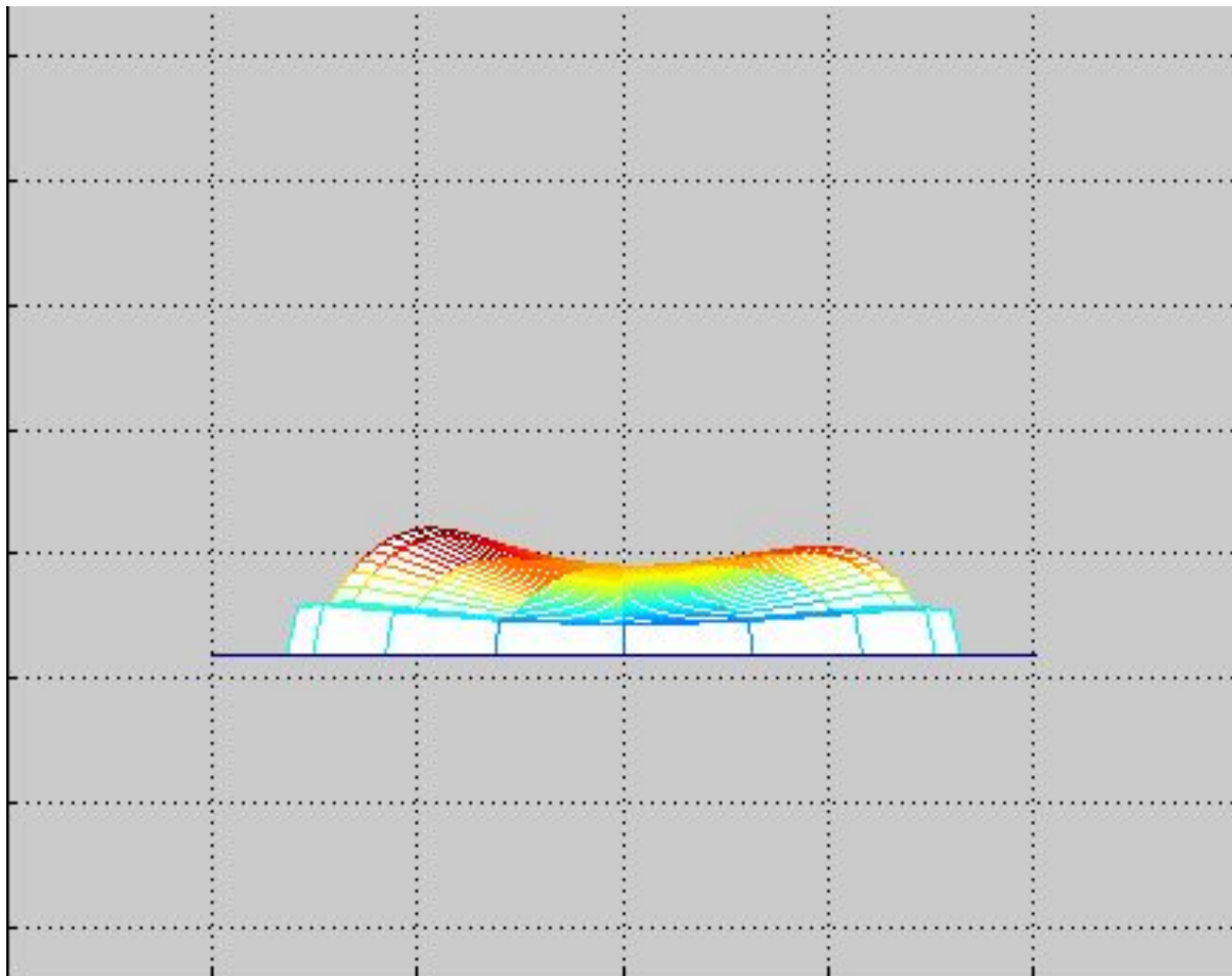
Индукция



Ток

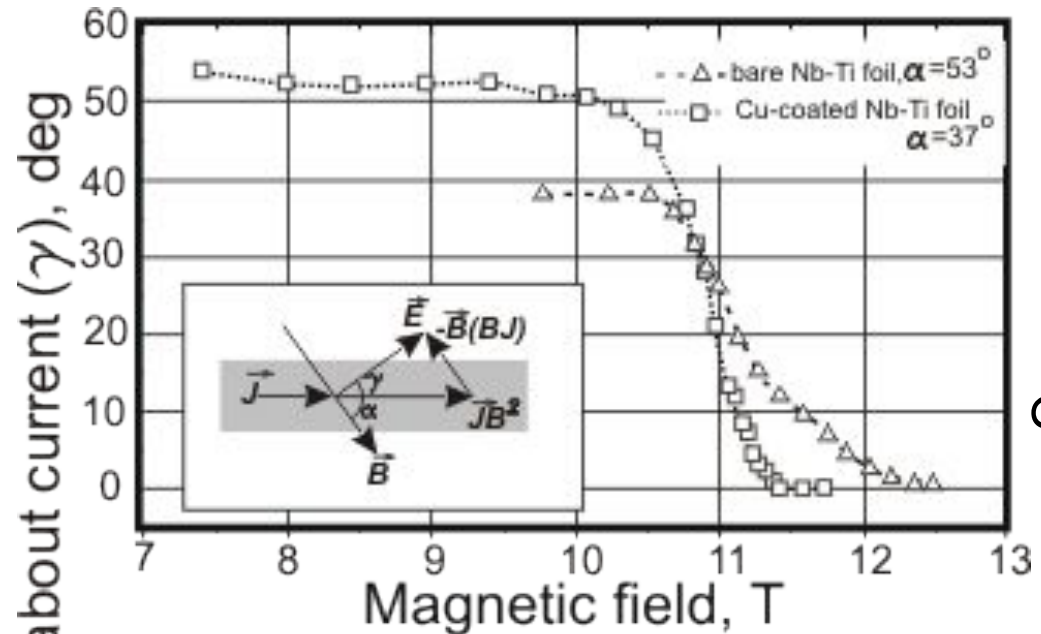


Температура

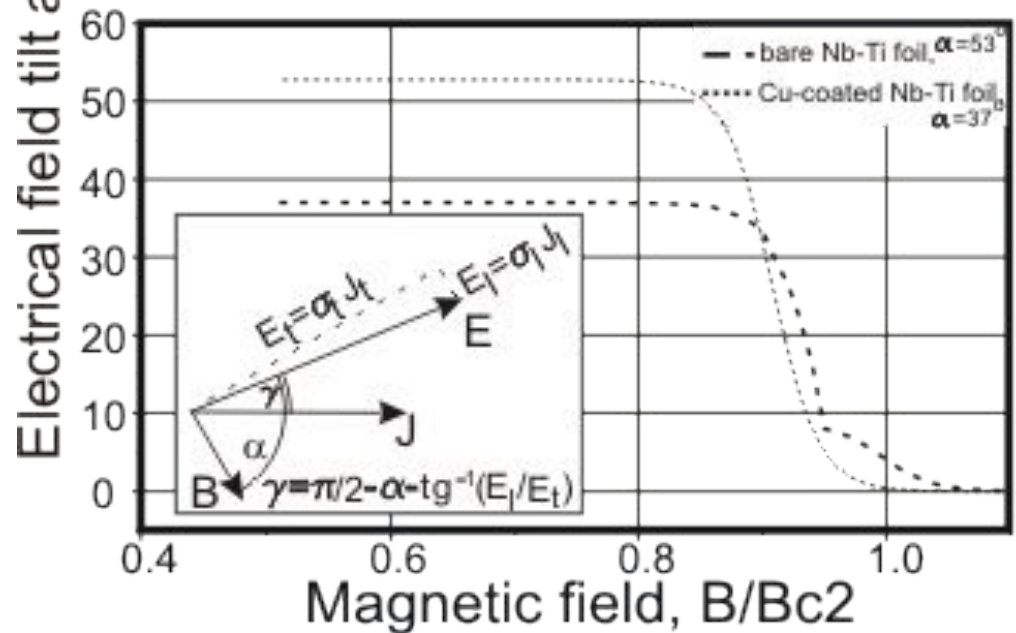


Введенный тензор проводимости в деталях описывает зависимость поперечного электрического поля от магнитного поля, когда оно имеет компоненту, параллельную току.

Представление о силе Лоренца позволяет описать эту зависимость только вдали от критического поля



Эксперимент



Расчет

Электродинамика технических сверхпроводников

- Совместное решение уравнений электродинамики и теплопроводности в принципе дает возможность исследовать проблемы стабильности и рассчитать потери в переменном поле. Для этого, однако не пригодны результаты исследования одномерной задачи из-за существенного различия в геометрии полей и температур.
- Разработаны быстродействующие программы решения двумерных задач, позволяющие изучать динамику развития процессов.



Спасибо за внимание