


Текстовые задачи
Основной
государственный
экзамен, задание №22

Жукова Ирина
Владимировна



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
<i>Правильно составлено уравнение, получен верный ответ</i>	2
<i>Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа</i>	1
<i>Другие случаи, не соответствующие указанным критериям</i>	0
Максимальный балл	2

Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки равна 6 км/ч?

Решение:

□

Пусть x – расстояние от пристани, на которое отплыл рыболов

Скорость по течению реки: $6 + 2 = 8$ км/ч

Скорость против течения реки: $6 - 2 = 4$ км/ч

В плавании рыболов находился: $10 - 5 - 2 = 3$ часа

Формула пути: $S = vt \Rightarrow t = \frac{S}{v}$

Составим уравнение времени:

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{4} = 3$$

$$4x + 8x = 96$$

$$12x = 96$$

$$x = \frac{96}{12}$$

$x = 8$ (км) – расстояние от пристани

Ответ: 8 км.



Движение по воде

- Катер прошёл от одной пристани до другой, расстояние между которыми по реке равно 48 км, сделал стоянку на 20 мин и вернулся обратно через $5\frac{1}{3}$ после начала поездки. Найдите скорость течения реки, если известно, что скорость катера в стоячей воде равна 20 км/ч.

Решение:

Пусть скорость течения реки x км/ч, тогда $(20 + x)$ км/ч – скорость катера по течению, $(20 - x)$ км/ч – скорость катера против течения

Составим таблицу данных:

По течению			
Против течения			

По условию задачи известно, что катер вернулся из поездки через $5\frac{1}{3}$ ч, но $\frac{1}{3}$ ч была стоянка \Rightarrow в пути катер находился 5ч

Получаем уравнение:

$$\frac{48}{20 + x} + \frac{48}{20 - x} = 5$$
$$x \neq \pm 20$$



$$\frac{48 * (20 - x) + 48 * (20 + x)}{(20 - x)(20 + x)} = \frac{5(400 - x^2)}{(20 - x)(20 + x)}$$

$$\frac{48 * 20 - 48x + 48 * 20 + 48x}{(20 - x)(20 + x)} = \frac{5(400 - x^2)}{(20 - x)(20 + x)}$$

$$\frac{1920}{400 - x^2} = \frac{5(400 - x^2)}{400 - x^2}$$

$$1920 = 2000 - 5x^2$$


$$5x^2 = 80$$

$$x^2 = 16$$


$$x = \pm 4$$

Т.к. x – скорость течения, то $x > 0 \Rightarrow x = 4$ км/ч

Ответ: 4 км/ч



Движение по воде (+плот)



Расстояние между пристанями A и B равно 80 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 2 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот прошел 22 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть скорость яхты в неподвижной воде x км/ч, тогда $(x + 2)$ км/ч – скорость яхты по течению, $(x - 2)$ км/ч – скорость яхты против течения

Плот проплыл 22 км \Rightarrow плот находился в пути 11 ч

Составим таблицу данных:

	S	V	T
Плот			
Яхта по течению			
Яхта против течения			

Яхта отправилась в плавание через два часа после плота \Rightarrow

яхта находилась в пути $11 - 2 = 9$ ч

Составим уравнение времени:

$$\frac{80}{x+2} + \frac{80}{x-2} = 9$$
$$\frac{80(x-2) + 80(x+2)}{x^2 - 4} = 9$$

$$\begin{cases} 80x - 160 + 80x + 160 = 9x^2 - 36 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$$

$$160x = 9x^2 - 36$$


$$9x^2 - 160x - 36 = 0$$

$$D = 160^2 - 4 * 9 * (-36) = 160^2 + 36^2 = 25600 + 1296 = 26896 = 164^2$$

$$x_1 = \frac{160 + 164}{18} = 18$$

$$x_2 = \frac{160 - 164}{18} < 0$$

Ответ: 18 км/ч



Баржа прошла по течению реки 48 км и, повернув обратно, прошла ещё 36 км, затратив на весь путь 6 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч

Решение:

Пусть собственная скорость баржи x км/ч, тогда скорость баржи по течению $(x + 5)$ км/ч, скорость баржи против течения $(x - 5)$ км/ч

Составим таблицу данных:

