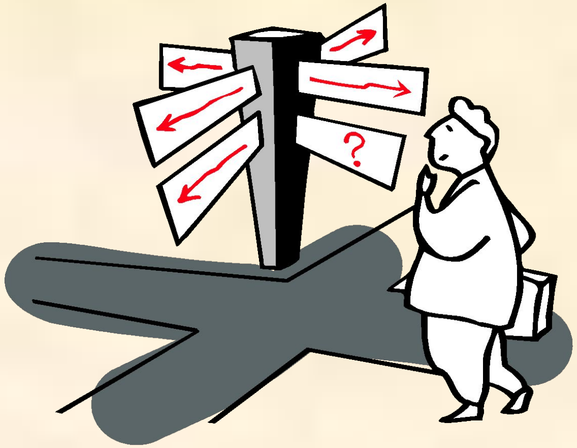
Основы логи

Оглавление:



Формы мышления

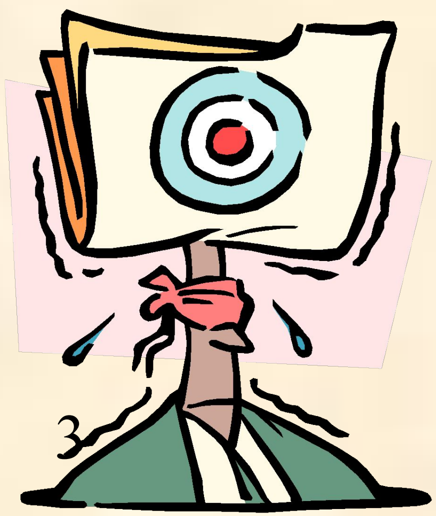
Первые учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Древнего Востока (Китай, Индия), но в основе современной логики лежат учения, созданные древнегреческими мыслителями. Основы формальной логики заложил Аристотель, который впервые отделил логические формы мышления (речи) от его содержания.

Законы логики отражают в сознании человека свойства, связи и отношения объектов окружающего мира. Логика позволяет строить формальные модели окружающего мира, отвлекаясь от содержательной стороны.

Мышление всегда осуществляется в каких-то формах.

Основными формами мышления являются :

- ПОНЯТИЕ
- ВЫСКАЗЫВАНИЕ
- УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ



ПОНЯТИЕ.

ЭТО ФОРМА МЫШЛЕНИЯ, ФИКСИРУЮЩАЯ ОСНОВНЫЕ, СУЩЕСТВЕННЫЕ ПРИЗНАКИ ОБЪЕКТА.

Например, понятие «компьютер» объединяет множество электронных устройств, которые предназначены для обработки информации и обладают монитором и клавиатурой. Даже по этому короткому описанию компьютер трудно спутать с другими объектами, например механизмами, служащими для перемещения по дорогам и хранящимися в гаражах, которые объединяются понятием «автомобиль».

ПОНЯТИЕ- имеет две стороны: содержание, объем.

Например, ***содержание*** понятия «персональный компьютер» можно раскрыть следующим образом: «Персональный компьютер - это универсальное электронное средство для автоматической обработки информации, предназначенное для одного пользователя».

Объем понятия определяется совокупностью предметов, на которую оно распространяется. Объем понятия «персональный компьютер» выражает всю совокупность (сотни миллионов) существующих в настоящее время в мире персональных компьютеров.

Высказывание

это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свой реальных предметов и отношениях между ними. Высказывание может быть либо истин либо ложно.

Например. «Два умножить на два равно четыре», это ***высказывание на естественном языке***. «2*2=4»- ***высказывание на формальном языке.***

«Процессор является устройством обработки информации» - **истинное высказывание**. «Процессор является устройством печати» **- ложное высказывание**.

Умозаключение

это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений (посылок) может быть получено новое суждение (заключение)

Например, если мы имеем **суждение « Все углы треугольника равны»,** то мы можем путем умозаключения доказать, что в этом случае **справедливо суждение «Этот треугольник равносторонний»**. Посылками умозаключения по правилам формальной логики могут быть только истинные суждения.

Вопросы.

1. Какие существуют основные формы мышления?
2. В чем состоит разница между содержанием и объемом понятия?
3. Может ли высказывание выражено в форме вопросительного предложения?
4. Как определяется истинность или ложность простого высказывания? Составного высказывания?

Алгебра высказывани

Алгебра высказываний была разработана для того, чтобы можно было определять истинность или ложность составных высказываний, не вникая в их содержание.

В алгебре высказываний суждениям (простым высказываниям) ставятся в соответствие логические переменные, обозначаемые прописными буквами латинского алфавита.

Рассмотрим два простых высказывания.

A = "Два умножить на два равно четырем"

B = "Два умножить на два равно пяти"

Высказывания могут быть истинными или ложными. Истинному высказыванию соответствует значение логической переменной 1, а ложному – значение 0.

A = "Два умножить на два равно четырем" **Истина A=1**

B = "Два умножить на два равно пяти" **Ложь B=0**

В алгебре высказываний высказывания обозначаются именами логических переменных, которые могут принимать лишь два значения: "истина" (1) и ложь (0).

