

Принципы имитационного моделирования

Выполнил:
ст. гр. СМ-10-18
Возжина И.А.
Проверил: доцент, к.ф.-м.н
Михайлова Н.А.





Моделирование (в широком смысле) –
основной метод исследований во всех областях
знаний и научно обоснованный метод оценок
характеристик сложных систем, используемый для
принятия решений в различных сферах инженерной
деятельности.



1. Классификационный признак – *средства построения модели.*

Модели

- материальные (реальные),
- абстрактные (идеальные).

Материал для построения –
средства окружающего
материального мира

Конструкции, построенные
средствами сознания, мышления

Абстрактные модели создаются посредством языка.

Неоднозначность естественного языка



для построения моделей – специализированные
языки.



Если для создания модели используется язык математики, то модель называется *математической*.

Описывает существенные характеристики системы с помощью математических выражений

Математическое моделирование – процесс установления соответствия данному реальному объекту некоторого математического объекта, называемого *математической моделью*, и исследование этой модели, позволяющее получать характеристики рассматриваемого реального объекта.

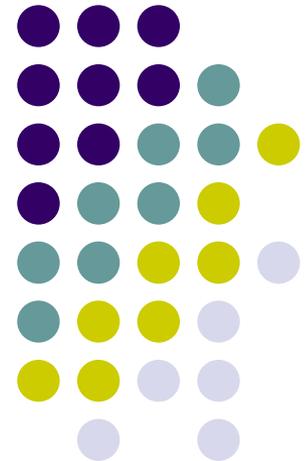


Вид математической модели зависит от

- природы реального объекта,
- задач исследования объекта,
- требуемой достоверности и точности решения задачи.

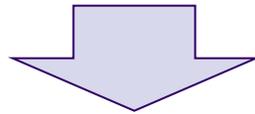
Математические методы моделирования

Обзор основных подходов



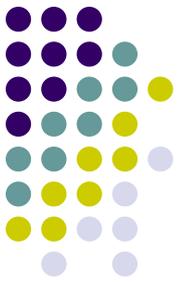


Исходная информация при построении математической модели функционирования системы – данные о назначении и условиях работы исследуемой (проектируемой) системы **S**.



- Основная цель моделирования системы;
- требования к разрабатываемой математической модели **M**.

Этапы построения математической модели

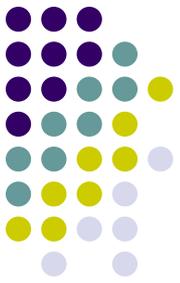


1. Содержательное описание моделируемого объекта

Исходя из цели исследования устанавливаются

- совокупность элементов,
- взаимосвязи между элементами,
- возможные состояния каждого элемента,
- существенные характеристики состояний и соотношения между ними.

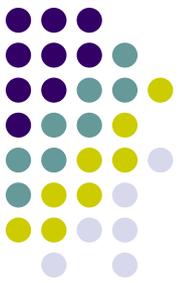
Например, фиксация того, что если значение одного параметра возрастает, то значение другого – убывает



В этом словесном описании возможны логические противоречия, неопределенности.

Такое предварительное представление системы называется *концептуальной моделью*.

На данном этапе применяются качественные методы описания систем, знаковые и языковые модели.



2. Формализация

- На основе содержательного описания определяется исходное множество характеристик системы.
- После исключения несущественных характеристик выделяются управляемые и неуправляемые параметры и производится символизация.
- Определяется система ограничений на значения управляемых параметров.
- Если ограничения не носят принципиальный характер, то ими пренебрегают.
- Формируются критерий эффективности и целевая функция модели.



При переходе от содержательного к формальному описанию объектов исследования – наибольшие затруднения и наиболее серьезные ошибки моделирования.

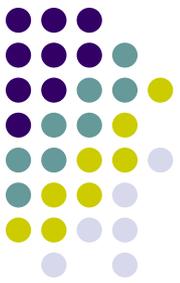
Как правило, процесс итеративный.



