

# Принципы имитационного моделирования

---

Выполнил:  
ст. гр. СМ-10-18  
Возжина И.А.  
Проверил: доцент, к.ф.-м.н  
Михайлова Н.А.





*Моделирование* (в широком смысле) – основной метод исследований во всех областях знаний и научно обоснованный метод оценок характеристик сложных систем, используемый для принятия решений в различных сферах инженерной деятельности.



1. Классификационный признак – *средства построения модели.*

## Модели

- материальные (реальные),
- абстрактные (идеальные).

Материал для построения –  
средства окружающего  
материального мира

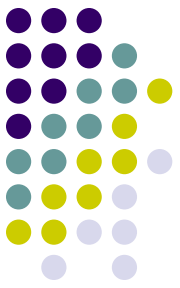
Конструкции, построенные  
средствами сознания, мышления

Абстрактные модели создаются посредством языка.

Неоднозначность естественного языка



для построения моделей – специализированные  
языки.



Если для создания модели используется язык математики, то модель называется *математической*.

Описывает существенные характеристики системы с помощью математических выражений

***Математическое моделирование*** – процесс установления соответствия данному реальному объекту некоторого математического объекта, называемого *математической моделью*, и исследование этой модели, позволяющее получать характеристики рассматриваемого реального объекта.

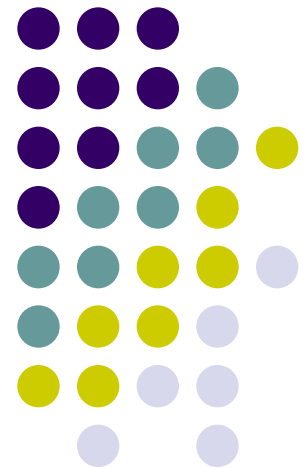


Вид математической модели зависит от

- природы реального объекта,
- задач исследования объекта,
- требуемой достоверности и точности решения задачи.

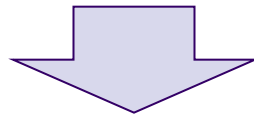
# Математические методы моделирования

## Обзор основных подходов





Исходная информация при построении математической модели функционирования системы – данные о назначении и условиях работы исследуемой (проектируемой) системы **S**.



- Основная цель моделирования системы;
- требования к разрабатываемой математической модели **M**.

# Этапы построения математической модели



## 1. Содержательное описание моделируемого объекта

Исходя из цели исследования устанавливаются

- совокупность элементов,
- взаимосвязи между элементами,
- возможные состояния каждого элемента,
- существенные характеристики состояний и соотношения между ними.

Например, фиксация того, что если значение одного параметра возрастает, то значение другого – убывает





В этом словесном описании возможны логические противоречия, неопределенности.

Такое предварительное представление системы называется *концептуальной моделью*.

На данном этапе применяются качественные методы описания систем, знаковые и языковые модели.



## 2. Формализация

- На основе содержательного описания определяется исходное множество характеристик системы.
- После исключения несущественных характеристик выделяются управляемые и неуправляемые параметры и производится символизация.
- Определяется система ограничений на значения управляемых параметров.
- Если ограничения не носят принципиальный характер, то ими пренебрегают.
- Формируются критерий эффективности и целевая функция модели.



При переходе от содержательного к формальному описанию объектов исследования – наибольшие затруднения и наиболее серьезные ошибки моделирования.

Как правило, процесс итеративный.



## Формальная модель объекта

Модель системы **S** можно представить в виде множества величин, описывающих процесс функционирования реальной системы:

- совокупность *входных воздействий* на систему  
 $x_i \in X, \quad i = 1, 2, \dots, n_X;$
- совокупность *воздействий внешней среды*  
 $v_l \in V, \quad l = 1, 2, \dots, n_V;$
- совокупность *внутренних (собственных) параметров* системы  
 $h_k \in H, \quad k = 1, 2, \dots, n_H;$
- совокупность *выходных характеристик* системы  
 $y_j \in Y, \quad j = 1, 2, \dots, n_Y.$



В общем случае подмножества  $X$ ,  $V$ ,  $H$  и  $Y$

- не пересекаются;
- содержат как детерминированные, так и стохастические составляющие;
- включают *управляемые* и *неуправляемые* переменные.

