Алгебра 8 класс

Урок 1 -2 -3

Повторение

Курса математики

6 - 7 класса

Раскрытие скобок

1. Если перед скобкой стоит знак +, то при раскрытии скобок все слагаемые сохраняют свой знак.

Пример. Раскрыть скобки: $(3x – 2y) + (2a – 5c)$

Решение: $(3x – 2y) + (2a – 5c) = 3x – 2y + 2a – 5c$

2. Если перед скобкой стоит знак - , то при раскрытии скобок все слагаемые меняют свой знак на противоположный.

Пример. Раскрыть скобки: $– (3x – 2y) – (- 2a + 5c)$

Решение: $– (3x – 2y) – (- 2a + 5c) = - 3x +2y +2a – 5c$

3. Чтобы умножить алгебраическую сумму на какое-либо выражение, нужно каждое слагаемое умножить на это выражение и результаты сложить.

Пример. Выполните умножение: $4(2x – 7y + a)$

Решение: $4(2x – 7y + a) = 8x – 28y + 4a$

Различные способы разложения на множители.

1. Вынесение за скобки общего множителя. $18x^3 - 14x^5 = 2x^3(9 - 7x^2)$	1) НОД(18;14)=2 Признаки делимости на 2; 5,10,3,9. 2) Выносим степень с наименьшим показателем. (Вынести за скобки – разделить)
2. Применение формул сокращенного умножения. $16a^2 - 8ab + b^2 = (4a - b)^2$	1) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ 2) $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ 3) $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ 4) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ 5) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
3. Способ группировки. $a^2 - 4ax - 9 + 4x^2$ $= (a^2 - 4ax + 4x^2) - 9$ $= (a - 2x)^2 - 3^2$ $= (a - 2x - 3)(a - 2x + 3)$	Заключаем в скобки . Если «+»,то знаки без изменения. Если «-»,то изменяем на противоположные.

Разложение многочлена на множители — это преобразование алгебраической суммы одночленов в произведение. Существует три основных способа.

ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ:

а) найти общий множитель; б) разделить на него каждый член многочлена и полученную сумму взять в скобки; в) записать произведение общего множителя на полученную сумму.	$18a^5b^2-14a^4b^3=2a^4b^2(9a-7b)$.
Если при вынесении за скобки общий множитель выносится со знаком «минус», то знаки слагаемых в скобках меняются на противоположные.	$-ay+by+cy=-y(a-b-c)$.

СПОСОБ ГРУППИРОВКИ:

а) объединить члены многочлена в такие группы, которые имеют общий множитель; б) вынести этот общий множитель за скобки.	$2a+bc+2b+ac=(2a+2b)+(bc+ac)=$ $=2(a+b)+c(b+a)=(a+b)(2+c)$.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОРМУЛ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

Для разложения многочлена на множители используют известные формулы.	$25x^2-4y^2=(5x-2y)(5x+2y)$. $x^2+16xy+64y^2=(x+8y)(x+8y)=(x+8y)^2$.

Формулы сокращенного умножения

Квадрат суммы	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
Квадрат разности	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
Разность квадратов	$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$
Куб суммы	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
Куб разности	$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
Сумма кубов	$(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$
Разность кубов	$(a-b)\cdot(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

Свойства степени с рациональным показателем (для $p \in R$, $q \in R$)

1° $a^0 = 1$, где $a \neq 0$

2° $a^1 = a$

3° $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$, где $a \neq 0$

4° $a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$, где $a \neq 0$

5° $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$

6° $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$, где $a \neq 0$

7° $\left(a^p\right)^q = a^{pq}$

8° $a^p \cdot b^p = (ab)^p$

9° $\dfrac{a^p}{b^p} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^p$, где $b \neq 0$

10° $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-p} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^p$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$

1 ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

1. Упростить каждую часть уравнения
2. Перенести слагаемые, содержащие переменную, в одну часть уравнения, слагаемые, не содержащие переменную, – в другую часть
3. Получить уравнение вида $kx = m$
4. Разделить обе части уравнения на число k (если $k \neq 0$), получить уравнение $x = \frac{m}{k}$

ПРИМЕРЫ

$x - 2 + 7x = -4x - 5$

$8x + 4x = -5 + 2$

$12x = -3$

$x = -\frac{3}{12}$ Ответ: $-\frac{1}{4}$

$\frac{2x+3}{2} + x = \frac{8x}{3}$

$6x + 9 + 6x = 16x$

$9 = 4x$

$x = \frac{9}{4}$ Ответ: $2\frac{1}{4}$

ОСОБЫЕ СЛУЧАИ

$6x - 5 = 3(2x + 1) - 8$

$6x - 5 = 6x + 3 - 8$

$6x - 6x = -5 + 5$

$0 \cdot x = 0$

корнем уравнения является любое число

$6x - 5 = 3(2x + 1) - 6$

$6x - 5 = 6x + 3 - 6$

$6x - 6x = -3 + 5$

$0 \cdot x = 2$

уравнение корней не имеет

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1) Способ подстановки: например,

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 2y = 1 \end{cases} <=> \begin{cases} y = 3 - 2x \\ x + 2y = 1 \end{cases} <=> \begin{cases} y = 3 - 2x \\ x + 2(3 - 2x) = 1 \end{cases} <=>$$

$$<=> \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 6 - 3x = 1 \end{cases} <=> \begin{cases} y = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

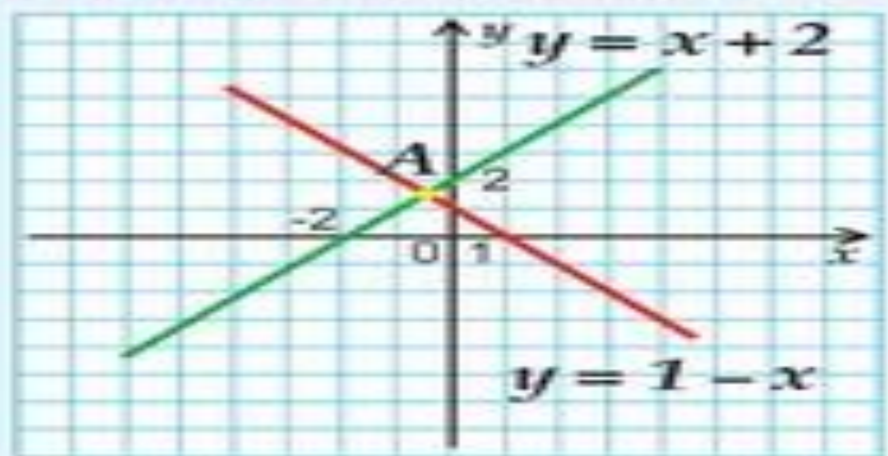
2) Способ сложения: например,

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases} <=> \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y + (x - 2y) = 3 + 1 \end{cases} <=>$$

$$<=> \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4x = 4 \end{cases} <=> \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

3) Графическое решение: например,

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y - x = 2 \end{cases} <=> \begin{cases} y = 1 - x \\ y = x + 2 \end{cases}$$



$A\ (-0{,}5;\ 1{,}5)$ - точка пересечения, значит пара $(-0{,}5;\ 1{,}5)$ - решение данной системы уравнений.

