ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Лекция 3

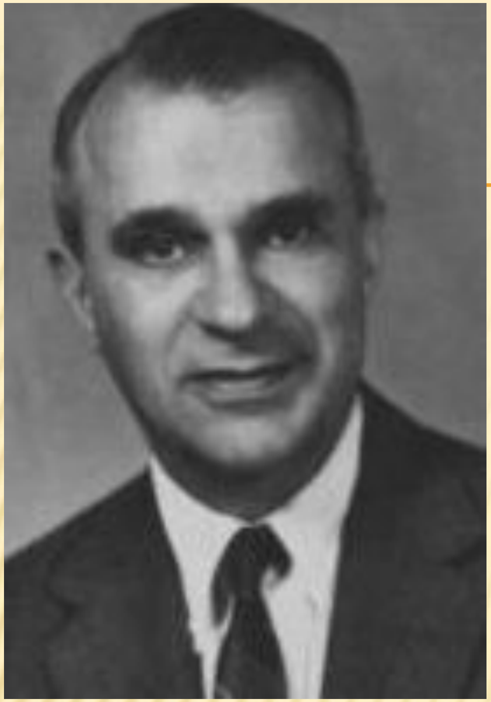
Лекцию читает

к.т.н., профессор

БОБРОВА

ЛЮДМИЛА ВЛАДИМИРОВНА

7. Балансовая модель Леонтьева



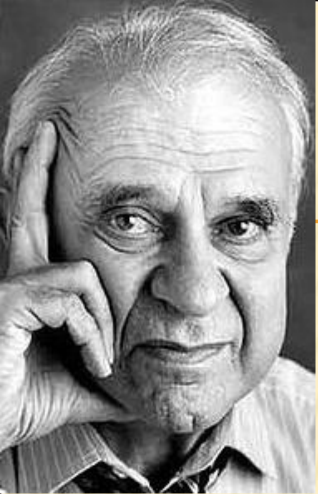
Васи́лий Васи́льевич Лео́нтьев - американский экономист российского происхождения.

Создатель теории межотраслевого анализа.

Лауреат Нобелевской премии по экономикеЛауреат Нобелевской премии по экономике за1973 годЛауреат Нобелевской премии по экономике за1973 год «за развитие метода „затраты — выпуск“.

Василий Леонтьев вырос в Петрограде в семье профессора экономических наук В.В. Леонтьева .

Учился в Ленинградском, потом в Берлинском университете. Работал в Гарварде.



Под руководством Василия Леонтьева осуществлено реформирование экономик стран – «азиатских тигров»:Южная Корея, Гонконг.

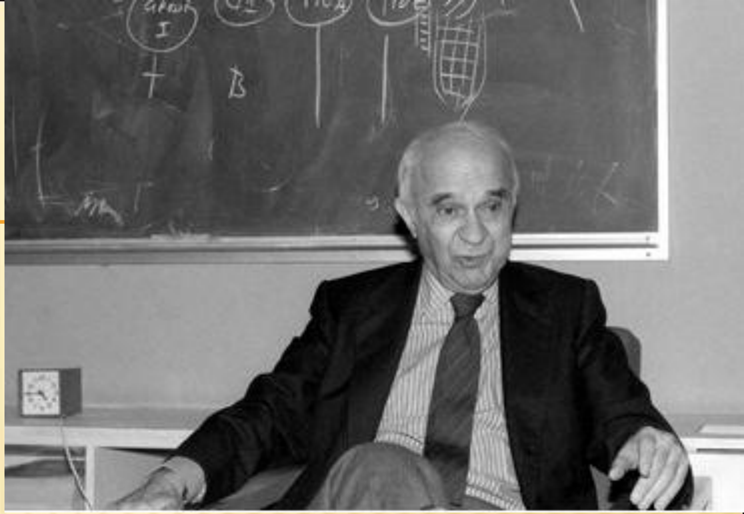
Из нищих эти страны стали процветающими.

С конца 1980-х годов Василий Леонтьев пытался повлиять на ход экономической реформы на исторической родине, предлагал свои услуги.

Леонтьев жёстко критиковал монетаристскую рыночную реформу, разрушающую всю систему централизованного планирования.

Однако правительство Е. Гайдара руководствовалось указаниями монетариста («рынок все отрегулирует») Джефри Сакса, до этого разрушившего экономику Аргентины.

В 1996-м Леонтьев вместе с другими американскими экономистами, лауреатами Нобелевской премии и пятью коллегами из России подписал обращение к президенту РФ.



Борису Ельцину предлагались основы новой экономической политики. Государство, доказывали американские и российские светила, должно играть значительно более важную роль в ней.

Увы, и это обращение тогдашние российские власти проигнорировали.

ПЛАНИРОВАНИЕ ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ. ПРИМЕР

Экономическая система состоит из трех отраслей.

Объёмы производства каждой отрасли за предыдущий период, текущее производственное потребление отраслей, а также прогнозируемый конечный спрос на будущий период приведены в табл.1.

Отрасли	Объемы производства отраслей	Производственное потребление за предыдущий период			Прогнозируемый конечный спрос
		Отрасль 1	**Отрасль 2**	**Отрасль 3**	
Отрасль 1	600	250	100	160	2000
Отрасль 2	1000	150	500	0	2000
Отрасль 3	800	0	300	400	3000

Таблица 1

Отрасли	Объемы производства отраслей	Производственное потребление за предыдущий период			Прогнозируемый конечный спрос
		Отрасль 1	**Отрасль 2**	**Отрасль 3**	
Отрасль 1	600	250	100	160	2000
Отрасль 2	1000	150	500	0	2000
Отрасль 3	800	0	300	400	3000

Определить: 1) Конечную продукцию отраслей за прошлый период.

2). План выпуска в следующем периоде, считая, что технология производства не изменилась.

РЕШЕНИЕ

1). МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1.1. Введем обозначения:

X_i – суммарный выпуск продукции отраслью i, $i = 1,2,3$;

x_{ij} – количество продукции отрасли i, необходимое для того, чтобы отрасль j произвела весь объем своей продукции;

Y_i – количество продукции отрасли i, оставшейся для внешнего потребления.

Отрасли	Объемы производства отраслей	Производственное потребление за предыдущий период			Прогнозируемый конечный спрос
		Отрасль 1	**Отрасль 2**	**Отрасль 3**	
Отрасль 1	600	250	100	160	2000
Отрасль 2	1000	150	500	0	2000
Отрасль 3	800	0	300	400	3000

Тогда взаимосвязь отраслей в процессе производства и потребления может быть выражена с помощью балансовой модели Леонтьева:

$$\begin{cases} X_1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} + Y_1 \\ X_2 = x_{21} + x_{22} + x_{23} + Y_2 \\ X_3 = x_{31} + x_{32} + x_{33} + Y_3 \end{cases} \quad (1)$$

Отрасли	Объемы производства отраслей	Производственное потребление за предыдущий период			Прогнозируемый конечный спрос
		Отрасль 1	**Отрасль 2**	**Отрасль 3**	
Отрасль 1	600	250	100	160	2000
Отрасль 2	1000	150	500	0	2000
Отрасль 3	800	0	300	400	3000

1.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЕЧНОЙ ПРОДУКЦИИ ЗА ПРОШЛЫЙ ПЕРИОД

Используя исходную табл. 1, получаем значение конечного спроса для первой отрасли :

$$Y_1^{П} = 600 - 250 - 10 - 160 = 90$$

Отрасли	Объемы производства отраслей	Производственное потребление за предыдущий период			Прогнозируемый конечный спрос
		Отрасль 1	**Отрасль 2**	**Отрасль 3**	
Отрасль 1	600	250	100	160	2000
Отрасль 2	1000	150	500	0	2000
Отрасль 3	800	0	300	400	3000

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЕЧНОЙ ПРОДУКЦИИ ЗА ПРОШЛЫЙ ПЕРИОД

Аналогичным образом вычислим конечную продукцию для второй отрасли:

$$Y_2^{\Pi} = 1000 - 150 - 500 - 0 = 350$$

Отрасли	Объемы производства отраслей	Производственное потребление за предыдущий период			Прогнозируемый конечный спрос
		Отрасль 1	**Отрасль 2**	**Отрасль 3**	
Отрасль 1	600	250	100	160	2000
Отрасль 2	1000	150	500	0	2000
Отрасль 3	800	0	300	400	3000

Самостоятельная работа 1

Задание. Вычислить значение конечного спроса для третьей отрасли

Варианты ответов: A. 2200. B. 100. C. 2300. D. 400.

Отрасли	Объемы производства отраслей	Производственное потребление за предыдущий период			Прогнозируемый конечный спрос
		Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3	
Отрасль 1	600	250	100	160	2000
Отрасль 2	1000	150	500	0	2000
Отрасль 3	800	0	300	400	3000

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЕЧНОЙ ПРОДУКЦИИ ЗА ПРОШЛЫЙ ПЕРИОД

$$Y_1^{П} = 600 - 250 - 10 - 160 = 90$$

$$Y_2^{П} = 1000 - 150 - 500 - 0 = 350$$

$$Y_3^{П} = 800 - 0 - 300 - 400 = 100$$

Отрасли	Объемы производства отраслей	Производственное потребление за предыдущий период			Прогнозируемый конечный спрос
		Отрасль 1	**Отрасль 2**	**Отрасль 3**	
Отрасль 1	600	250	100	160	2000
Отрасль 2	1000	150	500	0	2000
Отрасль 3	800	0	300	400	3000

1.3. Введем понятие технологических коэффициентов

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

Это количество продукции отрасли **i**, необходимое для того, чтобы отрасль **j** произвела **одну** единицу своей продукции.