Формальная модель объекта

Модель системы **S** можно представить в виде множества величин, описывающих процесс функционирования реальной системы:

- совокупность *входных воздействий* на систему
 $x_i \in X, \quad i = 1, 2, \dots, n_X;$
- совокупность *воздействий внешней среды*
 $v_l \in V, \quad l = 1, 2, \dots, n_V;$
- совокупность *внутренних (собственных) параметров* системы
 $h_k \in H, \quad k = 1, 2, \dots, n_H;$
- совокупность *выходных характеристик* системы
 $y_j \in Y, \quad j = 1, 2, \dots, n_Y.$

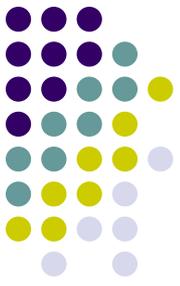


В общем случае подмножества X , V , H и Y

- не пересекаются;
- содержат как детерминированные, так и стохастические составляющие;
- включают *управляемые* и *неуправляемые* переменные.

При моделировании системы

- входные воздействия,
 - воздействия внешней среды,
 - внутренние параметры системы;
 - выходные характеристики системы – *зависимые (эндогенные) переменные*.
- Независимые (экзогенные) переменные



Процесс функционирования системы S описывается во времени оператором F_S (преобразует экзогенные переменные в эндогенные) в соответствии с соотношениями вида

Выходная траектория

$$\overset{\boxminus}{y}(t) = F_S(\overset{\boxminus}{x}(t), \overset{\boxminus}{v}(t), \overset{\boxminus}{h}(t), t), \quad (1)$$

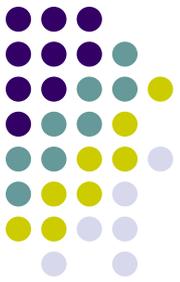
где

$$\overset{\boxminus}{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \boxtimes, x_{n_x}(t)),$$

$$\overset{\boxminus}{v}(t) = (v_1(t), v_2(t), \boxtimes, v_{n_v}(t)),$$

$$\overset{\boxminus}{h}(t) = (h_1(t), h_2(t), \boxtimes, h_{n_h}(t)),$$

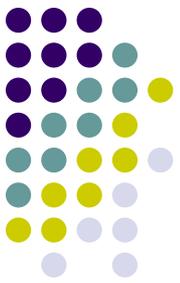
$$\overset{\boxminus}{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \boxtimes, y_{n_y}(t)).$$



Зависимость (1) называется **законом функционирования системы S**.

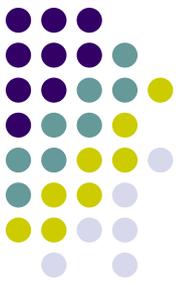
Может быть задан:

- в виде функции;
- в виде функционала;
- в виде логических условий;
- в алгоритмической форме;
- в табличной форме;
- в виде словесного правила соответствия.



Метод получения выходных характеристик $\bar{y}(t)$ с учетом входных воздействий $\bar{x}(t)$, воздействий внешней среды $\bar{v}(t)$ и собственных параметров системы $\bar{h}(t)$ называется **алгоритмом функционирования A_S** .

Один и тот же закон функционирования F_S системы S может быть реализован с помощью множества различных алгоритмов функционирования A_S .

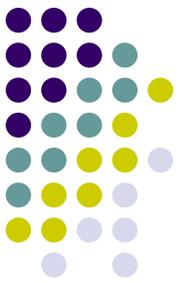


Математические модели вида (1) называют *динамическими моделями* (системами).