По течению			
Против течения			

Исходя из условий, составим уравнение:

$$\frac{48}{x + 5} + \frac{36}{x - 5} = 6$$



$$\frac{48(x - 5) + 36(x + 5)}{x^2 - 25} = 6$$

$$\begin{cases} 48x - 240 + 36x + 180 = 6x^2 - 150 \\ x \neq 5 \end{cases}$$

$$84x - 60 = 6x^2 - 150$$

$$6x^2 - 84x - 90 = 0$$

$$3x^2 - 28x - 30 = 0$$


$$x^2 - 14x - 15 = 0$$

$$D = 196 - 4 * 1 * (-15) = 196 + 60 = 256 = 16^2$$

$$x_1 = \frac{14 + 16}{2} = 15$$

$$x_2 = \frac{14 - 16}{2} < 0$$

Ответ: 15 км/ч



ОГЭ 2019

Два автомобиля одновременно отправляются в 980 – километровый пробег. Первый едет со скоростью на 28 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость второго автомобиля

Решение:



Пусть x км/ч – скорость второго автомобиля, тогда $(x + 28)$ км/ч – скорость первого автомобиля

Составим таблицу данных:

Исходя из условий задачи: $t_1 + 4 = t_2$

Составим уравнение времени:



$$\frac{980}{x+28} + 4 = \frac{980}{x}$$

$$\frac{980}{x} - \frac{980}{x+28} = 4$$

$$\frac{980(x+28-x)}{x(x+28)} = 4$$

$$\frac{980 * 28}{x(x+28)} = 4$$

$$\begin{cases} 980 * 7 = x^2 + 28x \\ x \neq 0; -28 \end{cases}$$

$$x^2 + 28x - 6860 = 0$$

$$D = 784 - 4 * 1 * (-6860) = 784 + 27440 = 168^2$$

$$x_1 = \frac{-28 + 168}{2} = \frac{140}{2} = 70$$

$$x_2 = \frac{-28 - 168}{2} < 0$$

Ответ: 70 км/ч

Из пунктов А и В, расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились в 9 км от А. Найдите скорость пешехода, шедшего из А, если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход, шедший из В, и сделал в пути получасовую остановку

Решение:

Пусть скорость пешехода, шедшего из А, будет x км/ч, тогда скорость пешехода, шедшего из В $(x - 1)$ км/ч

Составим таблицу данных:

□ Из условий известно, что пешеход, шедший из А, сделал остановку $\frac{1}{2}$ ч. Тогда

$$t_1 + \frac{1}{2} = t_2$$

Получаем уравнение времени:

$$\frac{9}{x} + \frac{1}{2} = \frac{10}{x-1}$$

$$\frac{10}{x-1} - \frac{9}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{10x - 9(x-1)}{x(x-1)} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} (10x - 9x + 9)2 = x^2 - x \\ x \neq 0; 1 \end{cases}$$



□

$$2x + 18 = x^2 - x$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$D = 9 + 4 * 18 = 81 = 9^2$$

$$x_1 = \frac{3 + 9}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{3 - 9}{2} < 0$$

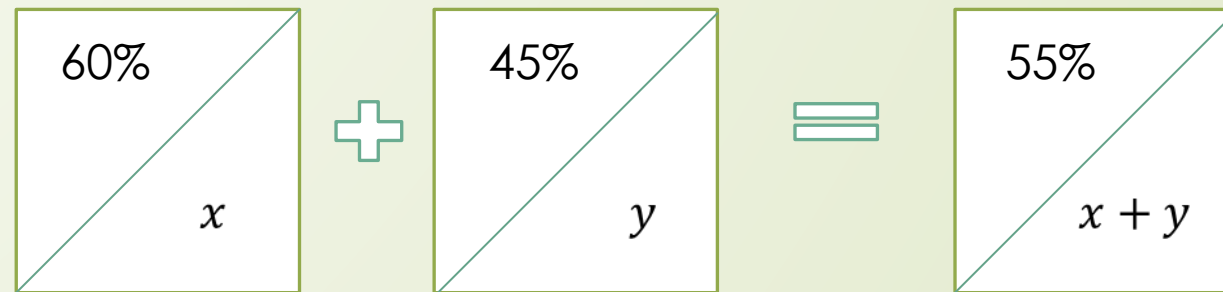
Ответ: 6 км/ч

Задачи на сплавы, смеси

Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 60%, а во втором — 45% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 55% меди?