Тогда $x_{ij}=a_{ij}X_J$ и система уравнений (1) равна

$$\begin{cases} X_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + Y_1 \\ X_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + Y_2 \\ X_3 = a_{31}X_1 + a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + Y_3 \end{cases} \quad (2)$$

или в матричной форме

$$\mathbf{X=AX+Y} \quad (3)$$

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

$$\begin{cases} X_1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} + Y_1 \\ X_2 = x_{21} + x_{22} + x_{23} + Y_2 \\ X_3 = x_{31} + x_{32} + x_{33} + Y_3 \end{cases} \quad (1)$$

X=AX + Y (3)

Здесь

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

- матрица технологических коэффициентов (матрица прямых затрат)

X – вектор-столбец выпуска продукции: $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$

Y – вектор-столбец конечного спроса: $Y^c = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix}$

1.4. Решаем систему уравнений (3):

$$X - AX = Y$$

$$X(E - A) = Y$$

Здесь **E** –единичная матрица.

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Тогда $\mathbf{X = (E - A)^{-1} Y}$ (4)

$S=(E\text{-}A)^{-1}$ называется матрицей полных затрат.

$\mathbf{X=AX + Y}$ (3)

Для того, чтобы система уравнений (4) имела единственное решение, необходимо, чтобы матрица прямых затрат **А** была **продуктивной**.

Продуктивность матрицы **А** означает, что экономическая система из трех отраслей может обеспечить прогнозируемый спрос при существующих технологиях.

*Матрица **А** будет продуктивной, если сумма элементов каждого её столбца положительна и строго меньше единицы.*

1.5. Расчет матрицы А прямых затрат

1.5.1. Выпишем данные о потреблении отраслей из таблицы

$$x_{11} = 250; \quad x_{12} = 100; \quad x_{13} = 160;$$

$$x_{21} = 150; \quad x_{22} = 500; \quad x_{23} = 0;$$

$$x_{31} = 0; \quad x_{32} = 300; \quad x_{33} = 400.$$

Отрасли	Объемы производства отраслей	Производственное потребление за предыдущий период			Прогнозируемый конечный спрос
		Отрасль 1	**Отрасль 2**	**Отрасль 3**	
Отрасль 1	600	250	100	160	2000
Отрасль 2	1000	150	500	0	2000
Отрасль 3	800	0	300	400	3000

1.5.2. Определим коэффициенты прямых затрат a_{ij}: (считаем, что технология производства не изменилась)

$$a_{11} = \frac{250}{600} = 0{,}417; \quad a_{12} = \frac{100}{1000} = 0{,}1; \quad a_{13} = \frac{160}{800} = 0{,}2;$$

$$a_{21} = \frac{150}{600} = 0{,}25; \quad a_{22} = \frac{500}{1000} = 0{,}5; \quad a_{23} = \frac{0}{800} = 0;$$

$$a_{31} = \frac{2}{600} = 0; \quad a_{32} = \frac{300}{1000} = 0{,}3; \quad a_{33} = \frac{400}{800} = 0{,}5.$$

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}417 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}25 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

Матрица прямых затрат

Отрасли	Объемы производства отраслей	Производственное потребление за предыдущий период			Прогнозируемый конечный спрос
		Отрасль 1	**Отрасль 2**	**Отрасль 3**	
Отрасль 1	600	250	100	160	2000
Отрасль 2	1000	150	500	0	2000
Отрасль 3	800	0	300	400	3000

1.6. Проверка продуктивности матрицы прямых затрат

Суммы элементов каждого столбца матрицы A соответственно равны:

$$0{,}417 + 0{,}25 + 0 = 0{,}667;$$

$$0{,}1 + 0{,}5 + 0{,}3 = 0{,}9;$$

$$0{,}2 + 0 + 0{,}5 = 0{,}7.$$

Следовательно, матрица A продуктивна, выражение (4) имеет смысл и вектор выпуска продукции Y неотрицателен.

Значит, для нахождения плана выпуска продукции X можно воспользоваться формулой $\mathbf{X = (E - A)^{-1}\, Y}$ (4)

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}417 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}25 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

Матрица **A** будет продуктивной, если сумма элементов каждого её столбца положительна и строго меньше единицы.

2). Реализация в ЭТ плана выпуска продукции

2.1. Ввести исходные данные в ячейки A1:D6.

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400

2.2. Вычисляем технологические коэффициенты в ячейках B7:D9:

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	**Объем производства**	**Потребление отраслей**		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	**Вычисление технологических коэффициентов**	=B4/A$4	=C4/A$5	=D4/A$6
8		=B5/A$4	=C5/A$5	=D5/A$6
9		=B6/A$4	=C6/A$5	=D6/A$6

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

В РЕЖИМЕ ПОКАЗА ВЫЧИСЛЕНИЙ:

	A	B	C	D
1		Смирнова Ольга		
2		Балансовая модель		
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	0,416667	0,1	0,2
8		0,25	0,5	0
9		0	0,3	0,5

2.3. Для проверки продуктивности матрицы А находим суммы ее элементов по столбцам - вводим в ячейку B11 формулу =СУММ (B7:B9);

- Копируем формулу в ячейки C11:D11.

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	=B4/A$4	=C4/A$5	=D4/A$6
8		=B5/A$4	=C5/A$5	=D5/A$6
9		=B6/A$4	=C6/A$5	=D6/A$6
10		Проверка продуктивности матрицы А		
11		=СУММ(B7:B9)	=СУММ(C7:C9)	=СУММ(D7:D9)

РЕЗУЛЬТАТ ВЫЧИСЛЕНИЙ:

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	0,416667	0,1	0,2
8		0,25	0,5	0
9		0	0,3	0,5
10		Проверка продуктивности матрицы А		
11		0,666667	0,9	0,7

Суммы по столбцам

2.4. Для проверки условия, что все суммы меньше единицы используем формулу:

=ИЛИ(B11>1;C11>1;D11>1)

При выполнении хотя бы одного условия (нарушение продуктивности) функция примет значение **ИСТИНА.**

	A	B	C	D	E	F
1	Смирнова Ольга					
2	Балансовая модель					
3	**Объем производства**	**Потребление отраслей**				
4	600	250	100	160		
5	1000	150	500	0		
6	800	0	300	400		
7	**Вычисление технологических коэффициентов**	0,416667	0,1	0,2		
8		0,25	0,5	0		
9		0	0,3	0,5		
10		**Проверка продуктивности матрицы А**				
11		0,666667	0,9	0,7		
12	1>=1;D11>=1)					
13						
14						
15						
16						
17						

Аргументы функции

ИЛИ

Логическое_значение1	B11>=1	= ЛОЖЬ
Логическое_значение2	C11>=1	= ЛОЖЬ
Логическое_значение3	D11>=1	= ЛОЖЬ

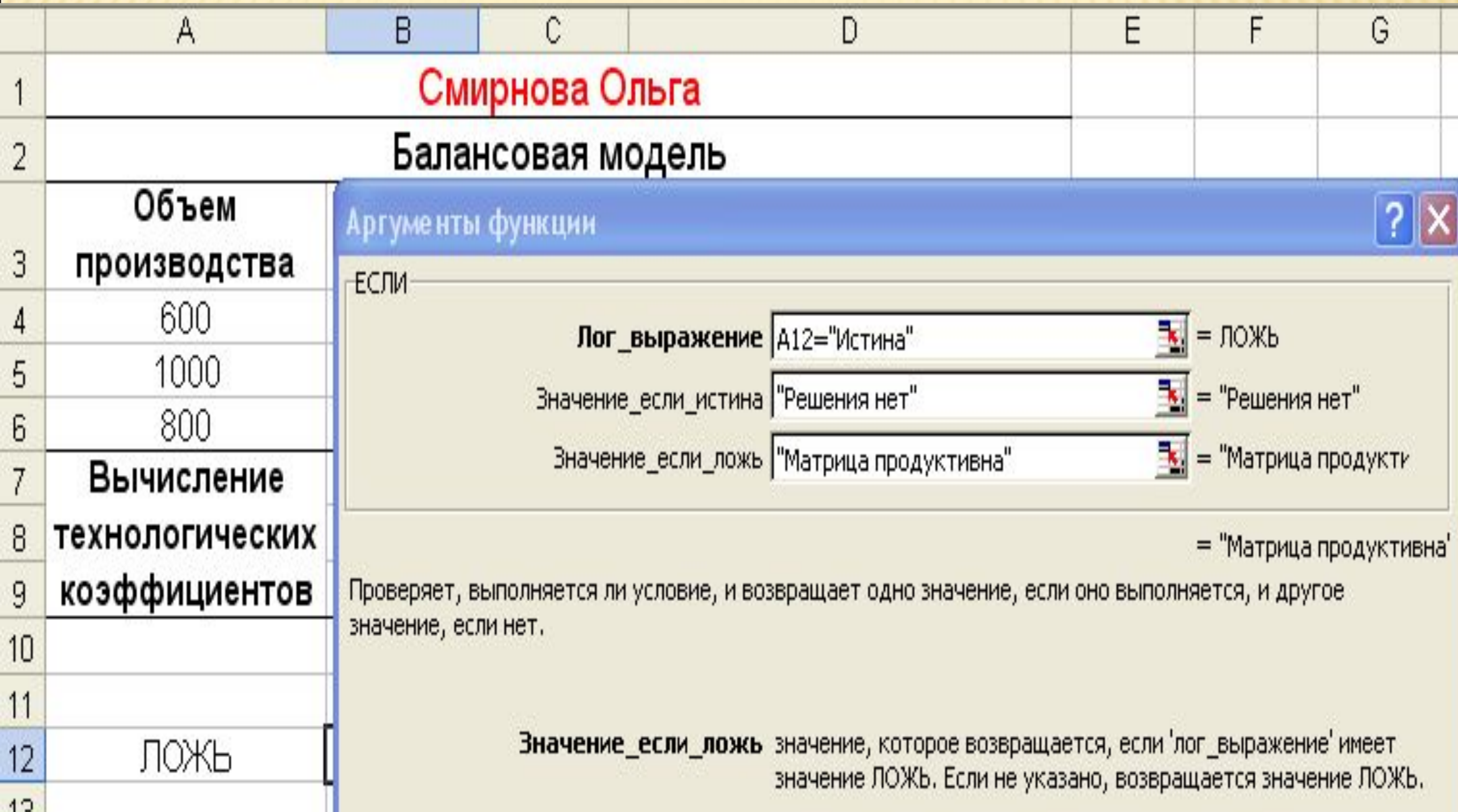
	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	=B4/A$4	=C4/A$5	=D4/A$6
8		=B5/A$4	=C5/A$5	=D5/A$6
9		=B6/A$4	=C6/A$5	=D6/A$6
10		Проверка продуктивности матрицы А		
11		=СУММ(B7:B9)	=СУММ(C7:C9)	=СУММ(D7:D9)
12	=ИЛИ(B11>=1;C11>=1;D11>=1)			

