Логические основы работы ЭВМ

- Для описания логики функционирования аппаратных и программных средств ЭВМ используется **алгебра логики** или, как ее часто называют**, булева алгебра.** Основоположником этого раздела математики был Дж. Буль.
- Булева алгебра оперирует с логическими переменными, которые могут принимать только два значения: **истина или ложь**, обозначаемые соответственно 1 и 0.
- Как ранее отмечалось, основной системой счисления ЭВМ является двоичная СС, в которой также используются только две цифры: 1 и 0. Таким образом, одни и те же цифровые устройства ЭВМ могут применяться для обработки как числовой информации в двоичной СС, так и логических переменных. Это обуславливает универсальность (однотипность) схемной реализации процесса обработки информации в ЭВМ.
- Совокупность значений логических переменных *x1, x2, ..., xn* называется **набором переменных.**
- **Логической функцией** от набора логических переменных (аргументов) *F(x1, x2, ..., xn)* называется функция, которая может принимать только два значения: истина или ложь (1 или 0). Любая логическая функция может быть задана с помощью **таблицы истинности**, в левой части которой записываются возможные наборы аргументов, а в правой — соответствующие им значения функции. Логическую функцию порой называют **функцией алгебры логики** (ФАЛ).

- В случае большого числа аргументов табличный способ задания функции алгебры логики становится громоздким, поэтому ФАЛ удобно выражать через другие, более простые ФАЛ.
- Общее число ФАЛ *n* переменных определяется возведением числа 4 в степень *n*, т. е. 4^n. Существуют четыре ФАЛ одной логической переменной.

x	$F_0(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

$\overline{x}$

Функции $F_0(x) = 0$ и $F_3(x) = 1$ являются константами (функции не изменяются при изменении аргумента). Функция $F_1(x) = x$ повторяет значение аргумента x. Функция $F_2(x)$ называется **отрицанием** переменной или **инверсией** и обозначается так:

$$F(x) = x$$

- Число ФАЛ двух переменных *x1* и *x2* равно 16: *F0(x)* ... *F15(x)*. Шесть функций являются вырожденными: *F0(x)* = 0, *F3(x)* = *x1*, *F5(x)* = *x2*, *F10(x)* = , *F12(x)* = , *F15(x)* = 1.
- Из оставшихся десяти логических функций широкое распространение имеют функции *F1(x)* (**конъюнкция** или **логическое умножение**) и *F7(x)* (**дизъюнкция** или **логическое сложение**), которые совместно с функцией инверсии составляют функционально полную систему логических функций. С помощью этих трех функций можно представить (аналитически выразить) любую сколь угодно сложную логическую функцию. Очень важной для вычислительной техники является логическая функция **исключающее ИЛИ** (неравнозначность, сложение по модулю два). Функция исключающее ИЛИ обозначается символом $\oplus$. Ниже приведены таблицы истинности для этих трех функций.

x_2	x_1	$x_2 \vee x_1$	$x_2 \wedge x_1$	$x_2 \oplus x_1$
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	0

Инверсия	
x	x $\overline{x}$
0	1
1	0

- Логические переменные, объединенные знаками логических операций, составляют **логические выражения.** При определении значения логического выражения принято следующее старшинство **(приоритет)** логических операций: сначала выполняется инверсия, затем конъюнкция и в последнюю очередь — дизъюнкция. Для изменения указанного порядка используют скобки.
- Рассмотрим аксиомы, тождества и основные законы алгебры логики.
- В алгебре логики рассматриваются переменные, которые могут принимать только два значения: 0 и 1. Базируется алгебра логики на отношении эквивалентности и трех упомянутых ранее операциях: дизъюнкции (синонимы — логическое сложение, операция ИЛИ), конъюнкции (логическое умножение, операция И) и отрицании (инверсия, операция НЕ).
- Отношение эквивалентности обозначается знаком **=**.
- Дизъюнкция обозначается знаком $\vee$, а иногда символом **+**.
- Конъюнкция обозначается символом $\wedge$ либо точкой, которую можно опускать.
- Отрицание обозначается чертой над переменной

- Алгебра логики определяется следующей системой **аксиом**:
- $x = 0$, если $x \neq 1$.
- $x = 1$, если $x \neq 0$.
- $1 \vee 1 = 1$ $0 \wedge 0 = 0$
- $0 \vee 0 = 0$ $1 \wedge 1 = 1$
- $0 \vee 1 = 1 \vee 0 = 1$ $1 \wedge 0 = 0 \wedge 1 = 0$
- .
- Если в аксиомах произвести взаимную замену операций дизъюнкции и конъюнкции, а также элементов 0 и 1, то из одной аксиомы данной пары получается другая. Это свойство называется **принципом двойственности**.