Физика

Установочные лекции для студентов заочного отделения ИПО РГППУ

Аношина Ольга Владимировна

2017

Контрольная работа

При изучении курса физики обучающиеся выполняют две контрольные работы. В первом семестре необходимо сдать контрольную работу №1, в которой необходимо решить восемь задач по темам дисциплины того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой шифра зачетной книжки студента. Номера задач для каждого варианта приведены в табл. **1.2** учебного пособия.

Для выполнения задания требуются:

Л.В. Гулин, С.В. Анахов. Задачи по курсу физики: учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2015. 104 с.

Литература:

1. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособие для инженерно-технич. специальностей вузов - М.: Академия, 2010.

2. Савельев И.В. Основы теоретической физики: учебник в 3 томах. 3-е изд., - СПб. : Издательство "Лань", 2005.

3. Чертов А.Г. Задачник по физике: учеб. пособие для втузов / А.Г. Чертов, А.А. Воробьёв. - 9-е изд., перераб. и доп. - М. : изд. Физико-математической литературы, 2009.

4. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики для втузов / Т.И. Трофимова, 3-е изд. - М. : Оникс 21 век; Мир и образование, 2005.

Механика

Механика **— часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.**

Механическое движение **— это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.**

Разделы механики:

1. **Кинематика. Изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обусловливают.**
2. **Динамика. Изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.**
3. **Статика. Изучает законы равновесия системы тел.**

Модели в механике **(определения)*:***

Материальная точка **— тело, обладающее массой, размерами которого можно пренебречь.**

Абсолютно твердое тело **– тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между двумя точками (или точнее между двумя частицами) этого тела остается постоянным.**

Абсолютно упругое тело **– деформация которого подчиняется закону Гука, а после прекращения внешнего воздействия такое тело полностью восстанавливает свои первоначальные размеры и форму.**

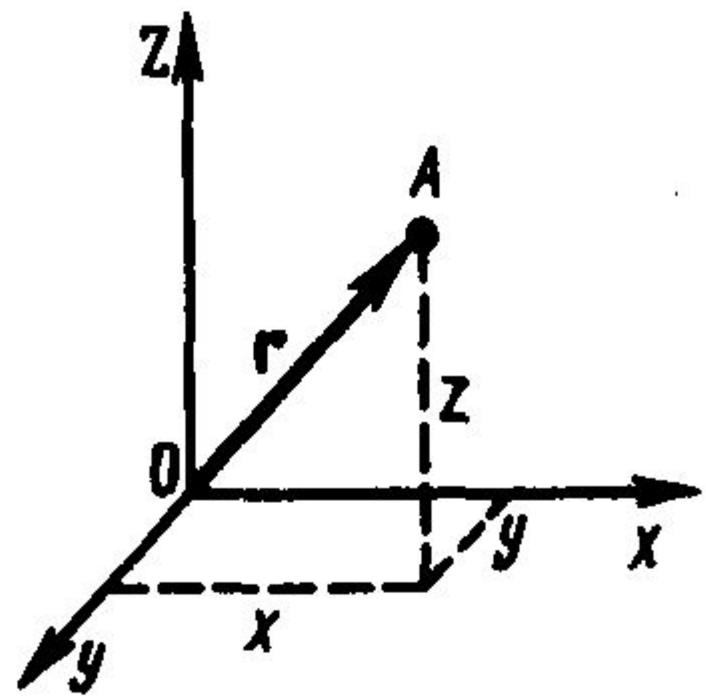
Абсолютно неупругое тело **– полностью сохраняющее деформированное состояние после прекращения действия внешних сил.**

Основные определения в кинематике

Система отсчета **— совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета.**

Телом отсчета **называется произвольно выбранное тело, по отношению к которому определяется положение материальной точки.**

В физике наиболее часто используется декартовая система координат.
В декартовой системе положение точки *A* в данный момент времени по отношению к этой системе характеризуется тремя координатами *x, y* И *z* или радиусом-вектором *r,* проведенным из начала системы координат в данную точку.



При движении материальной точки ее координаты определяется скалярными уравнениями:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t),$$

или векторным уравнением:

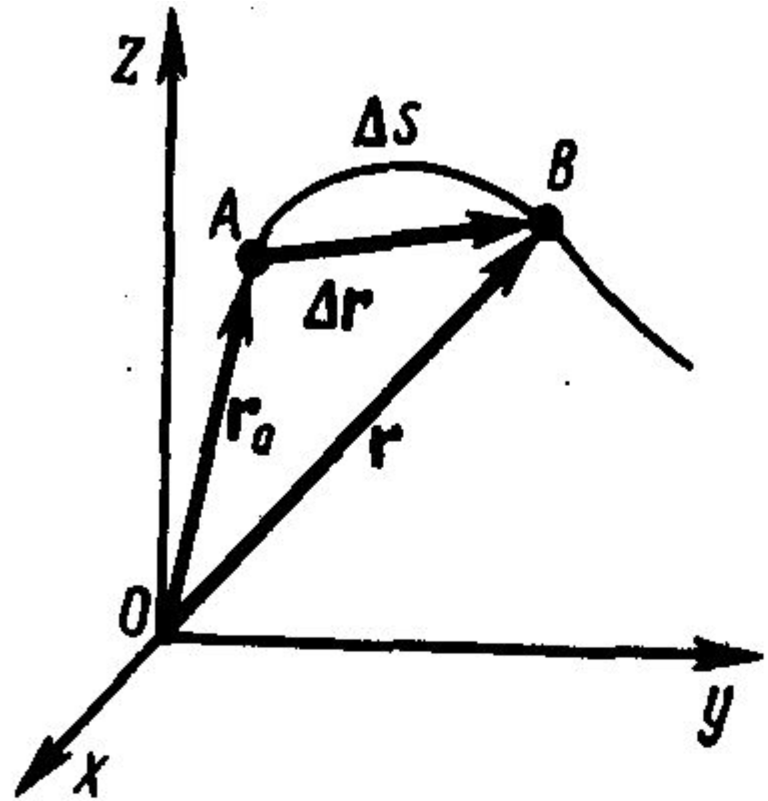
$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

Эти уравнения называются кинематическими уравнениями движения материальной точки.