Матрица продуктивна

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	0,416667	0,1	0,2
8		0,25	0,5	0
9		0	0,3	0,5
10		Проверка продуктивности матрицы А		
11		0,666667	0,9	0,7
12	ЛОЖЬ			

2.5. Вводим условие проверки продуктивности матрицы:

=ЕСЛИ(А12=“ИСТИНА”;”Решения нет ”;” Матрица продуктивна”)



	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	=B4/A$4	=C4/A$5	=D4/A$6
8		=B5/A$4	=C5/A$5	=D5/A$6
9		=B6/A$4	=C6/A$5	=D6/A$6
10		Проверка продуктивности матрицы А		
11		=СУММ(B7:B9)	=СУММ(C7:C9)	=СУММ(D7:D9)
12	=ИЛИ(B11>=1;C11>=1;D11>=1)	=ЕСЛИ(A12="Истина";"Решения нет";"Матрица продуктивна")		

РЕЗУЛЬТАТ ВЫЧИСЛЕНИЙ

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	0,416667	0,1	0,2
8		0,25	0,5	0
9		0	0,3	0,5
10		Проверка продуктивности матрицы А		
11		0,666667	0,9	0,7
12	ЛОЖЬ	Матрица продуктивна		

- 2.6. Вводим единичную матрицу E в ячейки B13:D15;

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	**Объем производства**	**Потребление отраслей**		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	**Вычисление технологических коэффициентов**	0,416667	0,1	0,2
8		0,25	0,5	0
9		0	0,3	0,5
10		**Проверка продуктивности матрицы А**		
11		0,666667	0,9	0,7
12	ЛОЖЬ	Матрица продуктивна		
13	**Единичная матрица**	1	0	0
14		0	1	0
15		0	0	1

- 2.7. Вводим в ячейку B16 формулу =B13-B7;
- Копируем в ячейки B17:B18;
- Выделенные ячейки B16:B18 копируем в столбцы C и D.

	A	B	C	D
1		Смирнова Ольга		
2		Балансовая модель		
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	=B4/A$4	=C4/A$5	=D4/A$6
8		=B5/A$4	=C5/A$5	=D5/A$6
9		=B6/A$4	=C6/A$5	=D6/A$6
10		Проверка продуктивности матрицы А		
11		=СУММ(B7:B9)	=СУММ(C7:C9)	=СУММ(D7:D9)
12	=ИЛИ(B11>=1;C11>	=ЕСЛИ(A12="Истина";"Решения нет";"Матрица продуктивна")		
13	Единичная матрица	1	0	0
14		0	1	0
15		0	0	1
16	Вычисление Е-А	=B13-B7	=C13-C7	=D13-D7
17		=B14-B8	=C14-C8	=D14-D8
18		=B15-B9	=C15-C9	=D15-D9

РЕЗУЛЬТАТ ВЫЧИСЛЕНИЙ

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	0,416667	0,1	0,2
8		0,25	0,5	0
9		0	0,3	0,5
10		Проверка продуктивности матрицы А		
11		0,666667	0,9	0,7
12	ЛОЖЬ	Матрица продуктивна		
13	Единичная матрица	1	0	0
14		0	1	0
15		0	0	1
16	Вычисление Е-А	0,583333	-0,1	-0,2
17		-0,25	0,5	0
18		0	-0,3	0,5

2.8. Вычисление обратной матрицы: выделить диапазон B19:D21; ввести формулу; нажать Ctrl+Shift+Enter

	A	B	C	D
1		Смирнова Ольга		
2		Балансовая модель		
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	=B4/A$4	=C4/A$5	=D4/A$6
8		=B5/A$4	=C5/A$5	=D5/A$6
9		=B6/A$4	=C6/A$5	=D6/A$6
10		Проверка продуктивности матрицы А		
11		=СУММ(B7:B9)	=СУММ(C7:C9)	=СУММ(D7:D9)
12	=ИЛИ(B11>=1;C11	=ЕСЛИ(A12="Истина";"Решения нет";"Матрица продуктивна")		
13	Единичная матрица	1	0	0
14		0	1	0
15		0	0	1
16	Вычисление Е-А	=B13-B7	=C13-C7	=D13-D7
17		=B14-B8	=C14-C8	=D14-D8
18		=B15-B9	=C15-C9	=D15-D9
19	Вычисление обратной матрицы	=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)
20		=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)
21		=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)

РЕЗУЛЬТАТ ВЫЧИСЛЕНИЙ:

	A	B	C	D
1		Смирнова Ольга		
2		Балансовая модель		
3	Объем производства	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	Вычисление технологических коэффициентов	0,416667	0,1	0,2
8		0,25	0,5	0
9		0	0,3	0,5
10		Проверка продуктивности матрицы А		
11		0,666667	0,9	0,7
12	ЛОЖЬ	Матрица продуктивна		
13	Единичная матрица	1	0	0
14		0	1	0
15		0	0	1
16	Вычисление Е-А	0,583333	-0,1	-0,2
17		-0,25	0,5	0
18		0	-0,3	0,5
19	Вычисление обратной матрицы	2,112676	0,92958	0,845070423
20		1,056338	2,46479	0,422535211
21		0,633803	1,47887	2,253521127

2.9. Ввод данных **о спросе** на будущий период в **B22:B24**.

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	**Объем производства**	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	**Вычисление технологических коэффициентов**	0,41667	0,1	0,2
8		0,25	0,5	0
9		0	0,3	0,5
10		**Проверка продуктивности матрицы А**		
11		0,66667	0,9	0,7
12	ЛОЖЬ	Матрица продуктивна		
13	**Единичная матрица**	1	0	0
14		0	1	0
15		0	0	1
16	**Вычисление Е-А**	0,58333	-0,1	-0,2
17		-0,25	0,5	0
18		0	-0,3	0,5
19	**Вычисление обратной матрицы**	2,11268	0,92958	0,845070423
20		1,05634	2,46479	0,422535211
21		0,6338	1,47887	2,253521127
22	**Спрос на будущий период**	2000		
23		2000		
24		3000		

2.10. Расчет плана выпуска: выделить диапазон D22:D24; ввести формулу; нажать Ctrl+Shift+Enter

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	**Объем производства**	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	**Вычисление технологических коэффициентов**	=B4/A$4	=C4/A$5	=D4/A$6
8		=B5/A$4	=C5/A$5	=D5/A$6
9		=B6/A$4	=C6/A$5	=D6/A$6
10		**Проверка продуктивности матрицы А**		
11		=СУММ(B7:B9)	=СУММ(C7:C9)	=СУММ(D7:D9)
12	=ИЛИ(B11>=1;C11	=ЕСЛИ(A12="Истина";"Решения нет";"Матрица продуктивна")		
13	**Единичная матрица**	1	0	0
14		0	1	0
15		0	0	1
16	**Вычисление Е-А**	=B13-B7	=C13-C7	=D13-D7
17		=B14-B8	=C14-C8	=D14-D8
18		=B15-B9	=C15-C9	=D15-D9
19	**Вычисление обратной матрицы**	=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)
20		=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)
21		=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)	=МОБР(B16:D18)
22	**Спрос на будущий период**	2000	**План выпуска продукции**	=МУМНОЖ(B19:D21;B22:B24)
23		2000		=МУМНОЖ(B19:D21;B22:B24)
24		3000		=МУМНОЖ(B19:D21;B22:B24)

	A	B	C	D
1	Смирнова Ольга			
2	Балансовая модель			
3	**Объем производства**	Потребление отраслей		
4	600	250	100	160
5	1000	150	500	0
6	800	0	300	400
7	**Вычисление технологических коэффициентов**	0,41667	0,1	0,2
8		0,25	0,5	0
9		0	0,3	0,5
10		**Проверка продуктивности матрицы А**		
11		0,66667	0,9	0,7
12	ЛОЖЬ	Матрица продуктивна		
13	**Единичная матрица**	1	0	0
14		0	1	0
15		0	0	1
16	**Вычисление Е-А**	0,58333	-0,1	-0,2
17		-0,25	0,5	0
18		0	-0,3	0,5
19	**Вычисление обратной матрицы**	2,1127	0,9296	0,8451
20		1,0563	2,4648	0,4225
21		0,6338	1,4789	2,2535
22	**Спрос на будущий период**	2000	**План выпуска продукции**	8619,72
23		2000		8309,86
24		3000		10985,92

8. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Оптимизация – это выбор наилучшего в некотором смысле решения.