Алгоритм решения уравнения «произведение»=0

- 1. Приравнять каждый множитель к нулю.
- 2. Решить каждое из полученных уравнений.
- 3. Записать ответ.

Пример:

$$(x-4)(1,5-3x)(4,8+1,2x)=0$$

$x-4=0$	$1,5-3x=0$	$4,8+1,2x=0$
$x=4$	$-3x=-1,5$	$1,2x=-4,8$
	$x=-1,5:(-3)$	$x=-4,8:1,2$
	$x=5$	$x=-4$

Ответ: 4;5;-4.

Решить уравнение – значит найти все его корни или доказать, что таких нет.

Решите уравнения:

$2 \cdot x = 4$	$x = 2$	*Одно решение*
$0 \cdot x = 4$	$x \in \varnothing$	*Ни одного решения*
$0 \cdot x = 0$	$x \in R$	*Множество решений*

Методы решения уравнения

Метод разложения на множители.

Способы разложения на множители:

-вынесение общего множителя за скобки;

-способ группировки;

-применение формул сокращенного умножения.

Примеры:

1) $4x^2 - 3x = 0$

$x(4x - 3) = 0$

$x = 0$ или $4x - 3 = 0$

$x = \frac{3}{4}$

Ответ: о; $\frac{3}{4}$

Функции и их графики

Линейная функция и ее график

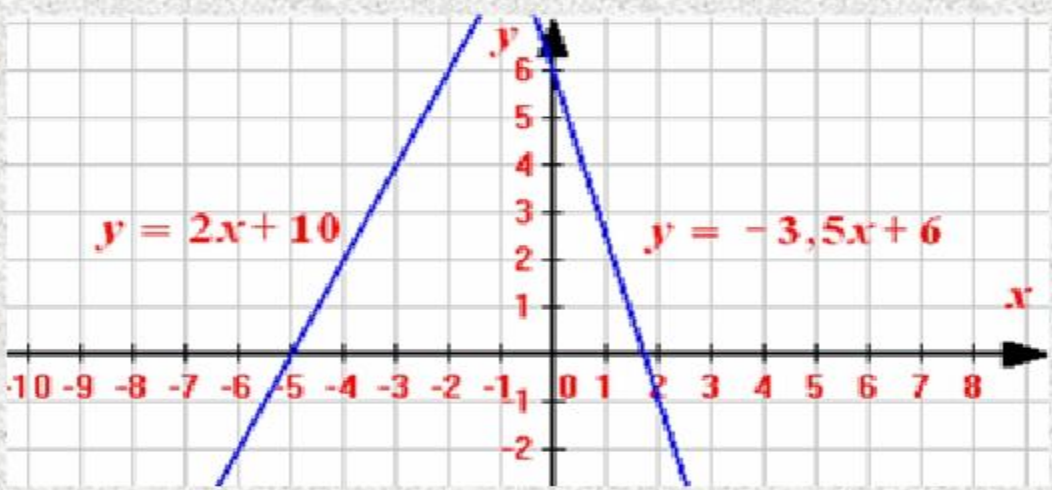
Линейной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + b$, где x – независимая переменная, k и b – некоторые числа

Графиком линейной функции является **прямая.**

Область определения – R; Область значения – R

Если $k > 0$, то 1 и 3 четверть, функция возрастает

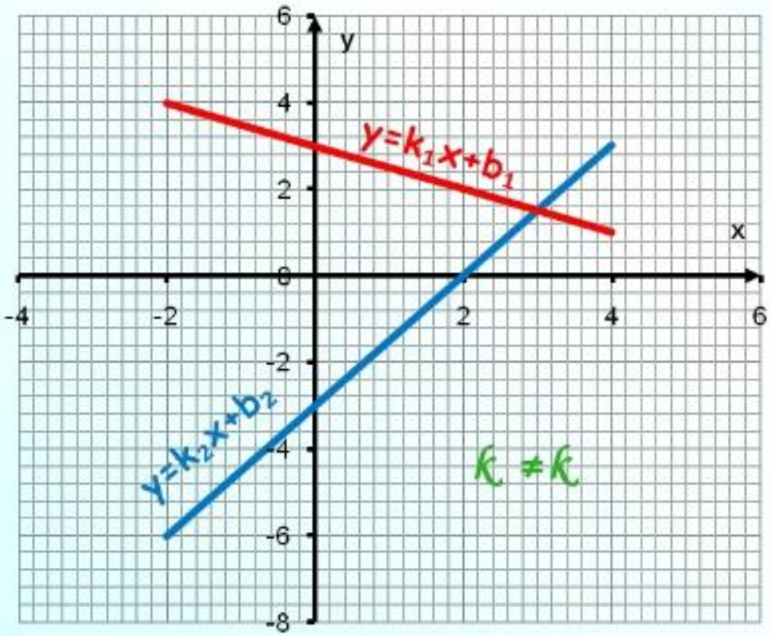
Если $k < 0$, то 2 и 4 четверть, функция убывает



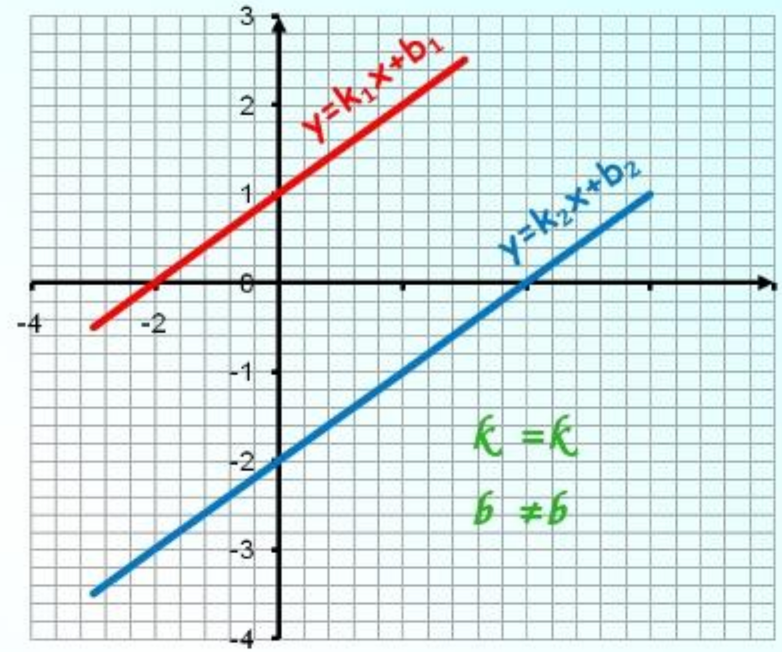
Для построения графика линейной функции достаточно найти координаты двух точек графика, отметить эти точки на координатной плоскости и провести через них прямую.