Траектория движения материальной точки — линия, описываемая этой точкой в пространстве.
Движение может быть прямолинейным и криволинейным.

Длина участка траектории *АВ,* пройденного материальной точкой с момента начала отсчета времени, называется длиной пути Δ*s* и является *скалярной функцией* времени:

$$\Delta s = \Delta s(t).$$



Вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \overrightarrow{r_0}$, проведенный из начального положения *A* в конечное *B* называется перемещением.

Скорость **– это векторная величина, которая определяет быстроту движения и его направление в данный момент времени.**

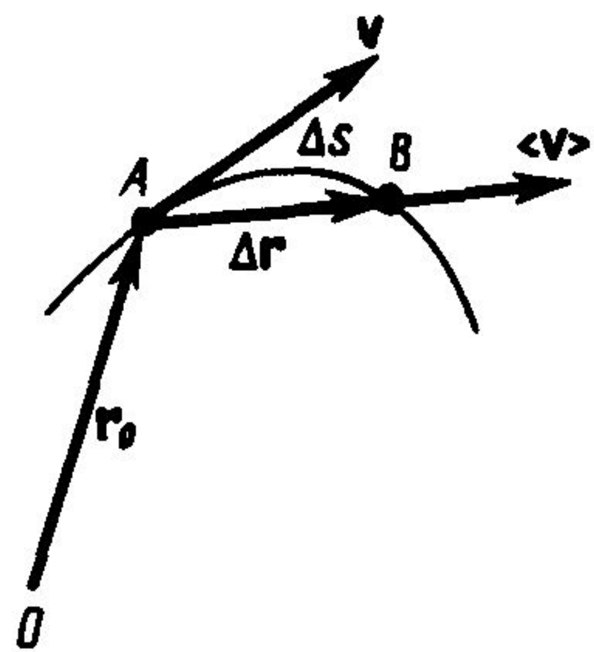
Вектором средней скорости **<v> называется отношение приращения Δr радиуса-вектора точки к промежутку времени Δt:**

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением вектора Δr.

***Мгновенная скорость v*:**

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



Отсюда

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt.$$

Ускорение

Ускорение **– это физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости по модулю и направлению.**

Средним ускорением неравномерного движения в интервале от t до $t + \Delta t$ называется векторная величина, равная отношению изменения скорости Δv к интервалу времени Δt:

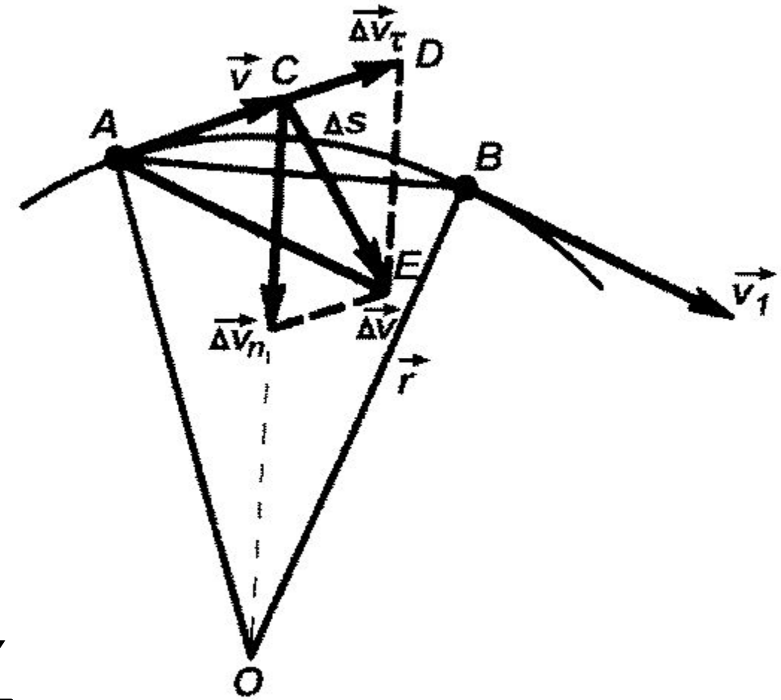
$$\langle\vec{\mathrm{a}}\rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

Мгновенным ускорением a материальной точки в момент времени t будет предел среднего ускорения:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Нормальная составляющая ускорения:

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}.$$

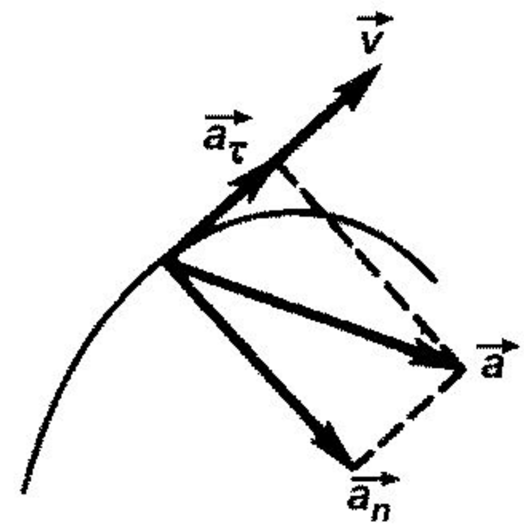


Тангенциальная составляющая ускорения:

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

Полное ускорение тела есть векторная сумма тангенциальной и нормальной составляющих:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \overrightarrow{a_n} + \overrightarrow{a_\tau}$$



В зависимости от тангенциальной и нормальной составляющих ускорения движение можно классифицировать следующим образом:

1) $a_\tau = 0; \quad a_n = 0$ — прямолинейное равномерное движение;

2) $a_\tau = a = \text{const}; \; a_n = 0$ — прямолинейное равнопеременное движение.