Математическое (оптимальное) программирование -
раздел математики, разрабатывающий теорию и методы оптимизации управленческих и экономических задач.

8.1. Задача распределения ресурсов

ПРИМЕР 1

Для производства двух видов продукции фирма использует два вида ресурсов:

ресурс1 – сырье,

ресурс 2 – время изготовления продукции на оборудовании.

Запасы ресурсов, нормы затрат каждого ресурса на единицу каждого продукта и рыночные цены приведены в табл.1.

Таблица 1

Ресурс	Нормы затрат на одну ед. продукции		Запас ресурса
	продукт1	продукт2	
сырье	5	10	1000
время изготовления	0,1	0,3	25
цена за ед. продукции	40	100	

Требуется найти план выпуска продукции, который обеспечивает **максимальную** выручку.

8.1.1. Построение математической модели

Обозначим: x_1 – план выпуска продукции 1,

x_2 – план выпуска продукции 2.

Тогда затраты сырья, необходимые для реализации плана x_1, x_2, будут равны:

$$5x_1 + 10x_2$$

Ресурс	Нормы затрат на одну ед. продукции		Запас ресурса
	продукт1	продукт2	
сырье	5	10	1000
время изготовления	0,1	0,3	25
цена за ед. продукции	40	100	

Тогда затраты времени изготовления, необходимые для реализации плана x_1, x_2, будут равны:

$$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2$$

Ресурс	Нормы затрат на ед. продукции		Запас ресурса
	продукт1	продукт2	
сырье	5	10	1000
время изготовления	0,1	0,3	25
цена за ед. продукции	40	100	

План $X = (x_1, x_2)$ будет **допустимым**,

если затраты каждого ресурса не превосходят их запасов, т. е. выполняются неравенства:

$$5x_1 + 10x_2 \le 1000$$

$$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 \le 25$$

Ресурс	Нормы затрат на ед. продукции		Запас ресурса
	продукт1	продукт2	
сырье	5	10	1000
время изготовления	0,1	0,3	25
цена за ед. продукции	40	100	

Целевой функцией будет **общая стоимость Z** реализации плана (выручка) x_1, x_2:

Ресурс	Нормы затрат на ед. продукции		Запас ресурса
	продукт1	продукт2	
сырье	5	10	1000
время изготовления	0,1	0,3	25
цена за ед. продукции	40	100	

$$Z=40x_1+100x_2.$$

Итак, необходимо найти план выпуска продукции x1, x2, который обеспечивает максимальную выручку

$$\max Z = 40\,x_1 + 100\,x_2,$$

при выполнении ограничений

$$5\,x_1 + 10\,x_2 \le 1000,$$
$$0{,}1\,x_1 + 0{,}3\,x_2 \le 25,$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$$

Это **стандартная задача** линейного программирования

Пример 2

Проверить является ли план $x_1 = 10$, $x_2 = 100$ допустимым.

Решение. Найдем затраты ресурсов на производство. Для выполнения этого плана потребуется

$5x_1 + 10x_2 = 5 \cdot 10 + 10 \cdot 100 =$ **1050** кг сырья и

$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 = 0{,}1 \cdot 10 + 0{,}3 \cdot 100 =$ **31** час работы оборудования.

Такой план выпуска **недопустим**, так как для его выполнения недостаточно ресурсов.

$5x_1 + 10x_2 \le$ **1000**,

$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 \le$ **25**,

Самостоятельная работа 1

Задание. В условиях *Примера 1* проверить допустимость плана решения при x_1=20, x_2= 50

Варианты ответов:

A. Допустимый.

B. Недопустимый.

$$5x_1 + 10x_2 \le \mathbf{1000},$$
$$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 \le \mathbf{25},$$

СВЕРИМ ОТВЕТЫ?

$x_1=20, \quad x_2= 50$

Для выполнения этого плана потребуется

$5x_1+10x_2 = 5\cdot 20 +10\cdot 50 =$ **600** кг сырья и

$0{,}1x_1+ 0{,}3x_2 = 0{,}1\cdot 20 + 0{,}3\cdot 50 =$ **17** час работы оборудования.

План выпуска **допустим**,
для его выполнения достаточно ресурсов.

$5\, x_1 + 10\, x_2 \le$ **1000**,
$0{,}1\, x_1 + 0{,}3\, x_2 \le$ **25**,

Пример 3

Для задачи Примера 1 найти выручку от реализации плана $x_1=10$, $x_2= 100$.

Решение.

Выручка определяется целевой функцией

$$Z=40x_1+100x_2.$$

Значит,

$Z=40*10+100*100 = 10400$ (у.е.).

Самостоятельная работа 2

Задание. В условиях *Примера 1* найти выручку от реализации плана $x_1=20$, $x_2=50$

Варианты ответов: **A. 3000** **B. 3800** **C. 5800** **D. 2900**

$$Z=40x_1+100x_2$$

СВЕРИМ ОТВЕТЫ?

$x_1 = 20, \quad x_2 = 50$

Выручка определяется целевой функцией:

$Z = 40*20+100*50 = 5800$ (у.е.).

$Z = 40x_1 + 100x_2$

Пример 4

Для задачи Примера 1 найти остаток ресурсов при плане $x_1=50$, $x_2= 50$.

Решение

Для выполнения этого плана потребуется

$5x_1+10x_2 = 5\cdot 50 +10\cdot 50 =$ **750** кг сырья и

$0{,}1x1+ 0{,}3x2 = 0{,}1\cdot 50 + 0{,}3\cdot 50 =$ **20** час работы оборудования.

Остатки ресурсов:

$s_1= 1000 – 750 = 250$

$s_2 = 25 – 20 = 5$

$5\,x_1 +10\,x_2 \le 1000,$
$0{,}1\,x_1 + 0{,}3\,x_2 \le 25,$
$x_1\ge 0, \quad x_2\ge 0.$

Самостоятельная работа 3

Задание. В условиях *Примера 1* найти остаток ресурсов при плане $x_1=30$, $x_2=70$

Варианты ответов:

A. 150; 3 B. 150; 1

C. 250; 1 D. 250; 3

$5x_1 + 10x_2 \le 1000,$
$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 \le 25,$
$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$

СВЕРИМ ОТВЕТЫ?

$x_1=30, \quad x_2=70$

Для выполнения этого плана потребуется

$5x_1+10x_2 = 5\cdot 30 + 10\cdot 70 =$ **850** кг сырья и

$0{,}1x_1+0{,}3x_2 = 0{,}1\cdot 30 + 0{,}3\cdot 70 =$ **24** час работы оборудования.

Остатки ресурсов:

$s_1 = 1000 - 850 = 150$

$s_2 = 25 - 24 = 1$

$5x_1 + 10x_2 \le 1000,$
$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 \le 25,$
$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$

Самостоятельная работа 4

Вопрос из теста

В таблице данных задачи распределения ресурсов найти затраты сырья на единицу второго продукта.

Ресурс	Нормы затрат на ед.		Запас ресурса
	продукт 1	продукт 2	
сырье	10	30	2000
время	15	20	6000
цена ед.	$c_1=200$	$c_2=250$	

1. 15;
2. 30;
3. 10;
4. 200;
5. 20.

Самостоятельная работа 5

Вопрос из теста

Найти в таблице запас сырья.

Ресурс	Нормы затрат на ед.		Запас ресурса
	продукт 1	продукт 2	
сырье	10	30	2000
время	15	20	6000
цена ед.	$c_1=200$	$c_2=250$	

1. 200;
2. 600;
3. 2000;
4. 250;
5. 15.

Самостоятельная работа 6

Вопрос из теста

Найти в таблице цену за единицу второго продукта.

Ресурс	Нормы затрат на ед.		Запас ресурса
	продукт 1	продукт 2	
сырье	10	30	2000
время	15	20	6000
цена ед.	$c_1=200$	$c_2=250$	

1. 200;
2. 250;
3. 10;
4. 600;
5. 30.

Самостоятельная работа 7

Вопрос из теста

Пусть x_1=20 – план выпуска продукции 1,
Найти затраты сырья на производство этого плана.