Взаимное расположение графиков линейной функции

1



2



Если k ≠k ,
то прямые пересекаются

Если k =k , b ≠b ,
то прямые параллельны

Если k =k , b =b ,
то прямые совпадают

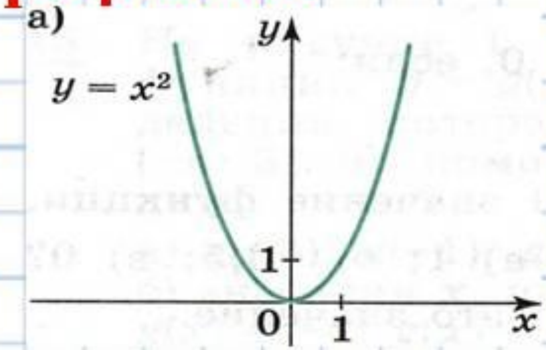
Функция может быть задана различными способами.

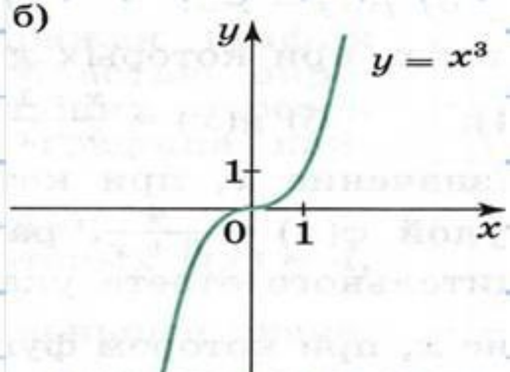
Формулой: $y = x^2$, $y = kx + b$, $y(x) = |x|$

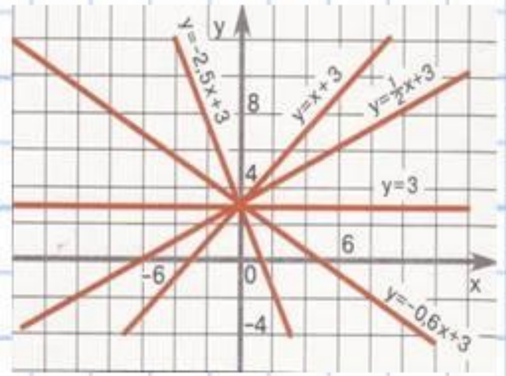
Таблицей:

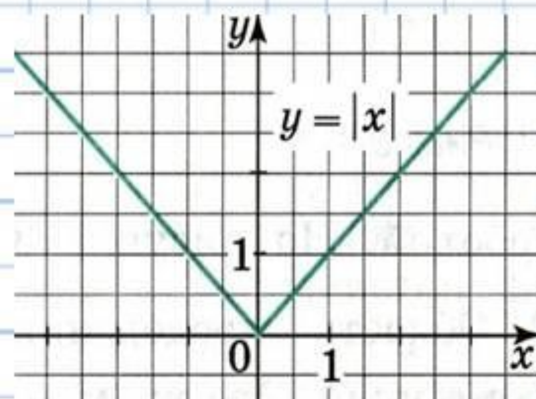
x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1	4	9	16	25	36	49	64

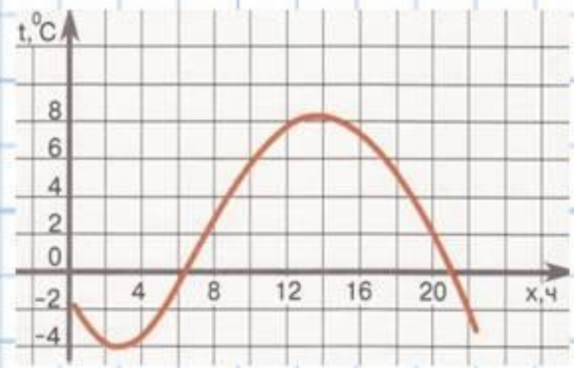
Графиком:











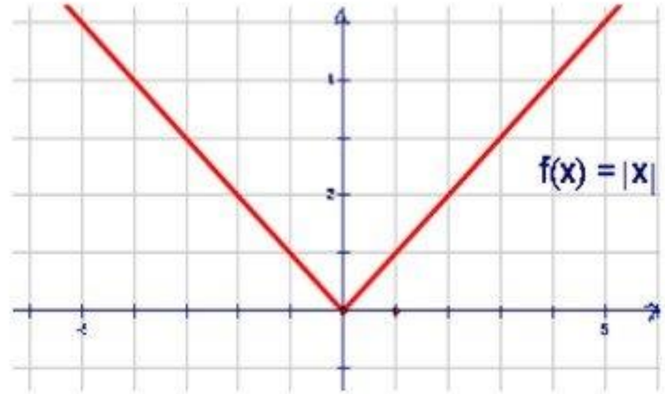
Функции и графики.