При таком виде движения: $$a_\tau = a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

3) $a_\tau = f(t); \; a_n = 0$ — прямолинейное движение с переменным ускорением;

4) $a_\tau = 0; \; a_n = \text{const}$ — равномерное движение по окружности;

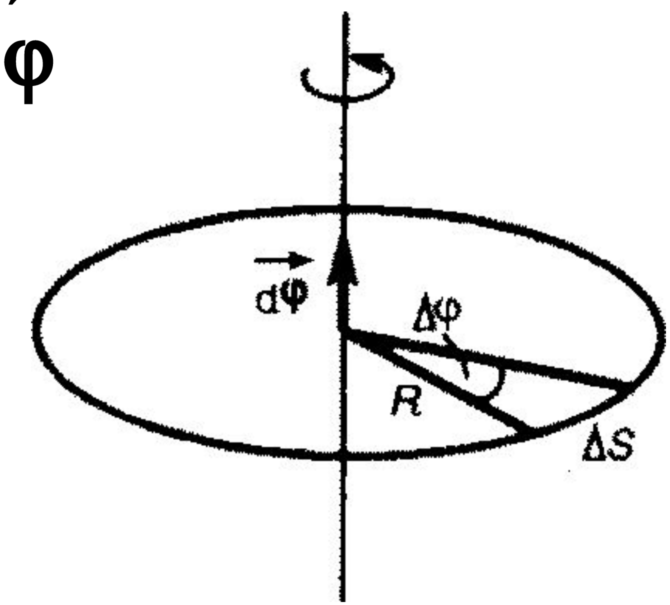
5) $a_\tau = 0; \; a_n \neq 0$ — равномерное криволинейное движение;

6) $a_\tau = \text{const}; \; a_n \neq 0$ — криволинейное равнопеременное движение;

7) $a_\tau = f(t); \; a_n \neq 0$ — криволинейное движение с переменным ускорением.

Кинематика вращательного движения

Вектор угла поворота движущегося тела $\vec{d\varphi}$

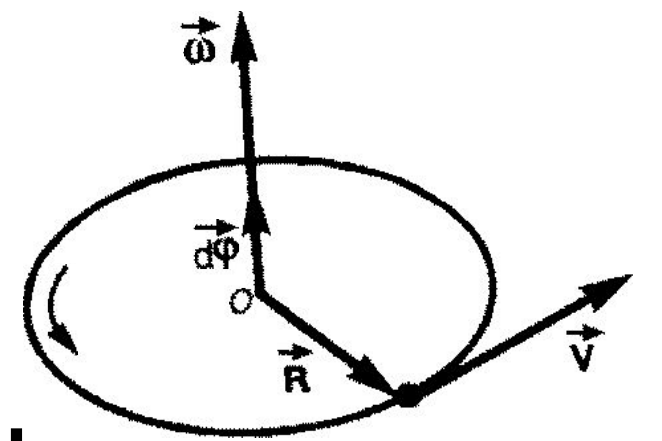


Модуль вектора угла поворота равен углу поворота, а его направление подчиняется правилу правого винта.

Угловая скорость **– это векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени:**

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

Вектор угловой скорости направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта.



Линейная скорость точки:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R\frac{d\varphi}{dt} = R\omega$$

$$\boxed{v = R\omega}$$

В векторном виде :

$$v = \left[\vec{\omega} R\right]$$

Модуль векторного произведения:

$$\omega R \sin(\widehat{\vec{\omega} R})$$

При равномерном вращательном движении период равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Число оборотов в единицу времени (частота):

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

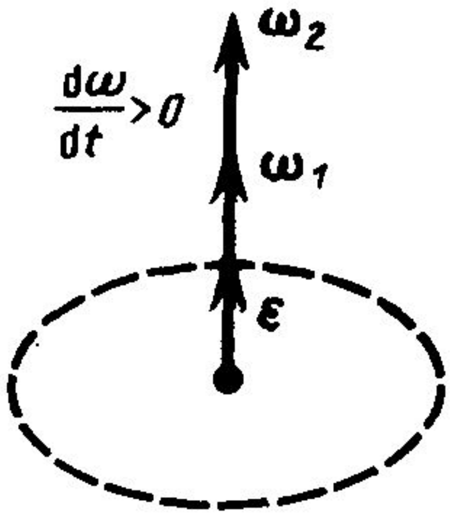
Угловая частота вращения:

$$\omega = 2\pi n.$$

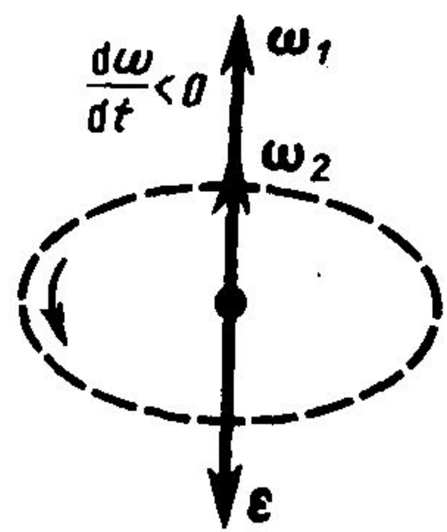
Угловое ускорение – это векторная величина, равная производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Направление вектора ускорения при ускоренном движении:



Направление вектора ускорения при замедленном движении:



Тангенциальная составляющая ускорения:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}, \quad v = \omega R,$$

$$a_\tau = \frac{d\left(\omega R\right)}{dt} = \frac{R\,d\omega}{dt} = R\varepsilon$$

Нормальная составляющая ускорения:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

Связь между линейными и угловыми величинами выражается следующими формулами:

$$s = R\varphi,\ v = R\omega,\ a_\tau = R\varepsilon,\ a_n = \omega^2 R$$

В случае равнопеременного движения точки по окружности **(ε=const):**

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t \qquad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Динамика материальной точки

Законы Ньютона

Первый закон Ньютона:

«Всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние».

Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется *инертностью.*

Первый закон Ньютона выполняется только в инерциальных системах отсчета.

***Инерциальная система отсчета* – это система, относительно которой материальная точка, *свободная от внешних воздействий,* либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно.**

Мера инертности тела – это его масса.

Масса тела **— физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные и гравитационные свойства.**

Сила **— это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.**

Второй закон Ньютона

«Ускорение, с которым движется тело, прямопропорционально силе, действующей на тело, и обратнопропорционально массе тела».

Второй закон Ньютона — основной закон динамики поступательного движения:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \qquad \vec{F} = m\vec{a}.$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

Импульсом материальной точки **(количеством движения) называется векторная величина численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости.**

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Тогда общая формулировка второго закона Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе.