Ресурс	Нормы затрат на ед.		Запас ресурса
	продукт 1	продукт 2	
сырье	10	30	2000
время	15	20	6000
цена ед.	c_1=200	c_2 =250	

1. 0;
2. 50;
3. 7;
4. 15;
5. 200

Самостоятельная работа 8

Вопрос из теста

Пусть x_2 =10 - план выпуска продукции 2. Найти затраты сырья на производство этого плана.

Ресурс	Нормы затрат на ед.		Запас ресурса
	продукт 1	продукт 2	
сырье	10	30	2000
время	15	20	6000
цена ед.	c_1=200	c_2=250	

1 0;
4. 300;
5. 7;
6. 15;
7. 80.

Самостоятельная работа 9

Вопрос из теста

Пусть x_1=20 – план выпуска продукции 1, x_2 =10 - план выпуска продукции 2. Найти затраты сырья на производство этого плана.

Ресурс	Нормы затрат на ед.		Запас ресурса
	продукт 1	продукт 2	
сырье	10	30	2000
время	15	20	6000
цена ед.	c_1=200	c_2 =250	

1. 0;
2. 500;
3. 7;
4. 15;
5. 10.

Самостоятельная работа 10

Вопрос из теста

Пусть $x_1=20$ – план выпуска продукции 1, $x_2=10$ - план выпуска продукции 2. Найти остаток сырья.

Ресурс	Нормы затрат на ед.		Запас ресурса
	продукт 1	продукт 2	
сырье	10	30	2000
время	15	20	6000
цена ед.	$c_1=200$	$c_2=250$	

1. 300;
2. 1000;
3. 1500;
4. 600;
5. 90.

Самостоятельная работа 11

Вопрос из теста

Пусть x_1=20 – план выпуска продукции 1, x_2 =10 - план выпуска продукции 2. Найти выручку от реализации плана.

Ресурс	Нормы затрат на ед.		Запас ресурса
	продукт 1	продукт 2	
сырье	10	30	2000
время	15	20	6000
цена ед.	c_1=200	c_2 =250	

1. 6500;
2. 4000;
3. 5000;
4. 900;
5. 3000.

8.1.2. Определение оптимального плана производства графическим методом

Построим множество допустимых решений. Проведем прямые

$5x_1 + 10x_2 = 1000$: $x_1 = 0$; $10x_2 = 1000$

$x_2 = 1000/10 = 100$,

$x_2 = 0$; $5x_1 = 1000$

$x_1 = 1000/5 = 200$.

$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 = 25$: $x_1 = 0$; $0{,}3x_2 = 25$

$x_2 = 25/0{,}3 = 250/3 = 83{,}3$,

$x_2 = 0$; $0{,}1x_1 = 25$

$x_1 = 25/0{,}1 = 250$.

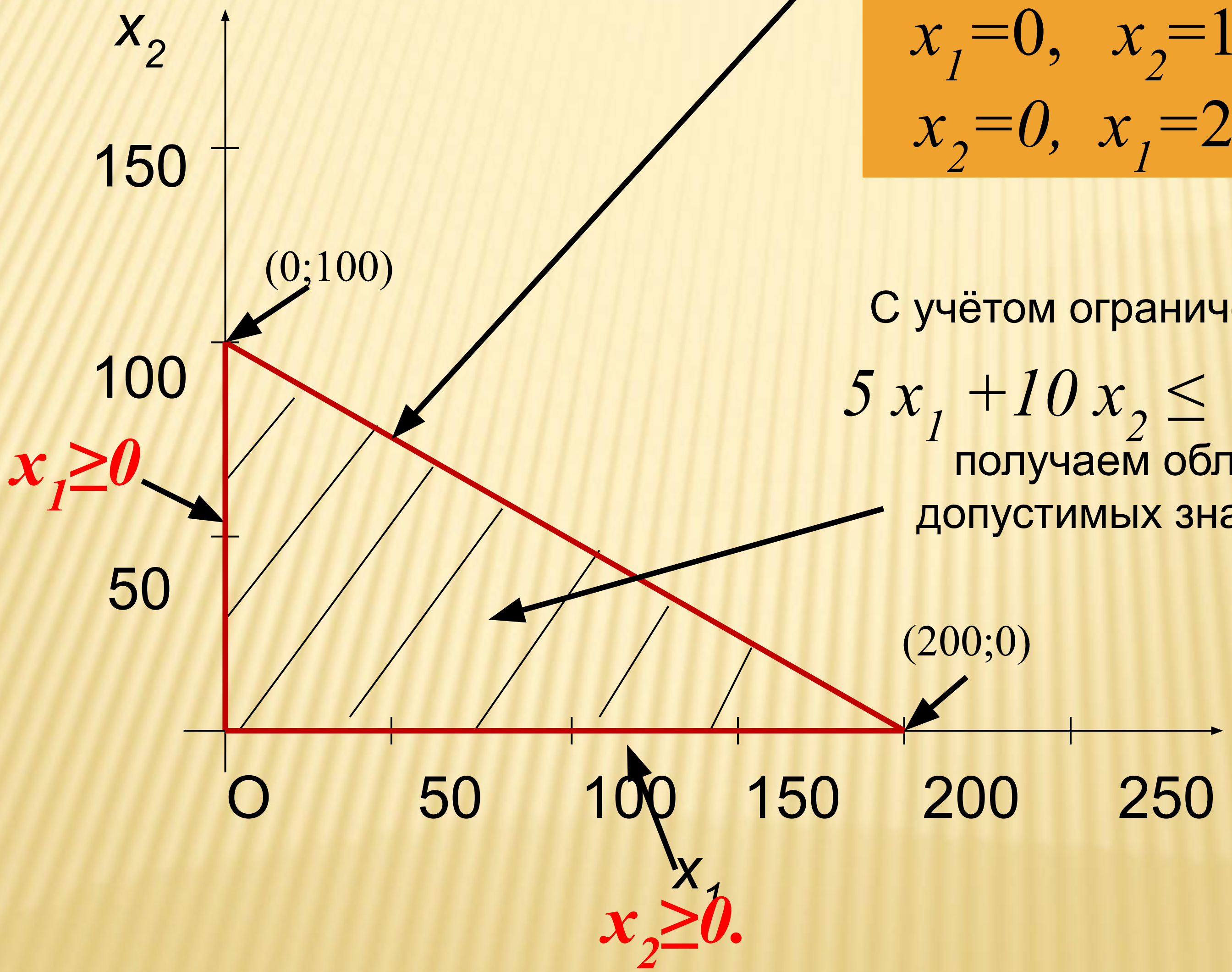
$$5x_1 + 10x_2 \le 1000,$$
$$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 \le 25,$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$$