Решение:

Изобразим графически:





Получаем уравнение:

$$60x + 45y = 55(x + y)$$

$$60x + 45y = 55x + 55y$$

$$60x - 55x = 55y - 45y$$

$$5x = 10y$$

$$x = 2y$$

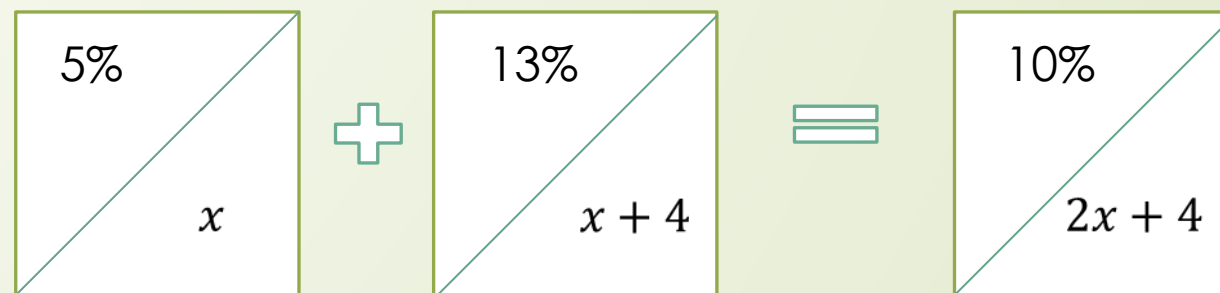
$$\frac{x}{y} = \frac{2y}{y} = \frac{2}{1}$$

Ответ: 2:1

Первый сплав содержит 5% меди, второй — 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава

Решение:

Изобразим графически:



Получим уравнение:

$$5x + 13(x + 4) = 10(2x + 4)$$



□

$$5x + 13x + 52 = 20x + 40$$

$$18x + 52 = 20x + 40$$

$$20x - 18x = 52 - 40$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

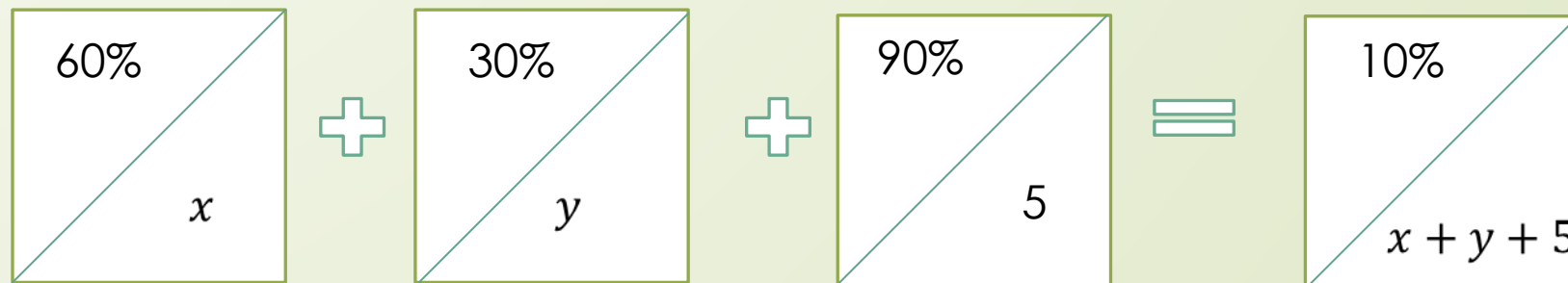
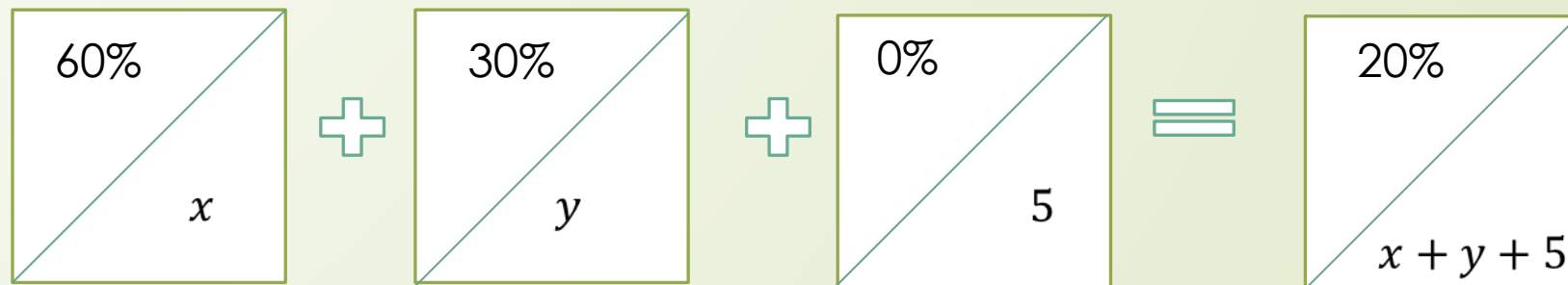
Тогда $2x + 4 = 12 + 4 = 16$ кг – масса третьего сплава