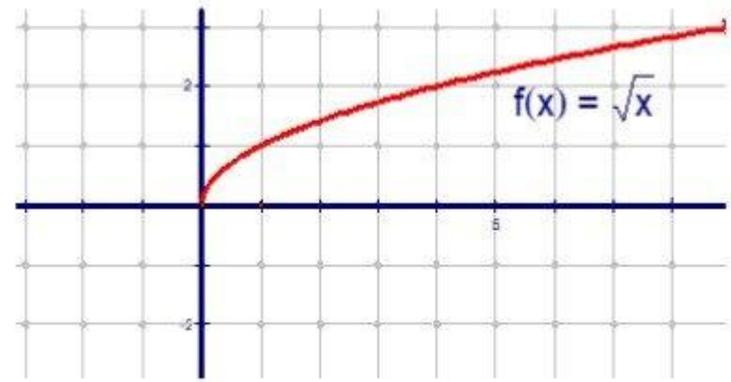
1) $y = |x|$

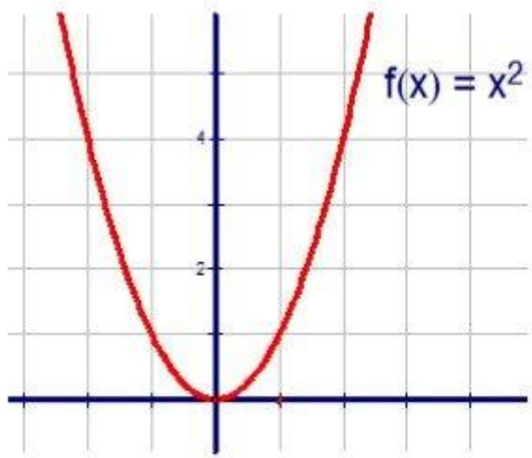
2) $y = \sqrt{x}$

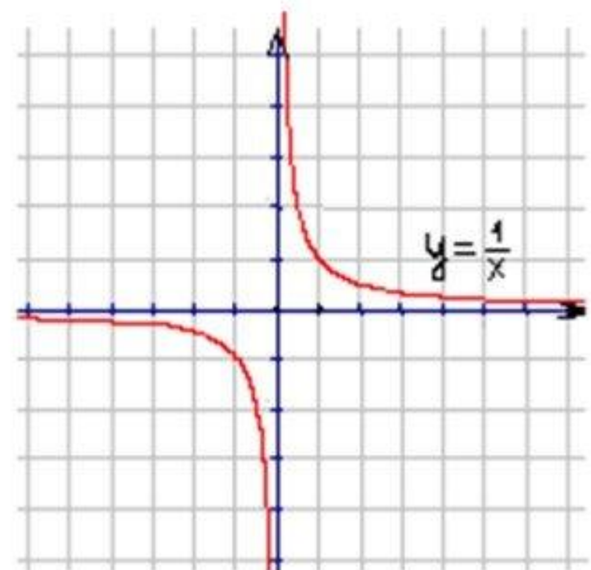
3) $y = x^2$

4) $y = \frac{1}{x}$









Функция $y = x^2$

Область определения этой функции - множество R действительных чисел.

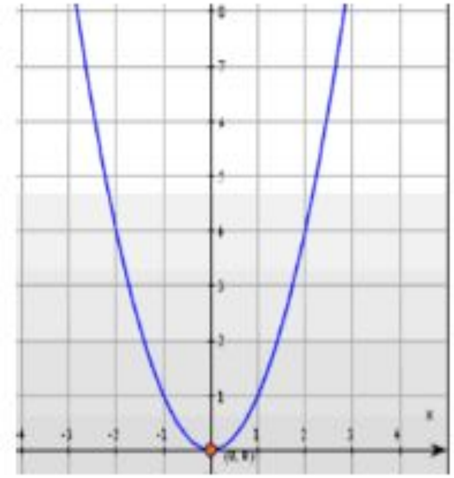


График функции $y = x^2$ называется *параболой.*

Свойства функции $\boldsymbol{y = x^2}$**.**

1. Если $x = 0$, то $y = 0$, т.е. парабола имеет с осями координат общую точку (0; 0) - начало координат. Данная точка называется ***вершиной*** параболы.

2. Если $x \neq 0$, то $y > 0$, т.е. все точки параболы, кроме начала координат, лежат над осью абсцисс.

3. Множеством значений функции $y = x^2$ является промежуток $[0; +\infty)$.

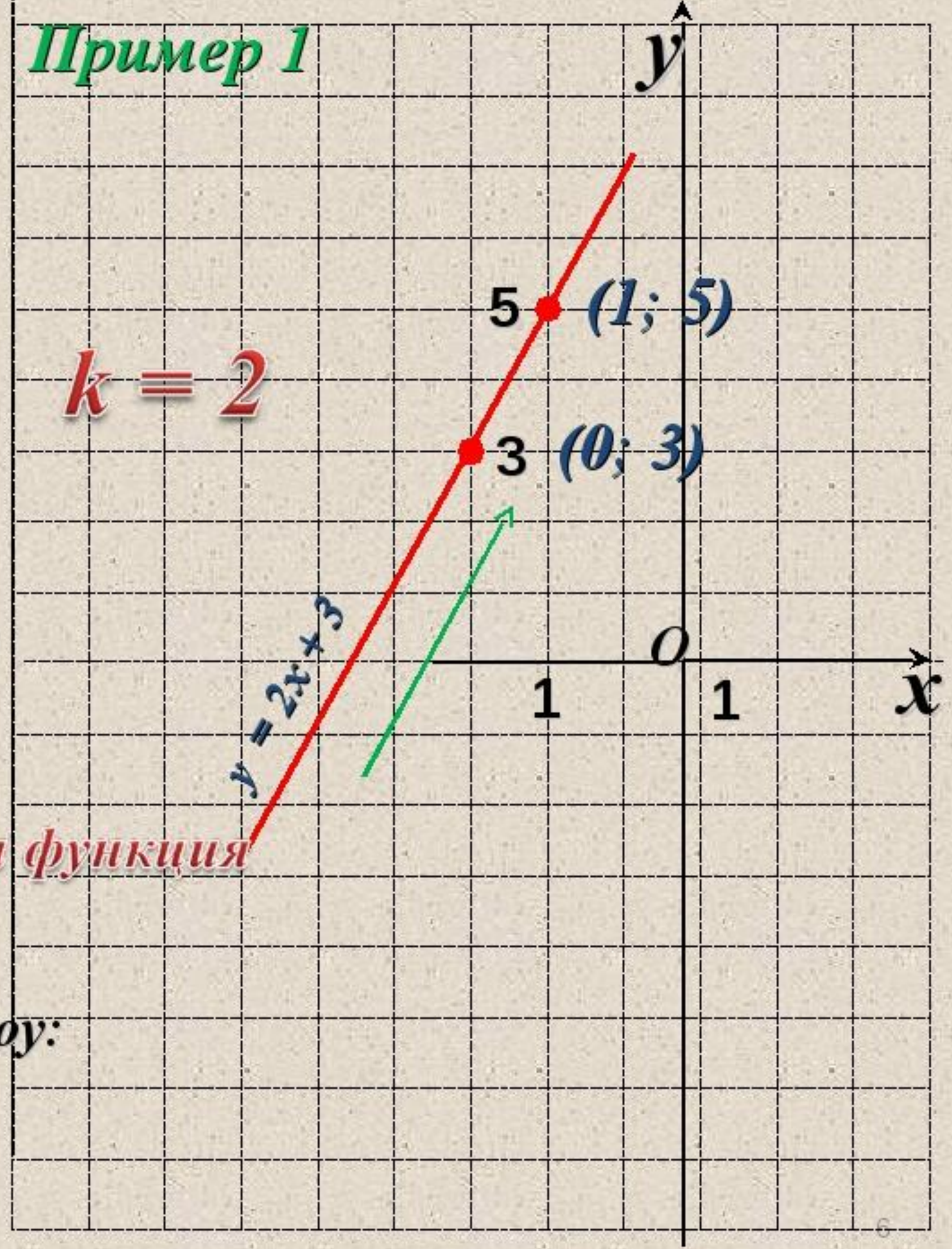
4. Функция $y = x^2$ - четная. Ось ординат является ***осью симметрии*** и делит параболу на две части, называемые ***ветвями*** параболы.