Являются описанием поведения объекта во времени (отражают его динамические свойства)

Статические модели описываются соотношениями вида

$$\overset{\Delta}{y} = f(\overset{\Delta}{x}, \overset{\Delta}{v}, \overset{\Delta}{h}). \quad (2)$$

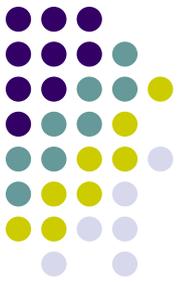


Множество значений характеристик системы \mathbf{S} в конкретные моменты времени будем называть *состояниями системы*.

Состояние системы \mathbf{S} в момент времени t описывается вектором

$$\vec{z}(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t)),$$

$z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t)$ (значения характеристик) могут быть интерпретированы как координаты точки в k -мерном фазовом пространстве.



Процесс функционирования системы можно рассматривать как последовательную смену состояний $(z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t))$.

Каждой реализации процесса соответствует некоторая *фазовая траектория*.

Совокупность всех возможных значений состояний $\{z(t)\}$ называется *пространством состояний Z* объекта моделирования.



Состояние системы в момент времени t^* ,
 $t_0 < t^* \leq T$, определяется:

начальными условиями $\bar{z}^0 = (z_1^0, z_2^0, \bar{x}, z_k^0)$,

где $z_1^0 = z_1(t_0)$, \bar{x} , $z_k^0 = z_k(t_0)$;

входными воздействиями $\bar{x}(t)$,

внутренними параметрами $\bar{h}(t)$,

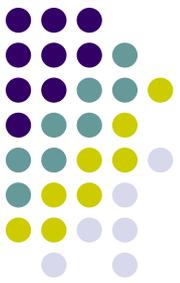
воздействиями внешней среды $\bar{v}(t)$

на промежутке
[t_0, t^*)

с помощью уравнений

$$\bar{z}(t) = \Phi(\bar{z}^0, \bar{x}(t), \bar{v}(t), \bar{h}(t), t), \quad (3)$$

$$\bar{y}(t) = F(\bar{z}(t), t). \quad (4)$$



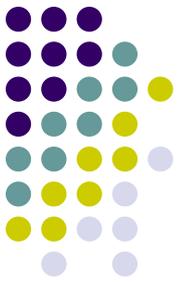
Уравнения (3)–(4) –
уравнения «вход – состояние – выход».

Можно записать в виде

$$\overset{\boxminus}{y}(t) = F \left[\Phi(\overset{\boxminus}{z}^0, \overset{\boxminus}{x}(t), \overset{\boxminus}{v}(t), \overset{\boxminus}{h}(t), t) \right]. \quad (5)$$

Таким образом:

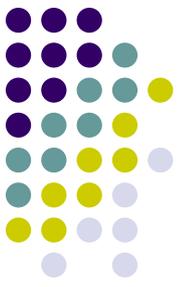
математическая модель объекта (реальной системы) –
это конечное подмножество переменных $\{\overset{\boxminus}{x}(t), \overset{\boxminus}{v}(t), \overset{\boxminus}{h}(t)\}$
вместе с математическими связями между ними и
характеристиками $\overset{\boxminus}{y}(t)$.



Если можно считать, что стохастические воздействия внешней среды $\overset{\Delta}{v}(t)$ и стохастические внутренние параметры $\overset{\Delta}{h}(t)$ отсутствуют, то модель называется *детерминированной*:

характеристики однозначно определяются входными воздействиями

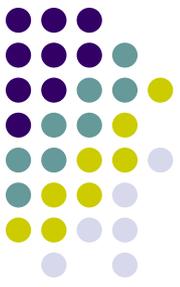
$$\overset{\Delta}{y}(t) = f(\overset{\Delta}{x}(t), t). \quad (6)$$



3. Проверка адекватности модели

- 1) Предварительная проверка по основным аспектам (выявление грубых ошибок).
 - Все ли существенные параметры включены в модель?
 - Нет ли в модели несущественных параметров?
 - Правильно ли отражены функциональные связи между параметрами?
 - Правильно ли определены ограничения на значения параметров?