Третий закон Ньютона:

«Силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки».

$$\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}$$

Закон сохранения импульса

«Импульс в замкнутой системе не изменяется с течением времени».

$$p = \sum_{i=1}^{n} m_i v_i = const$$

Замкнутой (изолированной) называется такая механическая система тел, на которую не действуют внешние силы.

Работа и энергия

Энергия, работа, мощность

Энергия **— универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.**

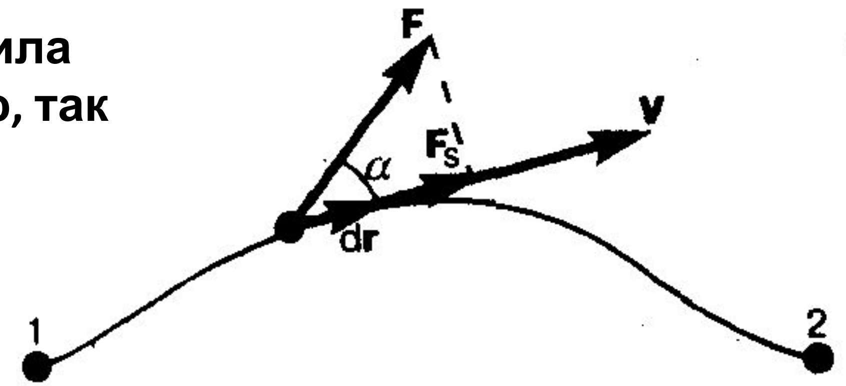
Энергия бывает: механическая, тепловая, электромагнитная, ядерная и др.

Работа силы **– количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.**

Если тело движется прямолинейно и на него действует постоянная сила F, которая составляет некоторый угол α с направлением перемещения, то работа этой силы:

$$A = F_s s = Fs\cos\alpha.$$

При криволинейном движении сила может изменяться как по модулю, так и по направлению.



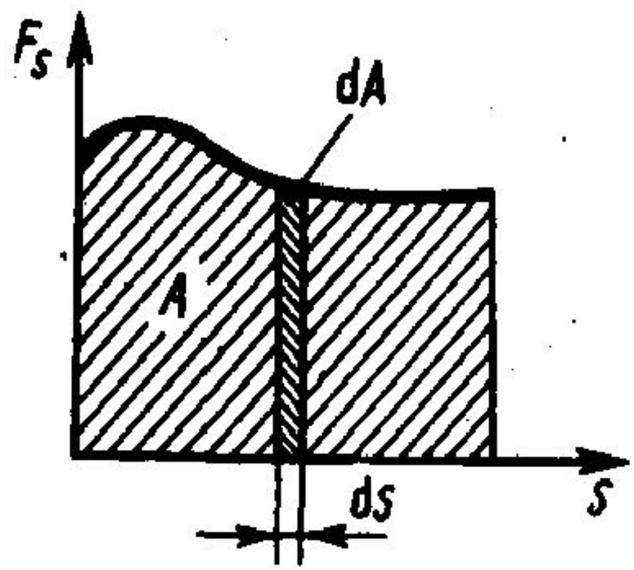
Работа силы на малом участке траектории:

$$\mathrm{d}A = F\mathrm{d}r = F\cos\alpha\,\mathrm{d}s = F_s\mathrm{d}s.$$

Работа силы на участке траектории от точки *1* до точки *2* равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути.

$$A = \int_1^2 F ds \cos\alpha = \int_1^2 F_s ds.$$

Для вычисления этого интеграла надо знать зависимость силы F_s от пути s вдоль траектории $1—2$.



Единица работы — джоуль (Дж):

1 Дж — работа, совершаемая силой 1 Н на пути 1 м (1 Дж=1 Н · м).

Мощность **– это скорость совершения работы::**

$$N = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}.$$

За время d*t* сила *F* совершает работу *F*d*r*,
а мощность, развиваемая этой силой, в данный момент времени:

$$N = \frac{F\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = Fv.$$

т. е. равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы;

N **— величина *скалярная.***

Единица мощности — ватт (Вт):
1 Вт — мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж (1 Вт = 1 Дж/с).

Кинетическая и потенциальная энергии

Кинетическая энергия **механической системы — это энергия механического движения этой системы.**

Приращение кинетической энергии на элементарном перемещении равно элементарной работе на этом перемещении:

$$dK = dA;$$

$$dA = Fdr = ma \cdot dr = m\frac{dv}{dt}dr = mv \cdot dv = dK;$$

$$K = \int_0^v mv \cdot dv = \frac{mv^2}{2}.$$

Потенциальная энергия **— механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.**

Потенциальная энергия есть функция состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и от ее положения по отношению к внешним телам.

Примеры потенциальной энергии.

1. Потенциальная энергия тела массой m, поднятого над землей на высоту *h*:

$$W = mgh.$$

2. Потенциальная энергия пружины, растянутой на длину *x* :

$$W = \frac{kx^2}{2}.$$

Закон сохранение механической энергии:

«в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется».

$$K + W = E = const.$$

Консервативной называется сила, работа которой не зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую.

Полная механическая энергия **механической системы:**

$$E = K + W.$$

Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние), называются ***консервативными системами***.

Закон сохранения механической энергии можно сформулировать еще так:
«в консервативных системах полная механическая энергия сохраняется».

Диссипативные системы – это такие, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие формы энергии.

Процесс уменьшения механической энергии за счет преобразования в другие формы энергии получил название ***диссипации*** (или рассеяния) энергии.

Закон сохранения и превращения энергии **–**
фундаментальный закон природы:

«энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой».

В этом и заключается физическая сущность закона сохранения и превращения энергии — сущность неуничтожимости материи и ее движения.

Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов

Статистический и термодинамический методы исследования

Молекулярная физика и термодинамика — разделы физики, в которых изучаются зависимости свойств тел от их строения, взаимодействия между частицами и характера движения частиц.

Молекулярная физика — раздел физики, изучающий строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений.

Основа молекулярной физики — это представление, что все тела состоят из молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении.

Явления в молекулярной физике изучаются с помощью статистического метода.

Статистический метод – это метод исследования систем, состоящих из большого числа частиц и использующий статистические закономерности динамических характеристик этих частиц (скорости, энергии и т. д.).