При моделировании системы

- входные воздействия,
  - воздействия внешней среды,
  - внутренние параметры системы;
  - выходные характеристики системы – *зависимые (эндогенные) переменные*.
- Независимые (экзогенные) переменные



Процесс функционирования системы  $S$  описывается во времени оператором  $F_S$  (преобразует экзогенные переменные в эндогенные) в соответствии с соотношениями вида

Выходная траектория

$$\overset{\boxminus}{y}(t) = F_S(\overset{\boxminus}{x}(t), \overset{\boxminus}{v}(t), \overset{\boxminus}{h}(t), t), \quad (1)$$

где

$$\overset{\boxminus}{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \boxtimes, x_{n_x}(t)),$$

$$\overset{\boxminus}{v}(t) = (v_1(t), v_2(t), \boxtimes, v_{n_v}(t)),$$

$$\overset{\boxminus}{h}(t) = (h_1(t), h_2(t), \boxtimes, h_{n_h}(t)),$$

$$\overset{\boxminus}{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \boxtimes, y_{n_y}(t)).$$



Зависимость (1) называется **законом функционирования системы S**.

Может быть задан:

- в виде функции;
- в виде функционала;
- в виде логических условий;
- в алгоритмической форме;
- в табличной форме;
- в виде словесного правила соответствия.



Метод получения выходных характеристик  $\bar{y}(t)$  с учетом входных воздействий  $\bar{x}(t)$ , воздействий внешней среды  $\bar{v}(t)$  и собственных параметров системы  $\bar{h}(t)$  называется **алгоритмом функционирования  $A_S$** .

Один и тот же закон функционирования  $F_S$  системы  $S$  может быть реализован с помощью множества различных алгоритмов функционирования  $A_S$ .





Математические модели вида (1) называют *динамическими моделями* (системами).

**Являются описанием поведения объекта во времени (отражают его динамические свойства)**

*Статические модели* описываются соотношениями вида

$$\overset{\text{в}}{y} = f(\overset{\text{в}}{x}, \overset{\text{в}}{v}, \overset{\text{в}}{h}). \quad (2)$$



Множество значений характеристик системы  $\mathbf{S}$  в конкретные моменты времени будем называть *состояниями системы*.

Состояние системы  $\mathbf{S}$  в момент времени  $t$  описывается вектором

$$\vec{z}(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t)),$$

$z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t)$  (значения характеристик) могут быть интерпретированы как координаты точки в  $k$ -мерном фазовом пространстве.



Процесс функционирования системы можно рассматривать как последовательную смену состояний  $(z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t))$ .

Каждой реализации процесса соответствует некоторая *фазовая траектория*.

Совокупность всех возможных значений состояний  $\{z(t)\}$  называется *пространством состояний  $Z$*  объекта моделирования.



Состояние системы в момент времени  $t^*$ ,  
 $t_0 < t^* \leq T$ , определяется:

начальными условиями  $\bar{z}^0 = (z_1^0, z_2^0, \dots, z_k^0)$ ,

где  $z_1^0 = z_1(t_0)$ ,  $\dots$ ,  $z_k^0 = z_k(t_0)$ ;

входными воздействиями  $\bar{x}(t)$ ,

внутренними параметрами  $\bar{h}(t)$ ,

воздействиями внешней среды  $\bar{v}(t)$

на промежутке  
[  $t_0$ ,  $t^*$  )

с помощью уравнений

$$\bar{z}(t) = \Phi(\bar{z}^0, \bar{x}(t), \bar{v}(t), \bar{h}(t), t), \quad (3)$$

$$\bar{y}(t) = F(\bar{z}(t), t). \quad (4)$$



Уравнения (3)–(4) –  
уравнения «вход – состояние – выход».

Можно записать в виде

$$\overset{\boxminus}{y}(t) = F \left[ \Phi(\overset{\boxminus}{z}^0, \overset{\boxminus}{x}(t), \overset{\boxminus}{v}(t), \overset{\boxminus}{h}(t), t) \right]. \quad (5)$$

Таким образом:

*математическая модель объекта* (реальной системы) –  
это конечное подмножество переменных  $\{\overset{\boxminus}{x}(t), \overset{\boxminus}{v}(t), \overset{\boxminus}{h}(t)\}$   
вместе с математическими связями между ними и  
характеристиками  $\overset{\boxminus}{y}(t)$ .