Ответ: 16 кг

Смешав 60%-ый и 30%-ый растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 20%-ый раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 60%-го раствора использовали для получения смеси?

Решение:

Изобразим графически:



Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 60x + 30y + 0 \cdot 5 = 20(x + y + 5) \\ 60x + 30y + 90 \cdot 5 = 70(x + y + 5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 60x + 30y = 20x + 20y + 100 \\ 60x + 30y + 450 = 70x + 70y + 350 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 60x - 20x + 30y - 20y = 100 \\ 70x - 60x + 70y - 30y = 450 - 350 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40x + 10y = 100 \\ 10x + 40y = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 160x + 40y = 400 \\ 10x + 40y = 100 \end{cases}$$

$$150x = 300$$

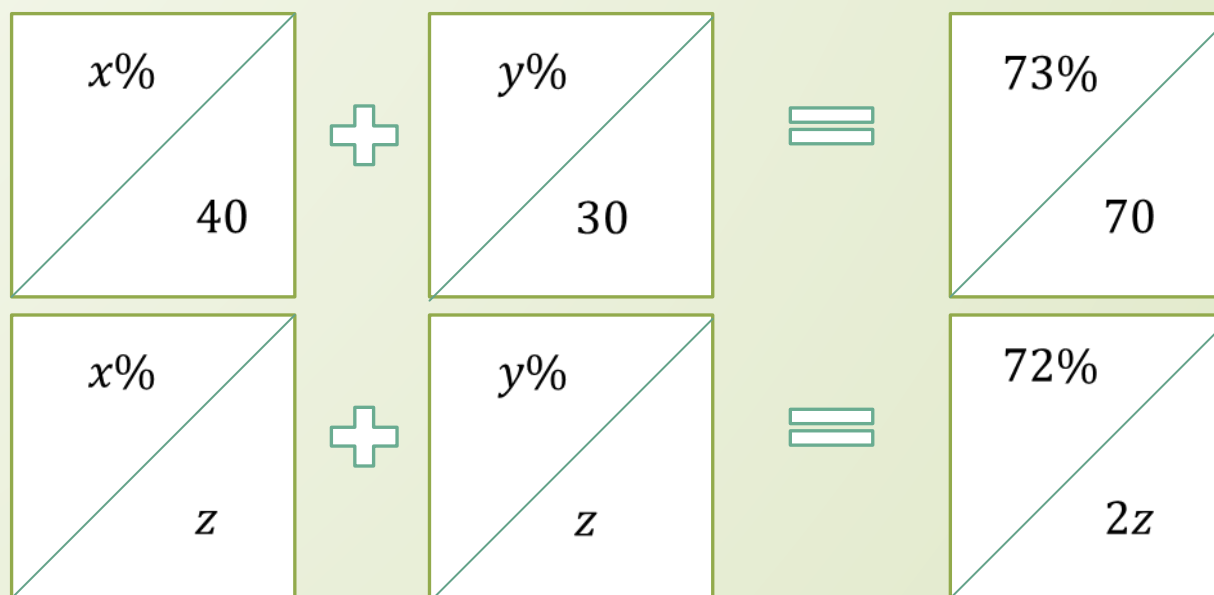
$$x = \frac{300}{150} = 2$$

Ответ: 2 кг

Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Решение:

Изобразим графически:



Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 40x + 30y = 73 * 70 \\ xz + yz = 72 * 2z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40x + 30y = 5110 \\ x + y = 144 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40x + 30y = 5110 \\ 30x + 30y = 4320 \end{cases}$$

$$10x = 790$$

$$x = 79\%$$

$$y = 144 - 79 = 65\%$$

Найдем массу кислоты во втором растворе:

$$30 * 0,65 = 19,5 \text{ кг}$$

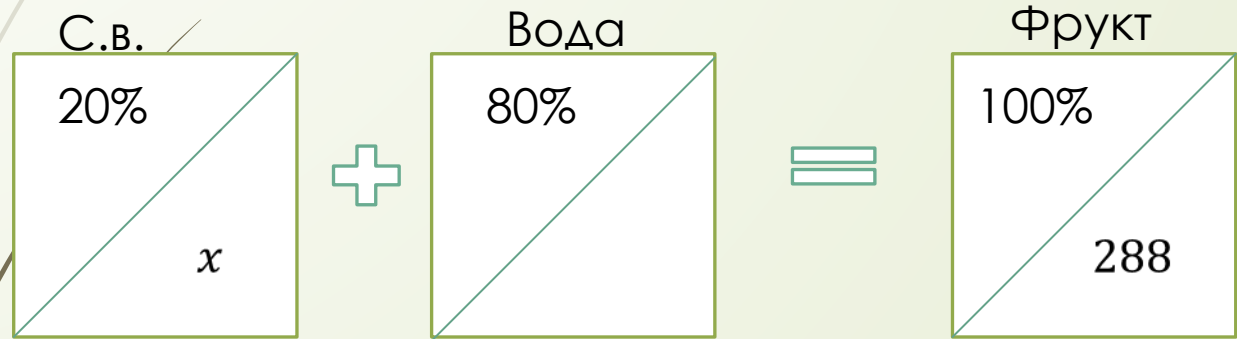
Ответ: 19,5 кг

Задачи на проценты

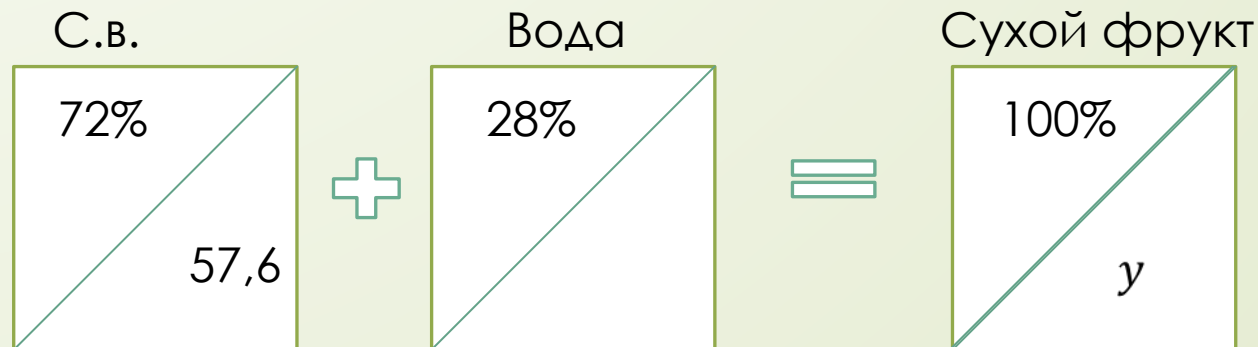
Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные — 28%. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

Решение:

Изобразим графически:




$$\frac{20}{x} = \frac{100}{288} \quad x = \frac{20 * 288}{100} \quad x = 57,6$$



$$\frac{72}{57,6} = \frac{100}{y} \quad y = \frac{57,6 * 100}{72} \quad y = 80$$

Ответ: 80 кг



На пост главы администрации города претендовало три кандидата: Журавлёв, Зайцев, Иванов. Во время выборов за Иванова было отдано в 2 раза больше голосов, чем за Журавлёва, а за Зайцева — в 3 раза больше, чем за Журавлёва и Иванова вместе. Сколько процентов голосов было отдано за победителя?

Решение:

Составим схему:

Журавлев	
Зайцев	
Иванов	

Победитель голосования: Зайцев



□ Составим пропорцию:

$$\frac{12x}{9x} = \frac{100}{y}$$

$$y = \frac{9x * 100}{12x}$$

$$y = 75\%$$

Ответ: 75%