Термодинамика **— раздел физики, изучающий общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, а также процессы перехода между этими состояниями.**

Явления термодинамики изучаются с помощью термодинамического метода.

Термодинамический метод **– это метод исследования систем, состоящих из большого числа частиц и использующий величины, характеризующие систему в целом (давление, объем, температура).**

Термодинамика имеет дело с термодинамической системой.

Термодинамическая система **– это совокупность мак роскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами (внешней средой).**

Состояние системы задается термодинамическими параметрами (параметрами состояния) —температурой, давлением и удельным объемом.

Температура **— физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы.**

В настоящее время применяются только две температурные шкалы — термодинамическую и Международную практическую.

В Международной практической шкале температура измеряется в градусах Цельсия (°С).

Температура замерзания и кипения воды при давлении $1{,}013 \cdot 10^5$ Па соответственно 0 и 100°С (реперные точки).

В термодинамической шкале температура измеряется в кельвинах (К).

Температура определяется по одной реперной точке — тройная точка воды (температура, при которой лед, вода и насыщенный пар при давления 609 Па находятся в термодинамическом равновесии).

Температура этой точки по термодинамической шкале равна 273,15К.

Термодинамическая температура и температура по Между народной практической шкале связаны соотношением:

$$T = 273{,}15 + t.$$

Нормальные условия:

$$T_0 = 273{,}15\ \text{K} = 0^0\ \text{C}, \quad p_0 = 101325\ \text{Па}$$

Удельный объем *v* — это объем единицы массы.

Когда тело однородно, т. е. его плотность ρ = const, то *v=V/m=*1/ρ.

Законы, описывающие поведение идеальных газов

В молекулярно-кинетической теории пользуются *моделью идеального газа*, согласно которой считают, что:

1) собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;

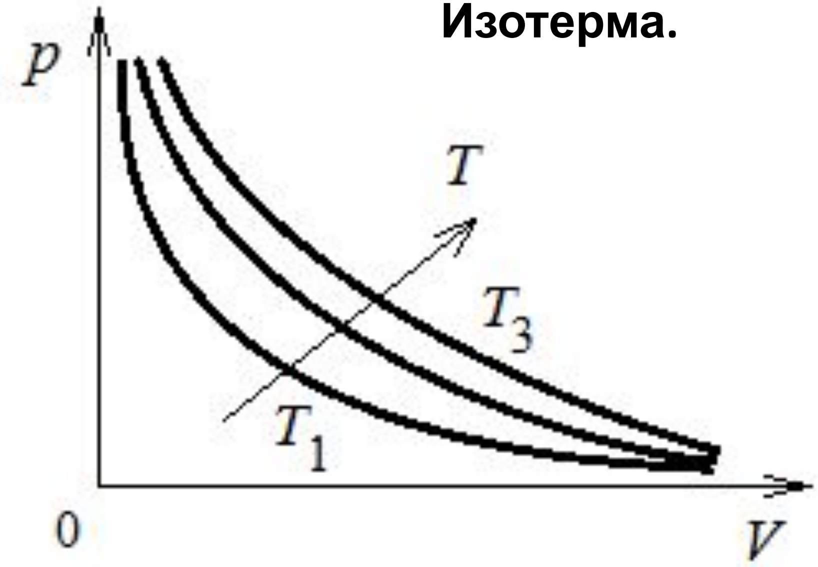
2) между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;

3) столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Закон Бойля—Мариотта:

«для данной массы газа при постоянной температуре произведение давления газа на его объем есть величина постоянная»:

Изотерма.



$$\boxed{PV = const,}$$

$$T = \text{const}, \quad m = \text{const}.$$

Роберт Бойль (1627—1691)— английский ученый;
Эдм Мариотт (1620—1684) — французский физик.

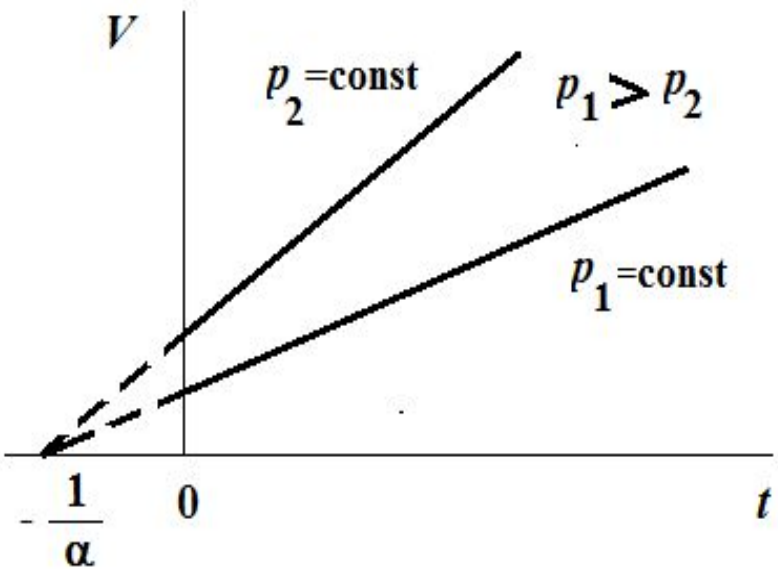
Законы Гей-Люссака

1) объем данной массы газа при постоянном давлении изменяется линейно с температурой:

$$\boxed{V = V_0(1+\alpha t),}$$

$$p = const, \quad m = const.$$

Изобара.