Если можно считать, что стохастические воздействия внешней среды  $\overset{\Delta}{v}(t)$  и стохастические внутренние параметры  $\overset{\Delta}{h}(t)$  отсутствуют, то модель называется *детерминированной*:

характеристики однозначно определяются входными воздействиями

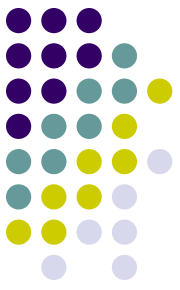
$$\overset{\Delta}{y}(t) = f(\overset{\Delta}{x}(t), t). \quad (6)$$



### 3. Проверка адекватности модели

- 1) Предварительная проверка по основным аспектам (выявление грубых ошибок).
  - Все ли существенные параметры включены в модель?
  - Нет ли в модели несущественных параметров?
  - Правильно ли отражены функциональные связи между параметрами?
  - Правильно ли определены ограничения на значения параметров?

**Желательно привлечение специалистов, не принимавших участия в разработке модели**



- 2) Реализация модели и проведение исследований: анализ результатов моделирования на соответствие известным свойствам исследуемого объекта.

Установление соответствия модели оригиналу:

- сравнение результатов моделирования с отдельными экспериментальными результатами, полученными при одинаковых условиях;
- использование других моделей;
- сопоставление структуры и функционирования модели с прототипом.





По результатам проверки принимается решение  
о возможности практического использования модели  
или  
о проведении ее корректировки.



## 4. Корректировка модели

Возможно уточнение

- существенных параметров,
- ограничений на значения управляемых параметров,
- показателей исхода операции,
- связи показателей исхода операции с существенными параметрами,
- критерия эффективности.

После внесения изменений – снова оценка адекватности.



## 5. Оптимизация модели

Суть – в упрощении модели при заданном уровне адекватности.

Основные показатели, по которым выполняется оптимизация, – время и затраты средств для проведения исследований на модели.

В основе – преобразование моделей из одной формы в другую.

**С использованием математических методов или эвристическим путем**



## *Рекомендации по уменьшению сложности модели.*

- Уменьшение числа переменных, достигаемое исключением несущественных переменных либо их объединением.

Процесс преобразования модели в модель с меньшим числом переменных и ограничений называют *агрегированием*.

- Изменение природы переменных параметров.  
Замена переменных параметров постоянными, дискретных – непрерывными и т. д.

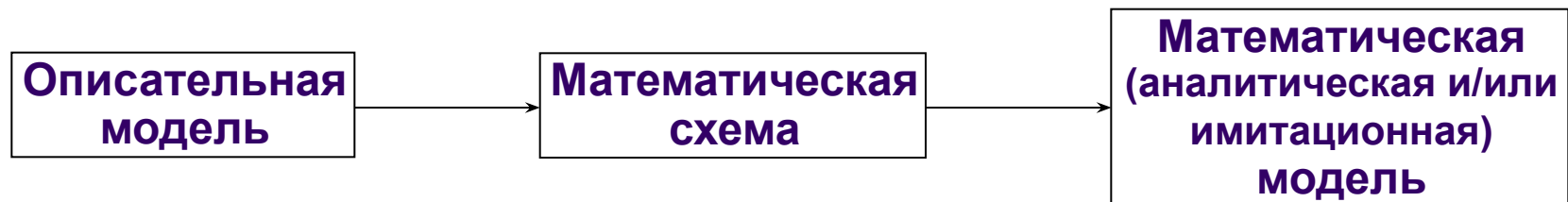


- Изменение функциональной зависимости между переменными.  
Замена нелинейной зависимости линейной, дискретной функции распределения вероятностей – непрерывной и т. д.
- Изменение ограничений (добавление, исключение, модификация).
- Ограничение точности модели.  
Точность результатов не может быть выше точности исходных данных.



# Математические схемы

*Математическая схема* – звено при переходе от содержательного к формальному описанию процесса функционирования системы с учетом воздействия внешней среды.





Математические схемы:

простота и наглядность,

НО

при существенном сужении возможностей  
применения.



# Типовые схемы

Основные подходы:

- *непрерывно-детерминированный* (например, дифференциальные уравнения);
- *дискретно-детерминированный* (конечные автоматы);
- *дискретно-стохастический* (вероятностные автоматы);
- *непрерывно-стохастический* (системы массового обслуживания);
- *обобщенный или универсальный* (агрегативные системы).