Строим прямую

$$5\,x_1 + 10\,x_2 = 1000$$

$x_1 = 0,\ \ x_2 = 100,$

$x_2 = 0,\ \ x_1 = 200.$



С учётом ограничения

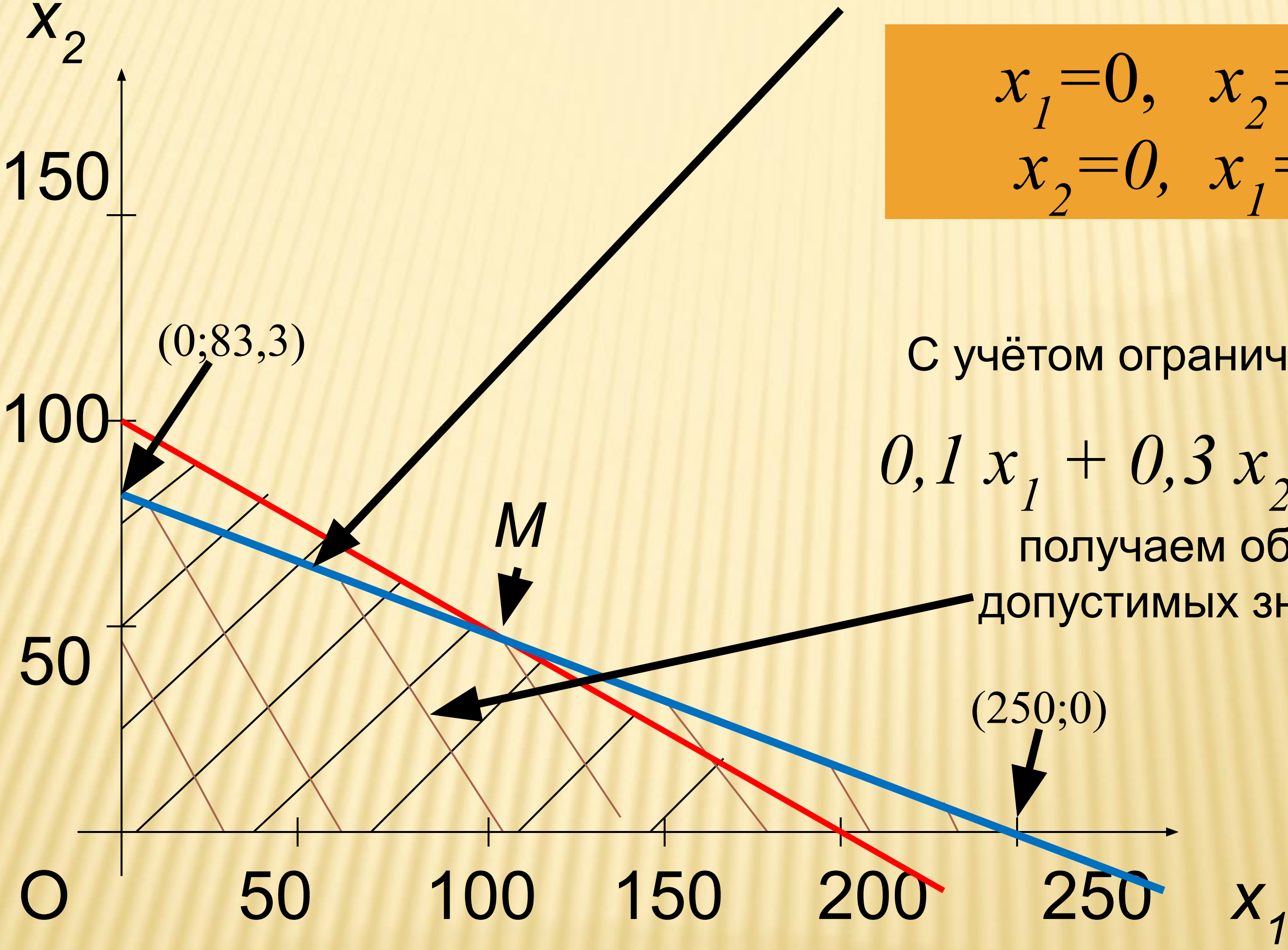
$$5\,x_1 + 10\,x_2 \leq 1000$$

получаем область допустимых значений

Теперь строим прямую

$$0{,}1\ x_1 + 0{,}3\ x_2 = 25$$

$x_1 = 0,\ \ x_2 = 83{,}3,$
$x_2 = 0,\ \ x_1 = 250.$

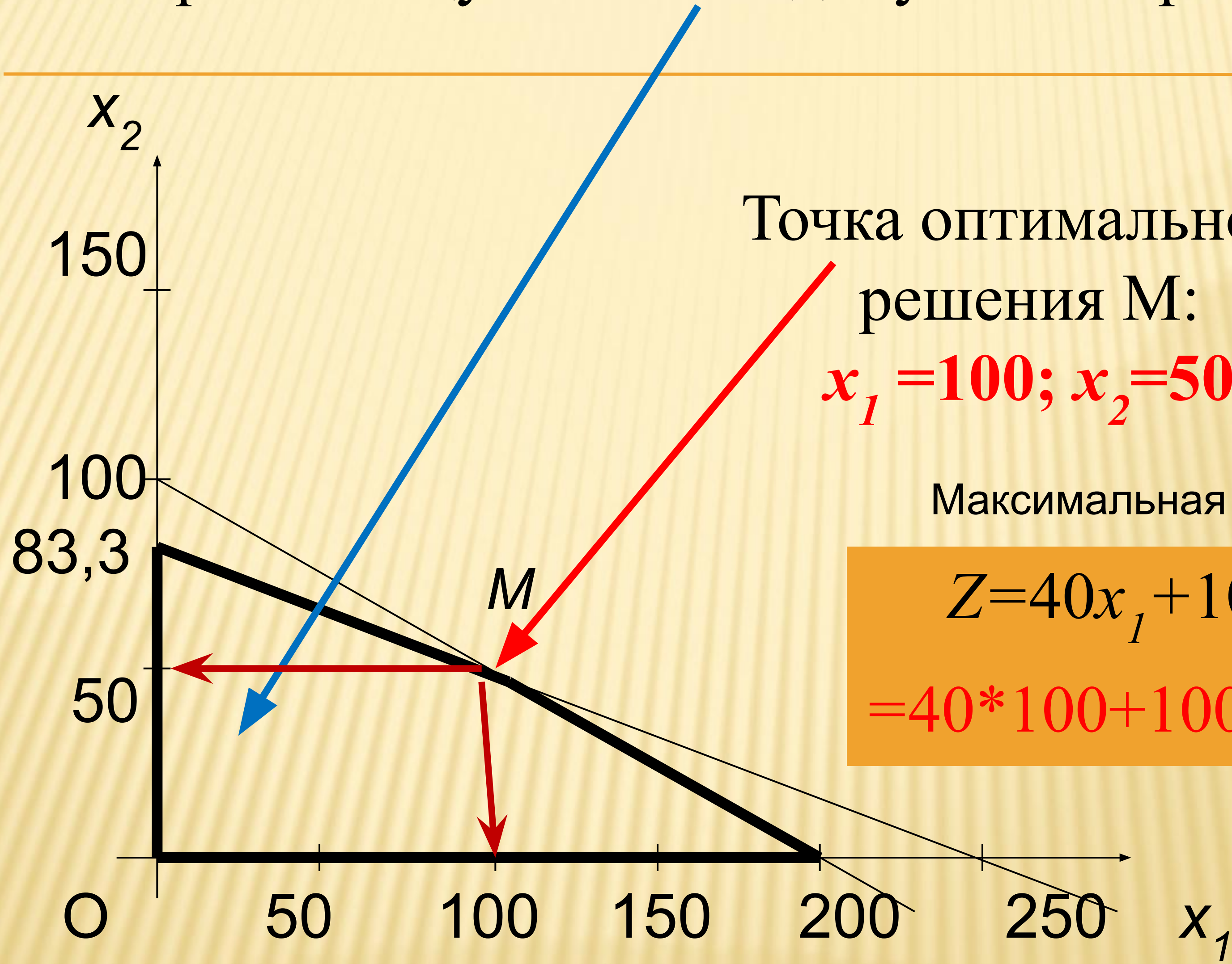


С учётом ограничения

$$0{,}1\ x_1 + 0{,}3\ x_2 \le 25$$

получаем область допустимых значений

Строим общую область допустимых решений D:



Точка оптимального решения М:

$\boldsymbol{x_1 = 100;\ x_2 = 50}$

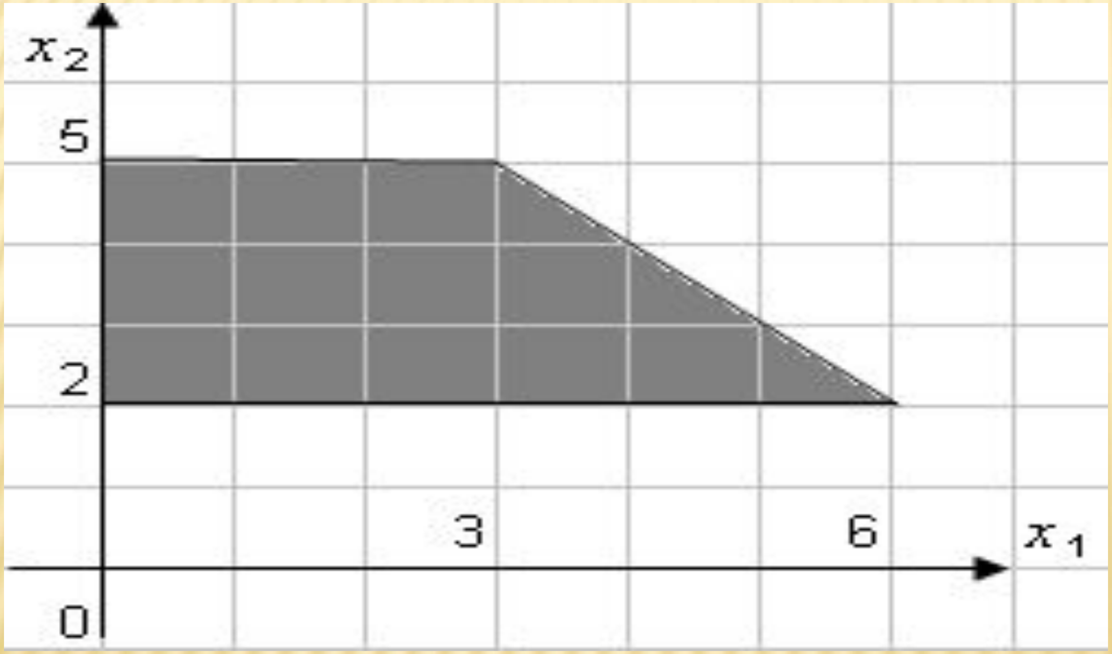
Максимальная прибыль

$Z = 40x_1 + 100x_2 =$

$= 40*100 + 100*50 = \boldsymbol{9000}$

Самостоятельная работа 12

Задание. Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции $Z = 2x_1 + 2x_2$ равно: **A**. 11. **B**. 13. **C**. 16. **D.** 8.

8.1.3. Приведение задачи Примера 1 к канонической форме.

Для этого введем две дополнительные переменные: s_1 и s_2 (s_1 - остаток сырья, s_2- остаток времени изготовления).