Процесс, протекающий при постоянном давлении, называется изобарным.

$$\alpha = \frac{1}{273}K^{-1}.$$

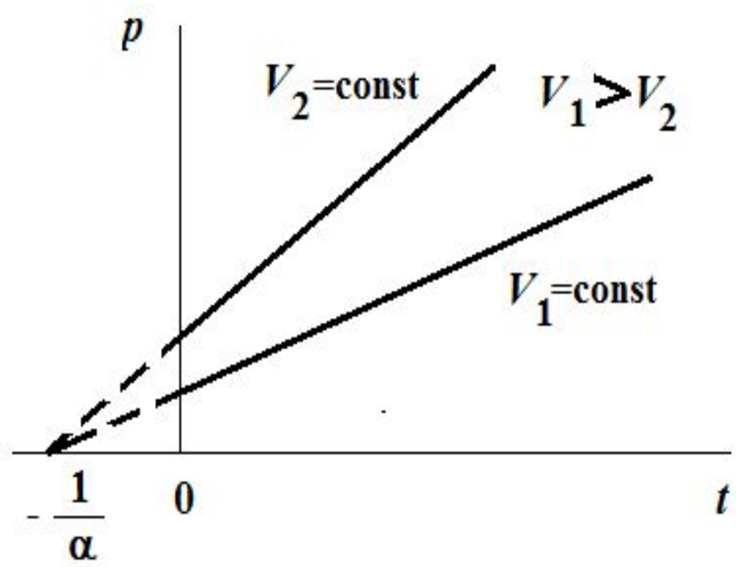
Жозеф Гей-Люссак (1778—1850) — французский ученый.

2) давление данной массы газа при постоянном объеме изменяется линейно с тем пературой:

$$p = p_0(1+\alpha t),$$

$$V = const; \quad m = const.$$

Изохора.



Процесс, протекающий при постоянном объеме, называется изохорным.

В термодинамической шкале температур:

$$V = V_0(1+\alpha t) = V_0 \alpha T.$$

$$p = p_0(1+\alpha t) = p_0 \alpha T.$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad \frac{V}{T} = \text{const}, \quad \textit{при } p = \text{const}, m = \text{const}.$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad \frac{p}{T} = \text{const}, \quad \textit{при } V = \text{const}, m = \text{const}.$$

Закон Авогадро:

«моли любых газов при одинаковых температуре и давлении занимают одинаковые объемы».

При нормальных условиях этот объем равен $22,41 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль (молярный объем).

А. Авогадро (1776—1856) — итальянский физик и химик.

Моль – единица количества вещества, количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится в 0,012 кг изотопа углерода.

Молярная масса:

$$\mu = \frac{m}{V}\left[\frac{\text{кг}}{\text{моль}}\right]$$ **– это масса одного моля вещества.**

В одном моле различных веществ содержится одно и то же число молекул, называемое постоянной Авогадро:

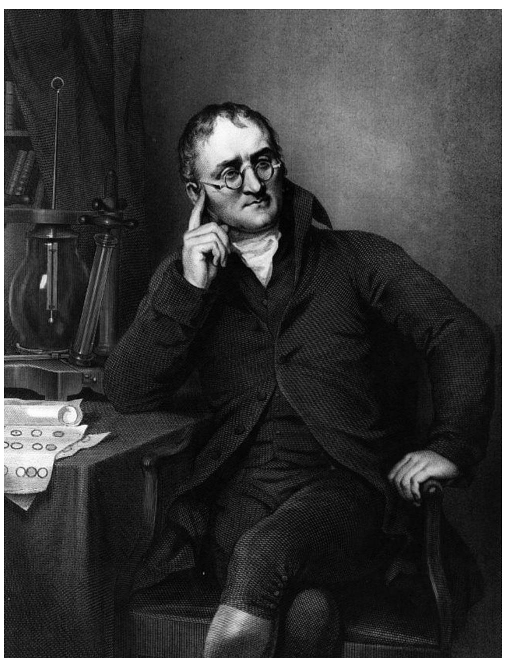
$$\boxed{N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}}$$

Закон Дальтона:

«давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений $p_1, p_2, \ldots, p_n$ входящих в нее газов»:

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n\,.$$

Парциальное давление — давление, которое производил бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал объем, равный объему смеси при той же температуре.



Дж. Дальтон (1766—1844) — английский химик и физик.

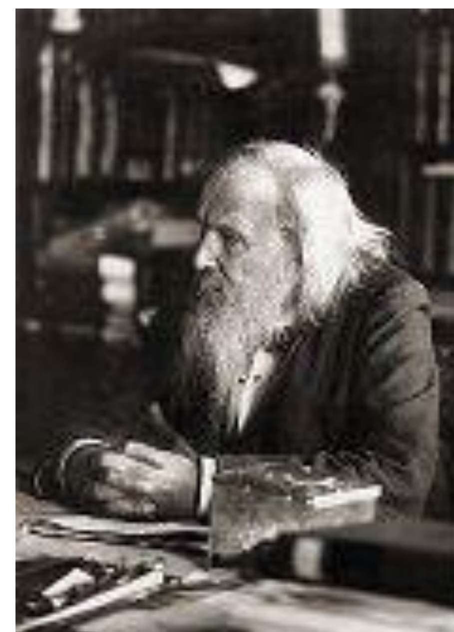
Уравнение состояния идеального газа (Менделеева-Клапейрона)

Уравнением состояния термодинамической системы называется уравнение, которое связывает давление *p*, объем *V* и температуру *T*:

$$f(p, V, T) = 0.$$

Французский физик и инженер Бенуа Клапейрон (1799—1864).

Русский ученый Дмитрий Иванович Менделеев (1834—1907)



Уравнение Клапейрона — Менделеева для газа массой m:

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT, \qquad \nu = \frac{m}{M}$$ — **количество вещества.**

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$ **- универсальная газовая постоянная**

Вводя постоянную Больцмана: $k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$

уравнение состояния можно записать в виде:

$$p = \frac{RT}{V_m} = \frac{kN_AT}{V_m} = nkT.$$ **- основное уравнение МКТ**

где $N_A/V_m = n$ **— концентрация молекул (число молекул в единице объема).**

В результате можно сделать выводы:

1. Давление идеального газа при данной температуре прямо пропорционально концентрации его молекул (или плотности газа).

2. При одинаковых температуре и давлении все газы содержат в единице объема одинаковое число молекул.

Число молекул, содержащихся в 1 м^3 газа при *нормальных условиях,* называется числом Лошмидта:

$$N_L = \frac{p_0}{kT_0} = 2,68 \cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}$$

Иоганн Лошмидт (1821-1895) — австрийский физик и химик, член Австрийской академии наук.