5. На промежутке $[0; +\infty)$ функция $y = x^2$ возрастает.
   На промежутке $(-\infty; 0]$ функция $y = x^2$ убывает.

6. Наименьшее значение функция принимает в точке $x = 0$, оно равно 0.
   Наибольшего значения не существует.

Пример 1

Построить график функции $y = 2x + 3$, найти точку пересечения с осью оу.



1. Составим таблицу значений:

x	0	1
y	3	5

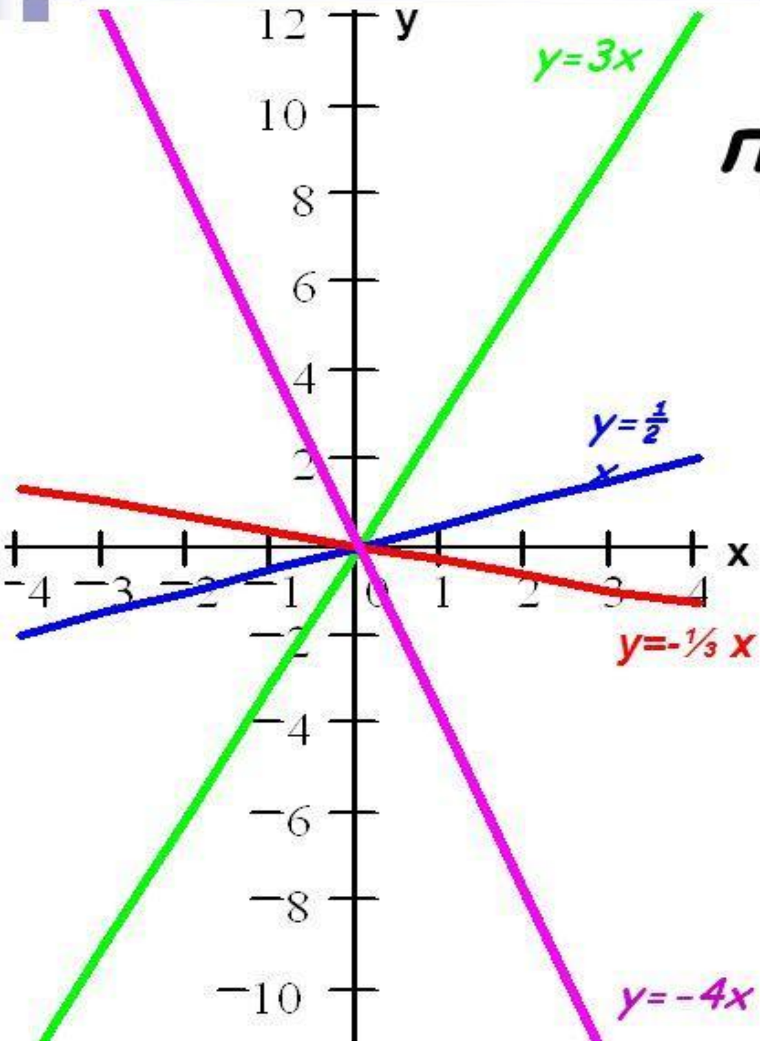
2. Получим точки: (0; 3), (1; 5)

3. Построим эти точки и через них проведем прямую.

Если $k > 0$, то линейная функция $y = kx + b$, возрастает.

Точка пересечения с осью оу:
(0; 3) т. е. при т = 3

Пример 2



Прямая пропорциональность

$y = kx$ $k \neq 0$

x – независимая переменная

График прямой пропорциональности проходит через начало координат

Если $k > 0$, то график проходит через I и III координатные четверти.

Если $k < 0$, то график проходит через II и IV координатные четверти.

Пример 3

Построить графики функций
$y = 2x + 1$ и $y = 2x + 3$

1. Составим таблицу значений для $y = 2x + 1$

x	1	2
y	3	5

2. Получим точки: (1; 3), (2; 5)

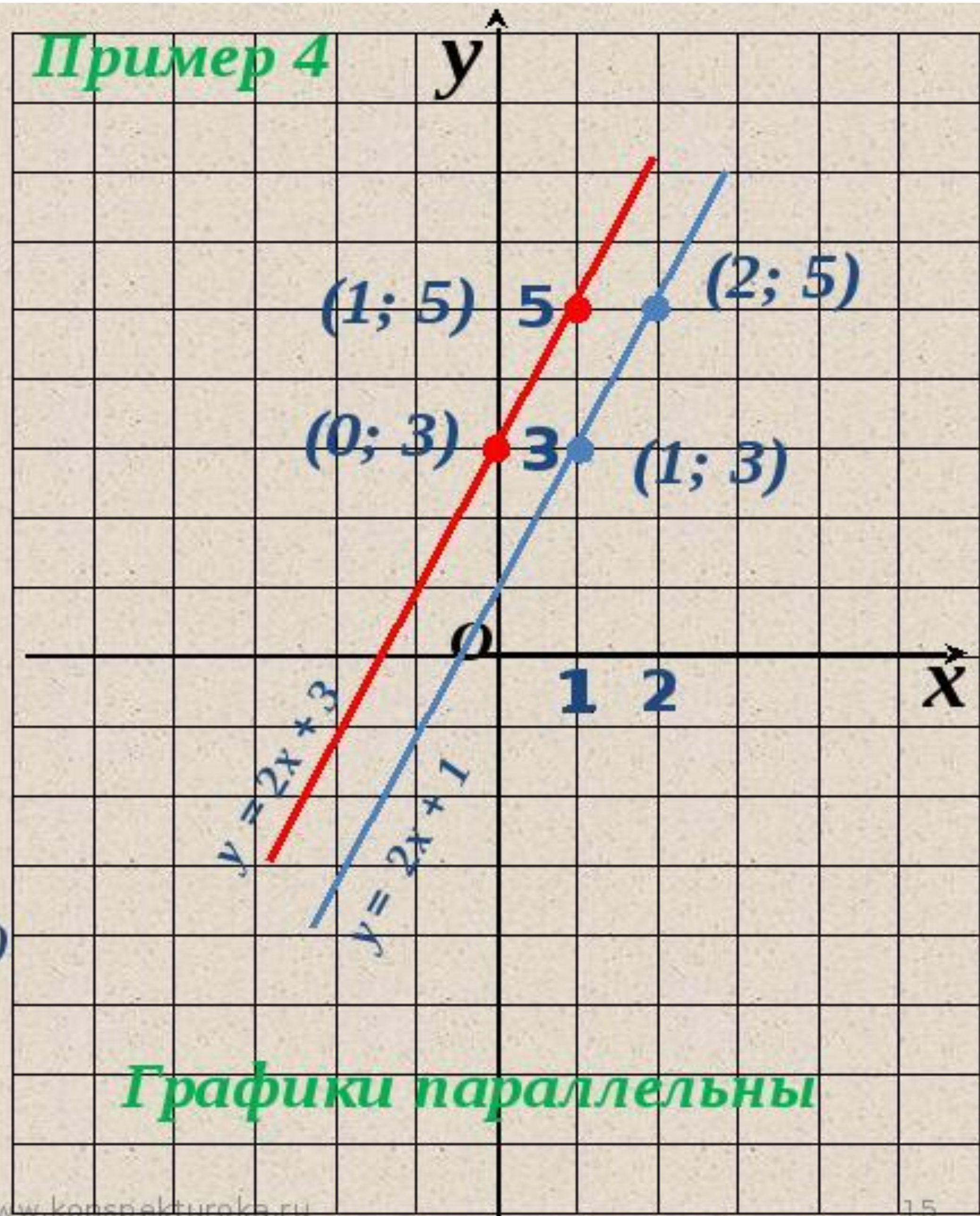
3. Построим эти точки и через них проведем прямую.