Тогда получим **каноническую форму** задачи:

найти план x_1, x_2, s_1, s_2 , который дает максимальную выручку

$$Z = 40 \cdot x_1 + 100 \cdot x_2 + 0 \cdot s_1 + 0 \cdot s_2 \quad (1)$$

при ограничениях:

$$5x_1 + 10x_2 + s_1 = 1000$$

$$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 + s_2 = 25 \quad (2)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, s_1 \geq 0, s_2 \geq 0$$

$5\,x_1 + 10\,x_2 \leq 1000,$
$0{,}1\,x_1 + 0{,}3\,x_2 \leq 25,$
$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$

$Z = 40x_1 + 100x_2$

8.1.4.Определение всех базисных решений

Ограничения (2) образуют систему **двух** уравнений с **четырьмя неизвестными.**

Среди бесконечного множества решений этой системы ***базисные решения*** получаются следующим образом.

Две переменных приравняем к 0.

Эти переменные назовем ***свободными***.

Значения остальных переменных получаем из решения системы.

Эти переменные назовем ***базисными***.

Базисное решение называется ***допустимым***, если оно неотрицательно.

1. Пусть x_1, x_2 – свободные переменные.

Подставляя значения $\mathbf{x_1 = 0, x_2 = 0}$

в (2) , получаем систему уравнений:

$$s_1 = 1000$$

$$s_2 = 25$$

.

Следовательно, базисное решение имеет вид:

$\mathbf{x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ s_1 = 1\,000,\ s_2 = 25}$.

$$5x_1 + 10x_2 + s_1 = 1000$$

$$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 + s_2 = 25$$

(2)

$$Z = 40x_1 + 100x_2$$

Базисное решение означает,
что первой и второй продукт не производятся.

Это базисное решение ***является допустимым***

Выручка от реализации этого плана составит

$$Z = 40\ x_1 + 100\ x_2 = 0.$$

$$Z=40x_1+100x_2$$

$$\mathbf{x_1 = 0,\ \ x_2 = 0,\ \ s_1 = 1\,000,\ \ \ s_2 = 25}.$$

2. Пусть x_1, s_1 – свободные переменные.

Подставляя значения $\mathbf{x_1 = 0}$, $\mathbf{s_1 = 0}$ в (2), получаем систему

$$10x_2 = 1000$$
$$0,3x_2 + s_2 = 25$$

Следовательно, базисное решение имеет вид

$\mathbf{x_1 = 0}$, $\mathbf{x_2 = 100}$, $\mathbf{s_1 = 0}$, $\mathbf{s_2 = -5}$.

$$\begin{aligned} 5x_1 + 10x_2 + s_1 &= 1000 \\ 0,1x_1 + 0,3x_2 + s_2 &= 25 \end{aligned} \qquad (2)$$

Это базисное решение означает,

что первый продукт не производится,

второго продукта производится 100.

Сырье полностью используется в производстве,

Для производства не хватает

5 часов работы оборудования.

Это базисное решение ***не является допустимым***.

$x_1 = 0$, $x_2 = 100$, $s_1 = 0$, $s_2 = -5$.

3. Пусть x_1, s_2 - свободные переменные.
Подставляя значения $x_1=0$, $s_2=0$ в (2) , получаем систему

$$10x_2 + s_1 = 1000$$
$$0,3x_2 = 25$$

Следовательно, базисное решение имеет вид

$$x_1 = 0,\quad x_2 = 250/3 = 83\ 1/3,\quad s_1 = 166\ 2/3,\quad s_2 = 0.$$

$$\begin{aligned} 5x_1 + 10x_2 + s_1 &= 1000 \\ 0,1x_1 + 0,3x_2 + s_2 &= 25 \end{aligned} \qquad (2)$$

Это базисное решение означает,
что первый продукт не производится,
второго продукта производится **83 1/3.**

Сырье не полностью используется в производстве
и его остаток составляет **166 2/3 кг.**

Время работы оборудования полностью
используется в производстве.

Это базисное решение является ***допустимым***.
Выручка от реализации этого плана составит

$$Z=40*0+100*83.3= 8330.$$

$Z=40x_1+100x_2$

$$x_1 = 0,\ x_2 = 250/3 = 83\ 1/3,\ s_1 = 166\ 2/3,\ s_2 = 0.$$

4. Пусть x_2, s_1 - свободные переменные.

Подставляя значения $x_2 = 0$, $s_1 = 0$ в (2), получаем систему

$$5x_1 = 1000,$$

$$0{,}1x_1 + S_2 = 25$$

Следовательно, базисное решение имеет вид

$$x_1 = 200,\quad x_2 = 0,\quad s_1 = 0,\quad s_2 = 5.$$

$$\begin{aligned} 5x_1 + 10x_2 + s_1 &= 1000 \\ 0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 + s_2 &= 25 \end{aligned} \qquad (2)$$

Базисное решение означает,
что первого продукта производится 200,
второй продукт не производится.
Сырье полностью используется в производстве.
Время обработки не полностью используется в производстве.
Это базисное решение является ***допустимым***.
Выручка от реализации этого плана составит

Z=40*200+100*0= 8000.

$Z=40x_1+100x_2$

$$x_1 = 200,\ x_2 = 0,\ s_1 = 0,\ s_2 = 5.$$

5. Пусть x_2, s_2 – свободные переменные.

Подставляя значения $\mathbf{x_2 = 0, s_2 = 0}$ в (2), получаем систему

$$5x_1 + s_1 = 1000$$

$$0{,}1x_1 = 25$$

Следовательно, базисное решение имеет вид

x_1=250, x_2= 0, s_1 =-250, s_2 =0.

$$\begin{aligned} 5x_1 + 10x_2 + s_1 &= 1000 \\ 0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 + s_2 &= 25 \end{aligned} \qquad (2)$$

Это базисное решение означает,
что первого продукта производится 250,
второй продукт не производится.

Не хватает для производства 250 кг сырья,
Время работы оборудования используется полностью.

Это базисное решение ***не является допустимым.***

x_1=250, x_2= 0, s_1 =-250, s_2 =0.

6. Пусть s_1, s_2 – свободные переменные.

Тогда базисные переменные x_1 и x_2 найдем из системы уравнений

$$5x_1 + 10x_2 = 1000$$

$$0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 = 25$$

Отсюда следует, что базисное решение имеет вид

x_1=100, x_2=50, s_1 =0, s_2 =0.

$$\begin{aligned} 5x_1 + 10x_2 + s_1 &= 1000 \\ 0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 + s_2 &= 25 \end{aligned} \qquad (2)$$

Это базисное решение означает, что первого продукта производится 100, второго продукта производится 50.

Сырье и время работы оборудования используются полностью.

Это базисное решение является ***допустимым.*** Выручка от реализации этого плана составит

$$Z = 40 \cdot 100 + 100 \cdot 50 = 9000.$$

$Z=40x_1+100x_2$

$x_1=100,\ x_2=50,\ s_1=0,\ s_2=0.$

№	Базисные переменные		Небазисные переменные		Z
1	S_1=1000	S_2=25	X_1=0	X_2=0	0
2	X_2=250/3	S_1=160 2/3	X_1=0	S_2=0	Z=8330
3	X_1=200	S_2=5	X_2=0	S_1=0	Z=8000
4	X_1=100	X_2=50	S_1=0	S_2=0	Z=9000

Максимальное значение выручки достигается на четвертом базисном решении в этой таблице

$$X^{*}=\{\, x_1=10;\ x_2=50;\ S_{1=}0;\ S_2=0 \,\}$$

8.2. Решение задачи планирования выпуска продукции в Excel

Виды материалов	Запасы (усл. ед.)	Расход материалов на 1000 ед. деталей (усл. ед)	
		Деталь А	Деталь В
R_1	216	12	18
R_2	224	14	16
R_3	200	20	10
Себестоимость 1000 шт. (усл. ед.)		3,8	3,5
Оптовая цена 1000 шт. (усл. ед.)		5	6

Математическая модель

Целевая функция

$$Z=1{,}2X_1+2{,}5X_2$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 12\cdot X_1+18\cdot X_2\le 216 \\ 14\cdot X_1+16\cdot X_2\le 224 \\ 20\cdot X_1+10\cdot X_2\le 200 \end{cases} \qquad \begin{cases} X_1\ge 0 \\ X_2\ge 0 \end{cases}$$

Виды материалов	Запасы (усл. ед.)	Расход материалов на 1000 ед. деталей (усл. ед)	
		Деталь А	Деталь В
R_1	216	12	18
R_2	224	14	16
R_3	200	20	10
Себестоимость 1000 шт. (усл. ед.)		3,8	3,5
Оптовая цена 1000 шт. (усл. ед.)		5	6

Построение начального плана решения

	A	B	C	D	E	F
1	Оптимизация плана выпуска продукции					
2	ПЕРЕМЕННЫЕ			КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ В СИСТЕМЕ ОГРАНИЧЕНИЙ (2)		
3	Выпускаемая деталь	A	B	*Для R1*	12	18
4	*Имя переменной*	X1	X2	*Для R2*	14	16
5	*Значение (план выпуска в 1000 шт.)*	1	1	*Для R3*	20	10
6	ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ					
7	Коэффициенты при неизвестных			Значение целевой функции		
8		1,2	2,5	=СУММПРОИЗВ(B5:C5;B8:C8)		
9	Система ограничений					
10	Значение левой части в системе (2)					Правая часть системы (2) - запасы
11	=СУММПРОИЗВ(B$5:C$5;E3:F3)					216
12	=СУММПРОИЗВ(B$5:C$5;E4:F4)					224
13	=СУММПРОИЗВ(B$5:C$5;E5:F5)					200