Другие формы основного уравнения МКТ :

1. Учитывая, что *n =N / V,* получим

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{2}{3} E$$

2. Так как масса газа *m=Nm₀,* то уравнение можно переписать в виде:

$$pV = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 .$$

3. Для одного моля газа *m=M* (*M* — молярная масса):

$$pV_m = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 .$$

Используя уравнение Клапейрона — Менделеева получим:

$$RT = \frac{1}{3} M \left\langle v_{кв} \right\rangle^2, \quad \left\langle v_{кв} \right\rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Так как $M = m_0 N_A$,

m_0 **— масса одной молекулы,**

N_A **— постоянная Авогадро, то:**

$$\left\langle v_{кв} \right\rangle = \sqrt{\frac{3RT}{n_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

$k = R/N_A$ **— постоянная Больцмана.**

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{E}{N} = \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

При T=0 $<\varepsilon_0>$=0, т. е. при 0 *К* прекращается поступательное движение молекул газа, а следовательно, его давление равно нулю.

Вывод: **термодинамическая температура является мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа/**

Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям

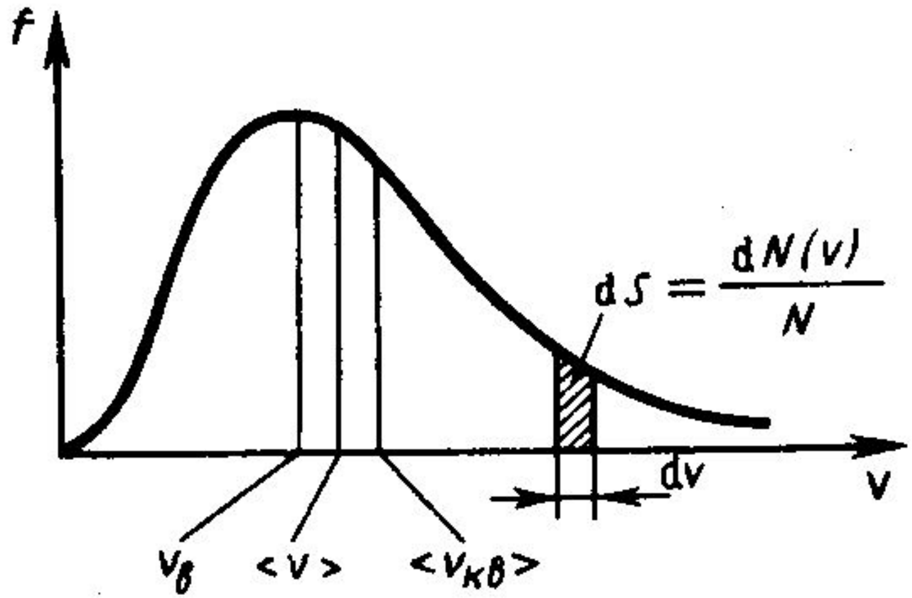
Закон Максвелла описывает функцию *f*(*v*), которая называется функцией распределения молекул по скоростям.

$$\frac{\mathrm{d}N(v)}{N} = f(v)\mathrm{d}v, \qquad f(v) = \frac{\mathrm{d}N(v)}{N\,\mathrm{d}v}.$$

Функция распределения молекул идеального газа по скоростям:

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2\, e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}.$$

График функции распределения молекул идеального газа по скоростям:



Относительное число молекул

$$\frac{dN(v)}{N},$$

скорости которых лежат в интервале от v до $v+dv$, находится как площадь заштрихованной полоски.

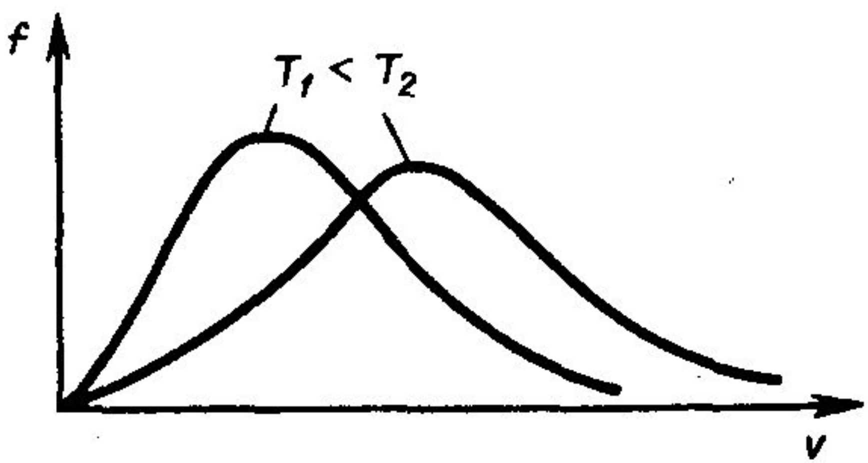
$$\int_0^\infty f(v)dv = 1.$$

Это означает, что функция $f(v)$ удовлетворяет условию нормировки.

Наиболее вероятная скорость молекулы.

Вероятной скоростью называется скорость, при которой функция распределения молекул идеального газа по скоростям максимальна.

$$\frac{df(v)}{dt} = 0, \qquad v_{в} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$



При повышении температуры максимум функции распределения молекул по скоростям сместится вправо.

Средняя скорость молекулы <*v*>:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N}\int_0^{\infty} v\,dN(v) = \int_0^{\infty} v f(v)\,dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}.$$

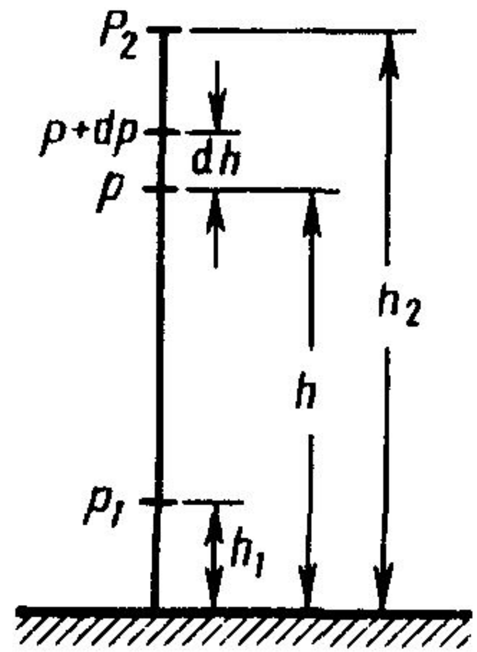
Средняя квадратичная скорость молекулы:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 1{,}22\, v_{\text{в}}.$$

Барометрическая формула

Барометрическая формула определяет закон изменения давления с высотой.