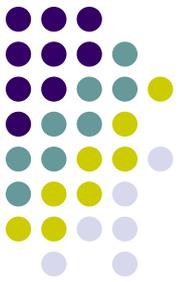
Желательно привлечение специалистов, не принимавших участия в разработке модели



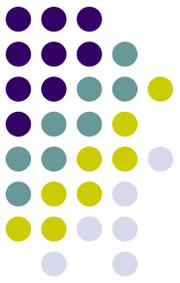
- 2) Реализация модели и проведение исследований: анализ результатов моделирования на соответствие известным свойствам исследуемого объекта.

Установление соответствия модели оригиналу:

- сравнение результатов моделирования с отдельными экспериментальными результатами, полученными при одинаковых условиях;
- использование других моделей;
- сопоставление структуры и функционирования модели с прототипом.



По результатам проверки принимается решение
о возможности практического использования модели
или
о проведении ее корректировки.

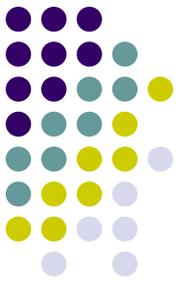


4. Корректировка модели

Возможно уточнение

- существенных параметров,
- ограничений на значения управляемых параметров,
- показателей исхода операции,
- связи показателей исхода операции с существенными параметрами,
- критерия эффективности.

После внесения изменений – снова оценка адекватности.



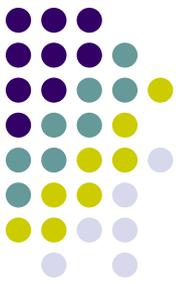
5. Оптимизация модели

Суть – в упрощении модели при заданном уровне адекватности.

Основные показатели, по которым выполняется оптимизация, – время и затраты средств для проведения исследований на модели.

В основе – преобразование моделей из одной формы в другую.

С использованием математических методов или эвристическим путем

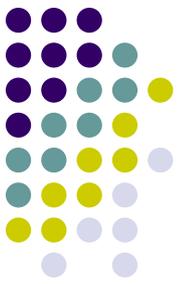


Рекомендации по уменьшению сложности модели.

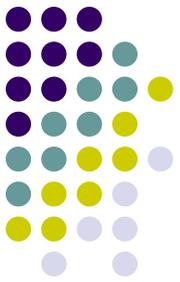
- Уменьшение числа переменных, достигаемое исключением несущественных переменных либо их объединением.

Процесс преобразования модели в модель с меньшим числом переменных и ограничений называют *агрегированием*.

- Изменение природы переменных параметров.
Замена переменных параметров постоянными, дискретных – непрерывными и т. д.



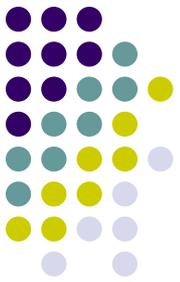
- Изменение функциональной зависимости между переменными.
Замена нелинейной зависимости линейной, дискретной функции распределения вероятностей – непрерывной и т. д.
- Изменение ограничений (добавление, исключение, модификация).
- Ограничение точности модели.
Точность результатов не может быть выше точности исходных данных.



Математические схемы

Математическая схема – звено при переходе от содержательного к формальному описанию процесса функционирования системы с учетом воздействия внешней среды.



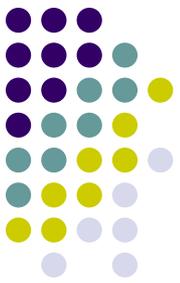


Математические схемы:

простота и наглядность,

НО

при существенном сужении возможностей
применения.



Типовые схемы

Основные подходы:

- *непрерывно-детерминированный* (например, дифференциальные уравнения);
- *дискретно-детерминированный* (конечные автоматы);
- *дискретно-стохастический* (вероятностные автоматы);
- *непрерывно-стохастический* (системы массового обслуживания);
- *обобщенный или универсальный* (агрегативные системы).