Составим таблицу значений ля $y = 2x + 3$

x	0	1
y	3	5

5. Получим точки: (0; 3), (1; 5)

6. Построим эти точки и через них проведем прямую.



Пример 4

Построить график функций

$y = x - 3$ и $2y + x = 2x + y - 3$

1. Выполним преобразования:

$2y + x = 2x + y - 3$

$2y - y = 2x - 3 - x$

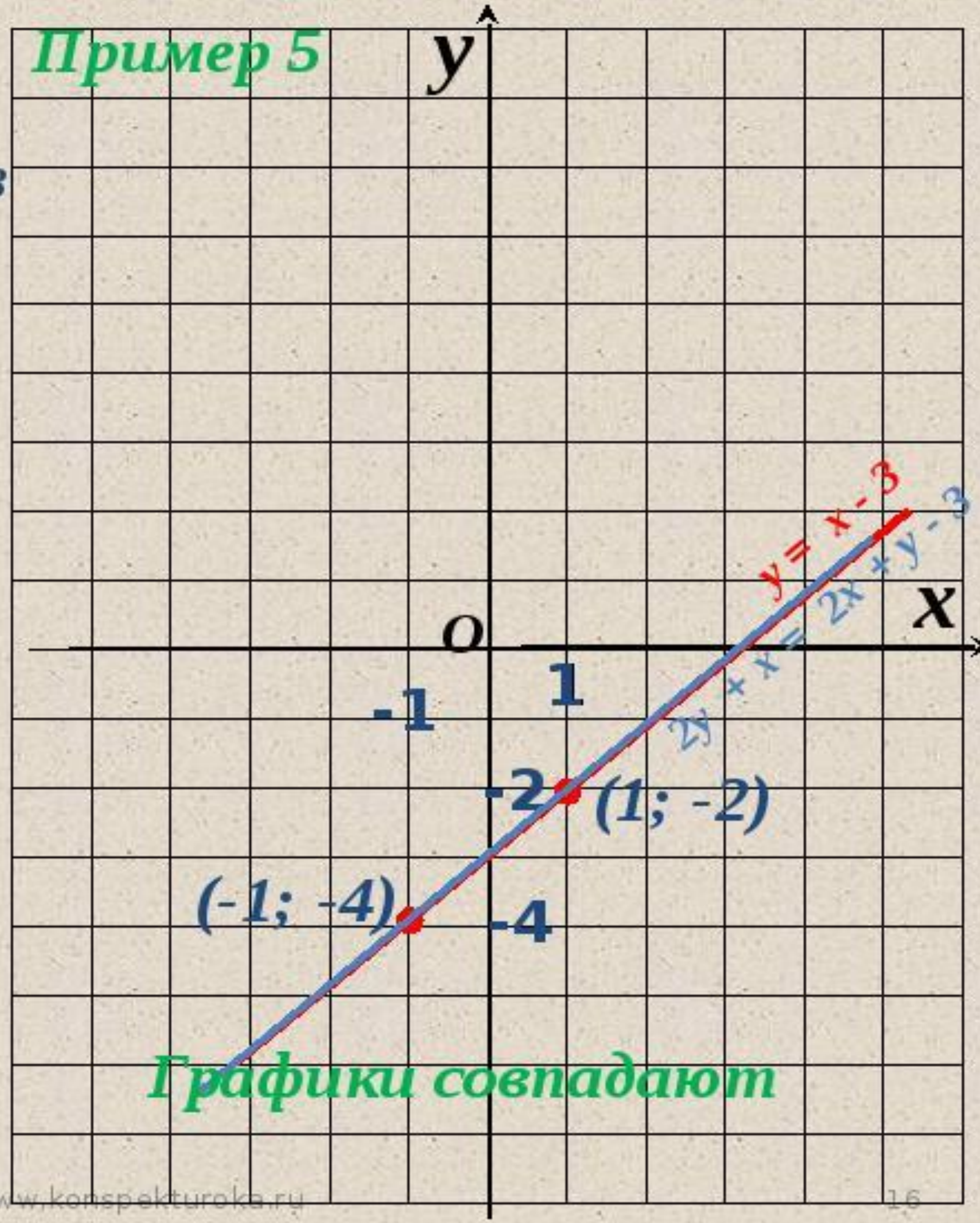
$y = x - 3$

Видно, что графики
$2y + x = 2x + y – 3$ и $y = x - 3$
совпадают .

. Составим таблицу значений
для $y = x – 3$

x	1	-1
y	-2	-4

2. Построим эти точки и через них проведем прямые.