В алгебре высказываний над высказываниями можно производить определенные логические операции.

- КОНЪЮНКЦИЯ
- ИМПЛИКАЦИЯ
- ИНВЕРСИЯ
- ЭКВИВАЛЕНЦИЯ
- ДИЗЪЮНКЦИЯ

Конъюнкция (логическое умножение).

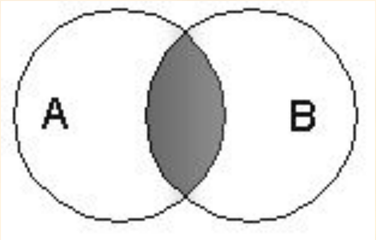
- в естественном языке соответствует союзу **и**;
- в алгебре высказываний обозначение **&**;
- в языках программирования обозначение **And**.

Объединение двух (или нескольких) высказываний в одно с помощью союза «и» называется операцией логического умножения или конъюнкцией.

Таблица истинности

A	*B*	*A&B*
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна



В алгебре множеств конъюнкции соответствует операция *пересечения множеств*, т.е. множеству получившемуся в результате умножения множеств *А* и *В* соответствует множество, состоящее из элементов, принадлежащих одновременно двум множествам.

«ИСТИНА» ?

«ЛОЖЬ»?

"(1) 2*2=5 И 3*3=10"

"(2) 2*2=5 И 3*3=9"

"(3) 2*2=4 И 3*3=10"

"(4) 2*2=4 И 3*3=9"

Фигура желтого цвета –истина

Фигура зеленого цвета – ложь.

Проверь себя!

Дизъюнкция (логическое сложение).

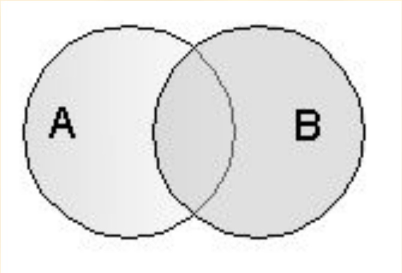
- в естественном языке соответствует союзу **или**;
- обозначение ∨ ;
- в языках программирования обозначение **Or**.

Объединение двух (или нескольких) высказываний в одно с помощью союза «или» называется операцией логического сложения или дизъюнкцией.

Таблица истинности

A	*B*	*A* ∨ *B*
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна



В алгебре множеств дизъюнкции соответствует операция *объединения множеств*, т.е. множеству получившемуся в результате сложения множеств *A* и *B* соответствует множество, состоящее из элементов, принадлежащих либо множеству *A*, либо множеству *B*.

«ИСТИНА» ? *«ЛОЖЬ»?*

"(1) 2*2=5 ИЛИ 3*3=10"

"(2) 2*2=5 ИЛИ 3*3=9"

"(3) 2*2=4 ИЛИ 3*3=10"

"(4) 2*2=4 ИЛИ 3*3=9"

Фигура желтого цвета –истина

Фигура зеленого цвета – ложь.

Проверь себя!

Инверсия (логическое отрицание) $F=\overline{A}$

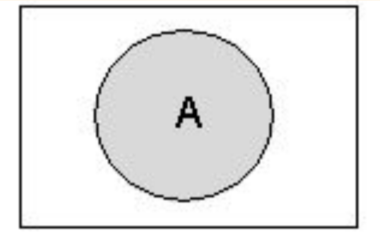
- в естественном языке соответствует словам **неверно, что...** и частице **не**;
- обозначение Ā **;**
- в языках программирования обозначение **Not**;

Присоединение частицы «не» к высказыванию называется операцией логического отрицания или инверсией.

Логическое отрицание (инверсия) делает истинное высказывание ложным и, наоборот, ложное –истинным.

Таблица истинности **Диаграмма Эйлера-Венна**

A	Ā
0	1
1	0



В алгебре множеств логическому отрицанию соответствует операция *дополнения до универсального множества*, т.е. множеству получившемуся в результате отрицания множества *A* соответствует множество , дополняющее его до универсального множества.

Импликация (логическое следование)

в естественном языке соответствует обороту **если ..., то ...**;

- обозначение $\Rightarrow$.

Импликация - это логическая операция, ставящая в соответствие каждым двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложно.

A	**B**	**A $\Rightarrow$ B**
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Пример.

<u>«Если выглядит солнце, то станет тепло»</u>

A= «Выглянет солнце»

B= «станет тепло»

<u>A $\Rightarrow$ B</u>

Эквиваленция (равнозначность)

- в естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае**;
- обозначения $\Leftrightarrow$, ~ .

Эквиваленция – это логическая операция, ставящая в соответствие каждым двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны. Таблица истинности эквиваленции:

A	**B**	**A $\Leftrightarrow$ B**
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример :«Людоед голоден тогда и только тогда, когда он давно не ел».

A =«людоед голоден»

B =«он давно не ел»

$A \Leftrightarrow B$

Пример№ 1

Высказывание : С= «Летом я поеду в деревню или в туристическую поездку».