Показ вычислений

	A	B	C	D	E	F
1	Оптимизация плана выпуска продукции					
2	ПЕРЕМЕННЫЕ			КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ В СИСТЕМЕ ОГРАНИЧЕНИЙ (2)		
3	Выпускаемая деталь	A	B	***Для R1***	12	18
4	***Имя переменной***	X1	X2	***Для R2***	14	16
5	***Значение (план выпуска в 1000 шт.)***	1	1	***Для R3***	20	10
6	ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ					
7	Коэффициенты при неизвестных			Значение целевой функции		
8		1,2	2,5	3,7		
9	Система ограничений					
10	Значение левой части в системе (2)					Правая часть системы (2) - запасы
11	30					216
12	30					224
13	30					200

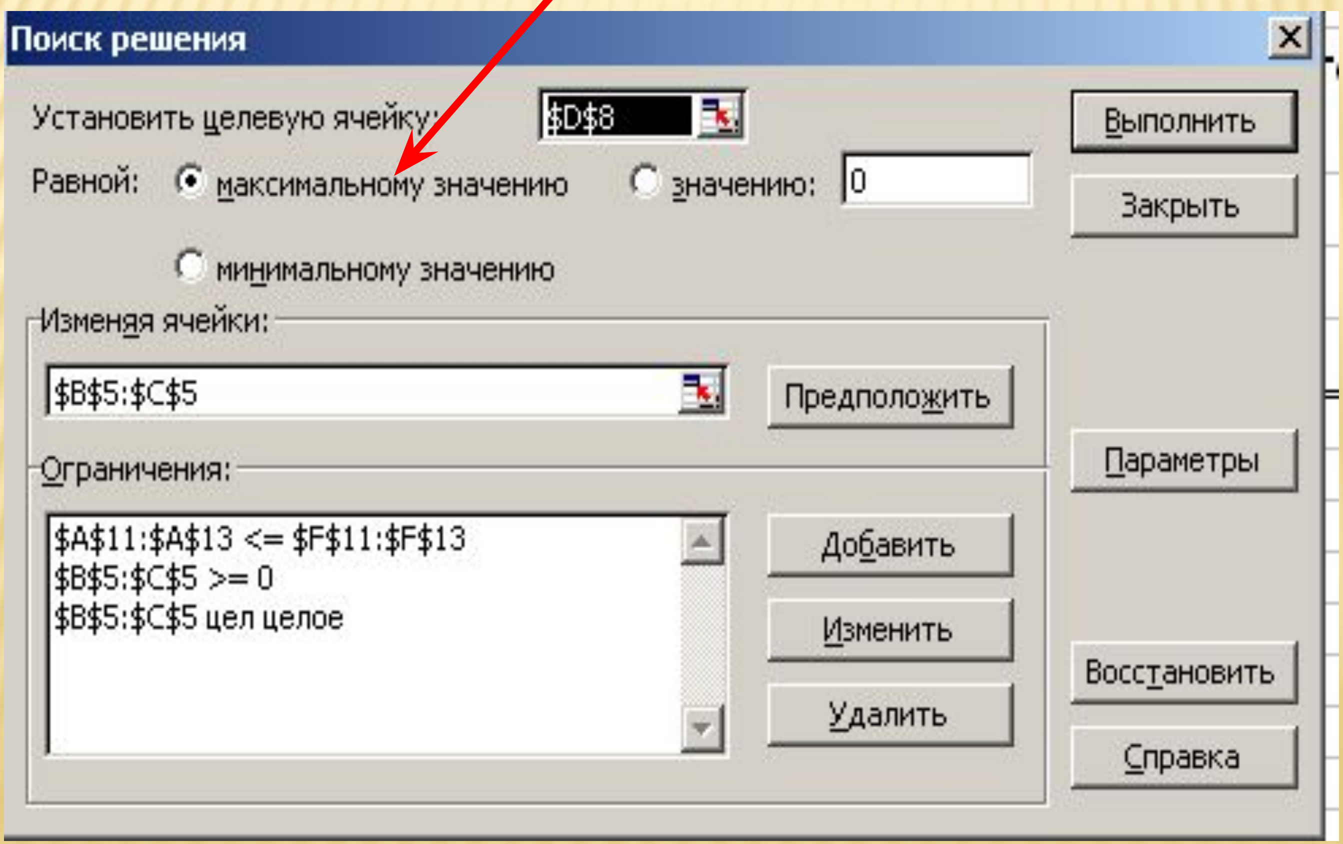
Оптимизация плана решения

1)Запускаем программу «Поиск решения». Для этого выполним команды **Данные – Поиск решения**. Появится окно **Поиска решения**.

2) В поле **Установить целевую ячейку** ввести D8 .

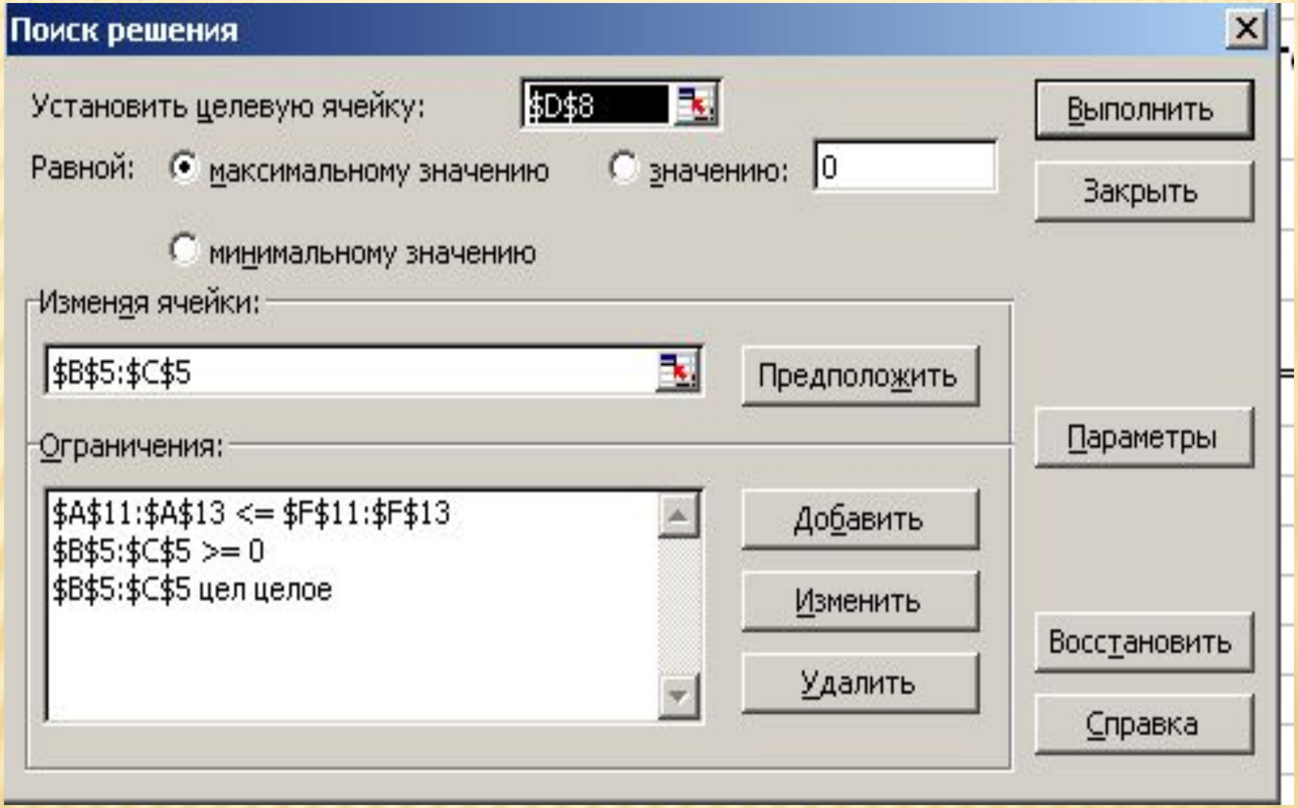
3) Выбрать режим поиска

 Максимальное значение.



4) В поле **Изменяя ячейки** ввести B5:C5.

5) Чтобы ввести ограничения, щелкнуть по кнопке **Добавить**. Появится окно **Изменение ограничений**.



6) Ввести ограничения:
B5:C5≥0;
B5:C5=целые;
A11:A13≤F11:F13.

Результат оптимизации

	A	B	C	D	E	F
1	Оптимизация плана выпуска продукции					
2	ПЕРЕМЕННЫЕ			КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ В СИСТЕМЕ ОГРАНИЧЕНИЙ (2)		
3	Выпускаемая деталь	A	B	***Для R1***	12	18
4	***Имя переменной***	X1	X2	***Для R2***	14	16
5	***Значение (план выпуска в 1000 шт.)***	0	12	***Для R3***	20	10
6	ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ					
7	Коэффициенты при неизвестных			Значение целевой функции		
8		1,2	2,5	30		
9	Система ограничений					
10	Значение левой части в системе (2)					Правая часть системы (2) - запасы
11	216					216
12	192					224
13	120					200

Спасибо за внимание

Спасибо за внимание

Спасибо за внимание

Спасибо за внимание

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

Спасибо за внимание

Спасибо за внимание

Спасибо за внимание

Спасибо за внимание