Пример 5

Решение системы графическим методом

Выразим y через x

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x; \end{cases}$$

Построим график первого уравнения

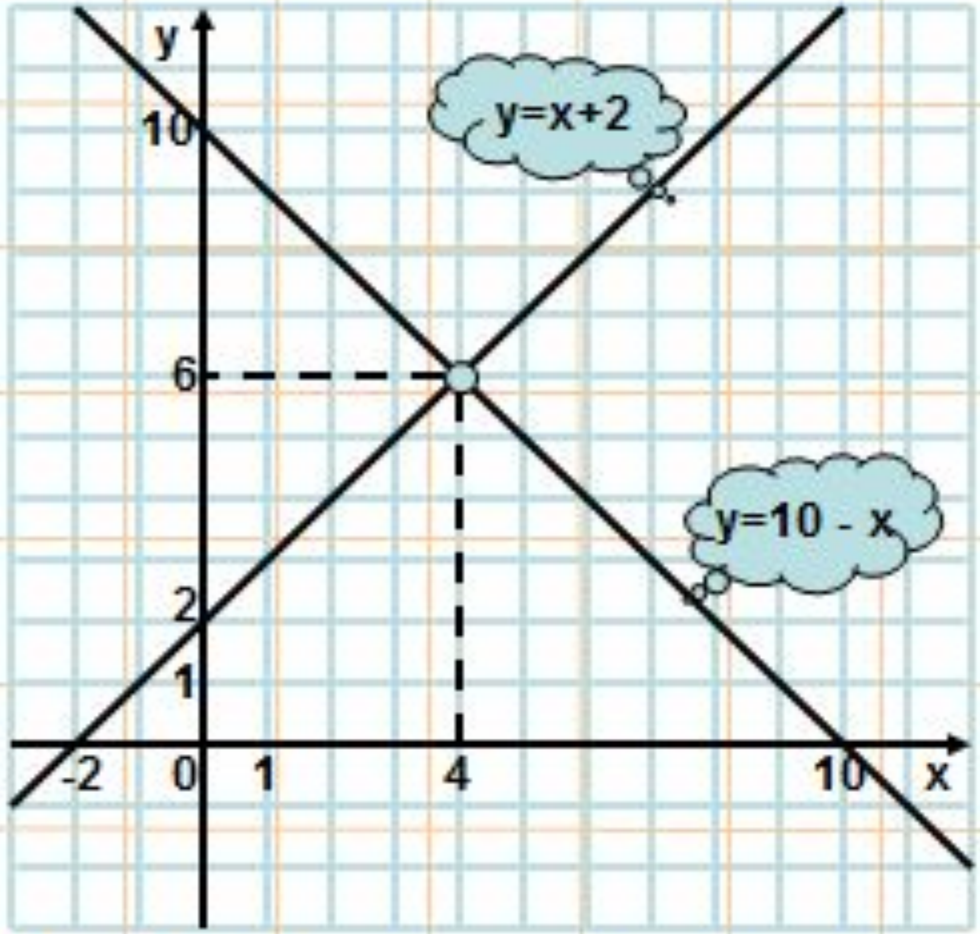
$y = x + 2$

x	0	-2
y	2	0

Построим график второго уравнения

$y = 10 - x$

x	0	10
y	10	0



Ответ: (4; 6)

Пример 6

С помощью графика линейной функции $y = 2x - 6$ ответить на вопросы:

а) при каком значении x будет $y = 0$?

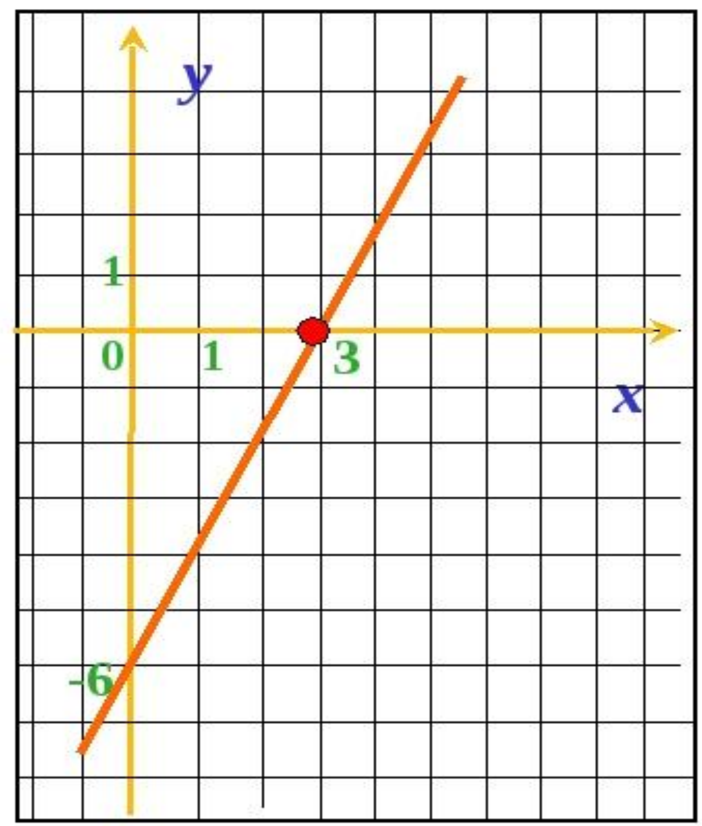
б) при каких значениях x будет $y > 0$?

в) при каких значениях x будет $y < 0$?

а) $y = 0$ при $x = 3$

б) $y > 0$ при $x > 3$

в) $y < 0$ при $x < 3$



Если $x > 3$, то прямая расположена выше оси x, значит, ординаты соответствующих точек прямой положительны

Если $x < 3$, то прямая расположена ниже оси x, значит, ординаты соответствующих точек прямой отрицательны

Пример 7

Построить график функции:

$$\frac{y}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$

1. Имеет смысл: при $x \neq 1$

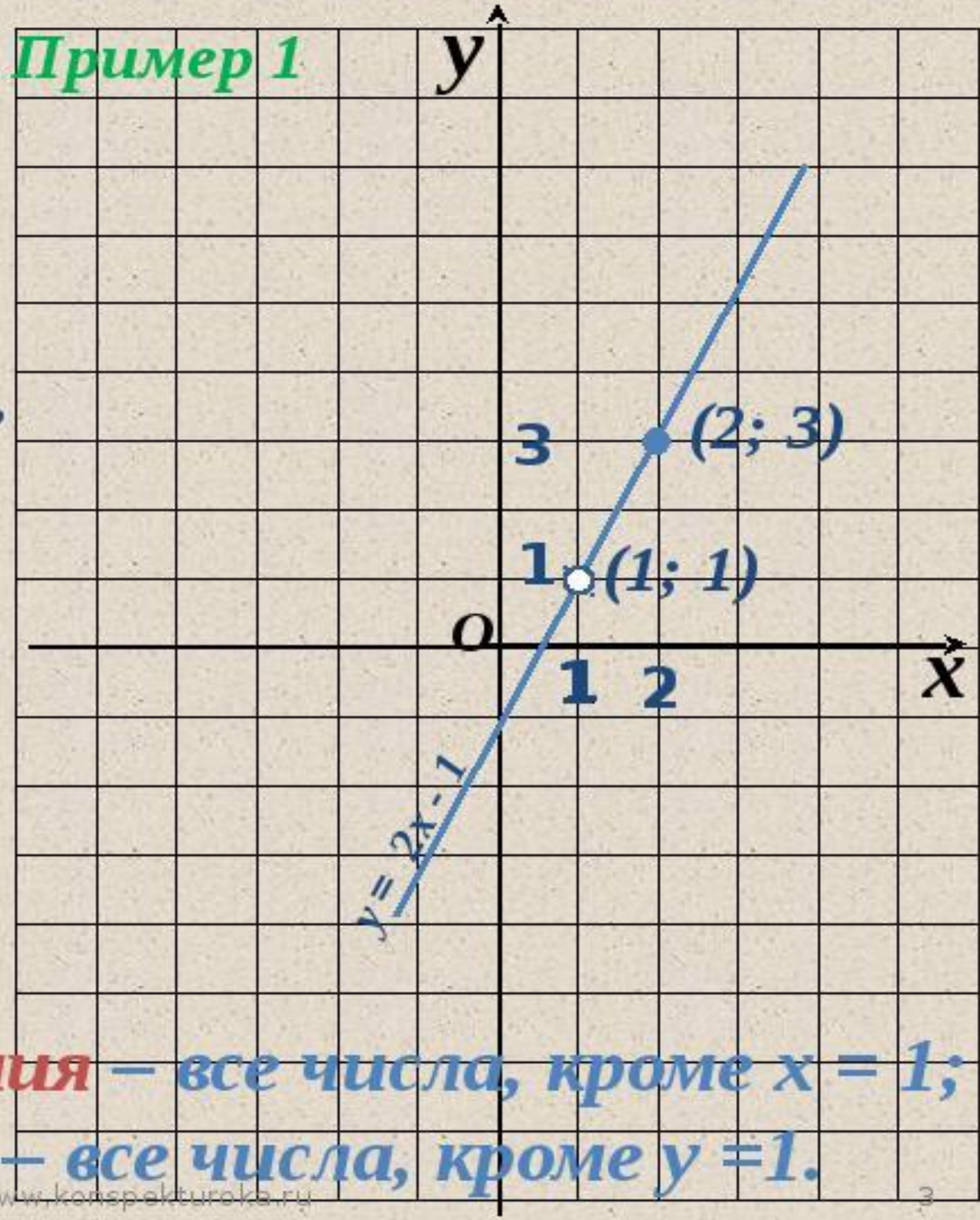
2. Поскольку равны знаменатели, то и числители равны, т. е. $y = 2x - 1$

Составим таблицу значений для $y = 2x - 1$

x	1	2
y	1	3

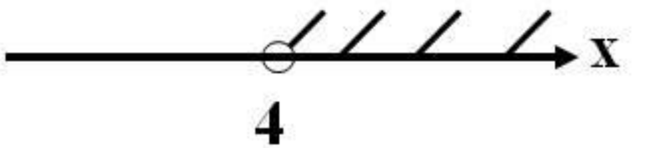
2. Получим точки: (1; 1), (2; 3)

3. Через эти точки проведем прямую и учтем, что $x \neq 1$.



Область определения – все числа, кроме x = 1;
область значений – все числа, кроме y = 1.

Алгоритм решения линейных неравенств

Алгоритм решения линейных неравенств	Решить неравенство: $5\cdot(x-3) > 2x - 3$
1. Раскрыть скобки:	$5x - 15 > 2x - 3$
2. Перенести все слагаемые с х влево, а числа вправо, меняя при этом знак на противоположный:	$5x - 2x > -3 + 15$
3. Привести подобные слагаемые:	$3x > 12$
4. Разделить обе части неравенство на число, стоящее перед х **(если это число положительное, то знак неравенства не меняется; если это число отрицательное, то знак неравенства меняется на противоположный):**	$3\cdot x > 12$ / (: 3) $x > 4$
5. Перейти от аналитической модели к геометрической модели:	
6. **Указать множество решений неравенства, записав ответ:**	**Ответ: $(4; +\infty)$**

Решение двойных неравенств

Решить неравенство: $0 < 4x + 2 \le 6$

Решение: **составим систему:** $\begin{cases} 4x + 2 > 0 \\ 4x + 2 \le 6 \end{cases}$

Решим каждое неравенство системы отдельно:

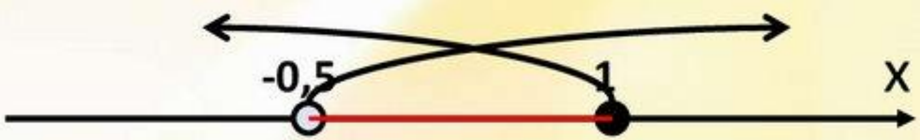
1) $4x + 2 > 0$

   $x > -0,5$

2) $4x + 2 \le 6$

   $x \le 1$

Получённые результаты изобразим на числовой прямой:



Ответ: $-0,5 < x \le 1$ или $(-0,5; 1]$

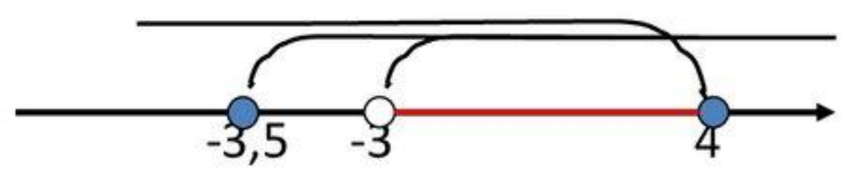
Решим систему неравенств

$$\begin{cases} 5x + 12 \le 3x + 20 \\ x < 2x + 3 \\ 2x + 7 \ge 0 \end{cases}$$

Решение: решим каждое неравенство отдельно

$5x + 12 \le 3x + 20$	$x < 2x + 3$	$2x + 7 \ge 0$
$5x - 3x \le -12 + 20$	$x - 2x < 3$	$2x \ge -7$
$2x \le 8$	$-x < 3$	$x \ge -7/2$
$\mathbf{x \le 4}$	$\mathbf{x > -3}$	$\mathbf{x \ge -3{,}5}$

Изобразим на числовой прямой:



Ответ: (-3; 4]