А =«летом я поеду в деревню»

В = «летом я поеду в туристическую поездку»

Тогда С = А V В.

Пример № 2

С =«Неверно,что 4 делится на 3»

А= «4 делится на 3»

С = $\bar{A}$

Пример №3.

Вычислить значение логической формулы:

К = $\bar{A}$ **и** В **или** А **и** С,

где А=ложь, В = истина, С=истина

К = $\bar{A}$ **&** В **v** А **&** С = 1 & 1 v 0 & 1 = 1 (истина).

Логические выражения

Составные высказывания в алгебре логики записываются с помощью ***логических выражений***.

Логическое выражение – это запись, которая содержит логические переменные, обозначающие высказывания и знаки логических операций, обозначающие логические функции.

Для записи составного выражения необходимо:

- Выделить простые высказывания;
- Выделить логические связи между ними;

Запишите высказывания с помощью символов логики высказываний, обозначив простые высказывания P, Q, M, N, L, S, T

1. Водород бесцветен и не имеет запаха, тогда и только тогда, когда 7x7 = 49 и яблоко – фрукт.
2. Прозрачный лес один чернеет, И ель сквозь иней зеленеет, И речка подо льдом блестит.

(А.С.Пушкин)

3. В свободное время я люблю играть в волейбол или в шахматы.

Проверь!

Таблицы истинности.

<u>Определение:</u> Таблицу, показывающую, какие значения принимает составное высказывание при всех сочетаниях (наборах) значений входящих в него простых высказываний, называют ***таблицей истинности*** составного высказывания.

Для любого логического выражения достаточно просто построить таблицу истинности.

Алгоритм построения таблицы истинности:

1) подсчитать количество переменных n в логическом выражении;

2) определить число строк в таблице, которое равно $m = 2^n$;

3) подсчитать количество логических операций в логическом выражении и определить количество столбцов в таблице, которое равно количеству переменных плюс количество операций;

4) ввести названия столбцов таблицы в соответствии с последовательностью выполнения логических операций с учетом скобок и приоритетов;

5) заполнить столбцы входных переменных наборами значений;

6) провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции.

Порядок выполнения логических операций: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция.

Пример . Для формулы $A\&(B \vee \neg B \& \neg C)$ построить таблицу истинности алгебраически и с использованием электронных таблиц.

Количество логических переменных 3, следовательно, количество строк в таблице истинности должно быть $2^3 = 8$.

Количество логических операций в формуле 5, следовательно количество столбцов в таблице истинности должно быть 3 + 5 = 8.

A	B	C	$\neg B$	$\neg C$	$\neg B\&\neg C$	$B \vee (\neg B \& \neg C)$	$A\&(B \vee \neg B \& \neg C)$
0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1

Выполни самостоятельно следующие задания:

В рабочей тетради:

1. Построить таблицы истинности для следующих формул:

а) $A \vee (B \vee \neg B \Rightarrow \neg C)$

б) $A \,\&\, (B \,\&\, \neg B \Rightarrow \neg C)$

в) $A \vee (B \vee \neg B) \,\&\, A \vee (B \Rightarrow \neg C)$

2. Выбрать составное высказывание, имеющее ту же таблицу истинности, что и **не (не** *A* **и не(***B* **и** *C***))**.

1) *A* **и** *B* **или** *C* **и** *A*;

2) (*A* **или** *B*) **и** (*A* **или** *C*);

3) *A* **и** (*B* **или** *C*);

4) *A* **или** (**не** *B* **или не** *C*);

В электронных таблицах:

Докажите с помощью таблиц истинности равносильность следующих логических выражений:

а) $(A \Rightarrow B) \,\&\, (A \vee \neg B)$; б) $(A \Leftrightarrow B) \,\&\, (A \& B) \vee (\neg A \,\&\, \neg B)$.

Пример. Определите истинность составного высказывания: $(\bar{A} \,\&\, \bar{E}) \,\&\, (C \vee D)$, состоящего из простых высказываний:

A = {Принтер – устройство вывода информации},

E = {Процессор – устройство хранения информации},

C = {Монитор – устройство вывода информации},

D = {Клавиатура – устройство обработки информации}.

Сначала на основании знания устройства компьютера устанавливаем истинность простых высказываний: $A = 1$, $E = 0$, $C = 1$, $D = 0$.

Определим теперь истинность составного высказывания, используя таблицы истинности логических операций:

$$(\bar{A} \,\&\, \bar{E}) \,\&\, (1 \vee 0) = (0 \,\&\, 1) \,\&\, (1 \vee 0) = 0$$

Составное высказывание ложно.

Правильно!

Неверный ответ!!!

Проверь себя!

1. Водород бесцветен и не имеет запаха, тогда и только тогда, когда 7х7 = 49 и яблоко – фрукт.

(P V Q) ⇔ (M & N)

2. Прозрачный лес один чернеет, И ель сквозь иней зеленеет, И речка подо льдом блестит.

(P & Q & M)

(А.С.Пушкин)

3. В свободное время я люблю играть в волейбол или в шахматы.

(PVQ)