Если атмосферное давление на высоте *h* равно *p*, то на высоте *h*+d*h* оно равно *p*+d*p*.



$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}.$$

Барометрическая формула позволяет найти атмосферное давление в зависимости от высоты или, измерив давление, найти высоту.

Прибор для определения высоты над земной поверхностью называется высотомером (или альтиметром).

Распределение Больцмана

Поскольку $p=n\,k\,T$, то барометрическую формулу можно записать в виде:

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}$$

где n – концентрация молекул на высоте h,

n_0 – то же, на высоте $h=0$.

Заменим: $\mu = m_0 N_A; \; R = k N_A,$

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}.$$

Обозначим: $П=m_0gh$ — потенциальная энергия молекулы, то:

$$n = n_0 e^{-\frac{П}{kT}}$$

– формула распределения Больцмана.

Основы термодинамики

Термодина́мика **— раздел физики, изучающий соотношения и превращения теплоты и других форм энергии.**

Внутренняя энергия и число степеней свободы

Любая термодинамическая система обладает определенной внутренней энергией.

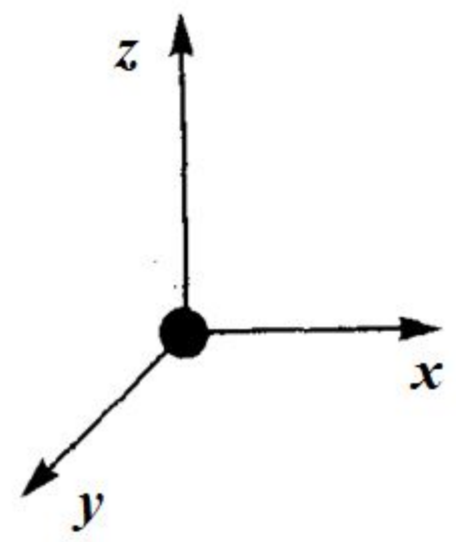
Внутренняя энергия **— энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т. д.) и энергия взаимодействия этих частиц.**

При переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

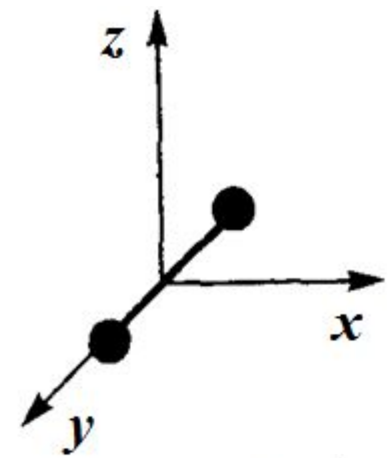
Число степеней свободы молекулы

Числа степеней свободы – это число независимых координат, полностью определяющих положение системы в пространстве.

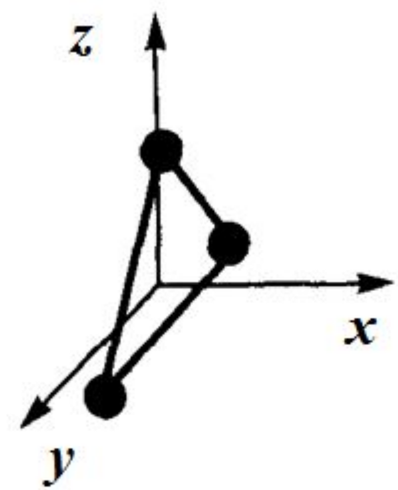
Молекулу одноатомного газа можно рассматривать как материальную точку, имеющую три степени свободы поступательного движения.



Молекула двухатомного газа рассматривается как совокупность двух материальных точек.



Эта система кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения.



Трехатомные молекулы имеют шесть степеней свободы: три поступательных и три вращательных.

Жесткой связи между атомами не существует. Поэтому для реальных молекул необходимо учитывать также степени свободы колебательного движения.

Независимо от общего числа степеней свободы молекул три степени свободы всегда поступательные.

На каждую из них приходится в среднем одинаковая энергия, равная 1/3 значения $<\varepsilon_0>$:

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{\langle \varepsilon_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2}kT.$$

Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул

На каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится кинетическая энергия:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{kT}{2}.$$

На каждую колебательную степень свободы энергия:

$$\langle \varepsilon \rangle = kT.$$

Средняя энергия молекулы равна:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

i — сумма числа поступательных, числа вращательных в удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}.$$

Внутренняя энергия, отнесенная к одному молю газа, будет равна сумме кинетических энергий N_A молекул:

$$U_m = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT.$$

Внутренняя энергия для произвольной массы m газа:

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \nu \frac{i}{2} RT,$$

M — молярная масса, ν — количество вещества.

Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики: **теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил.**

Первое начало термодинамики характеризует закон сохранения энергии при изменении состояния системы.

Существует две формы изменения внутренней энергии системы: передача теплоты и работа против внешних.

$$\Delta U = Q - A.$$

Q - **количество теплоты, полученным системой,**

A - **работа, совершаемая системой против внешних сил.**

$$\boxed{Q = \Delta U + A}$$

Первое начало термодинамики в дифференциальной форме:

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}A;$$

$$\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A.$$

$\mathrm{d}U$ — бесконечно малое изменение внутренней энергии системы,

δA — элементарная работа,

δQ — бесконечно малое количество теплоты.

В этом выражении $\mathrm{d}U$ является полным дифференциалом, а δA и δQ таковыми не являются.

Т. е., если система вернулась в исходное состояние, то изменение внутренней энергии равно нулю, а работа при этом нулю не равна:

$$\oint \mathrm{d}U = 0.$$

Другая формулировка первого начала термодинамики

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то изменение ее внутренней энергии равно нулю:

$$\Delta U = 0,$$

тогда, согласно первому началу термодинамики:

$$A = Q,$$

т. е. «вечный двигатель первого рода — периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, — невозможен».

Изопроцессы

Изопроцессы **– это равновесные процессы, при которых один из основных параметров состояния сохраняется постоянным.**

Изохорный процесс **– процесс при постоянном объеме.**
(V=const).

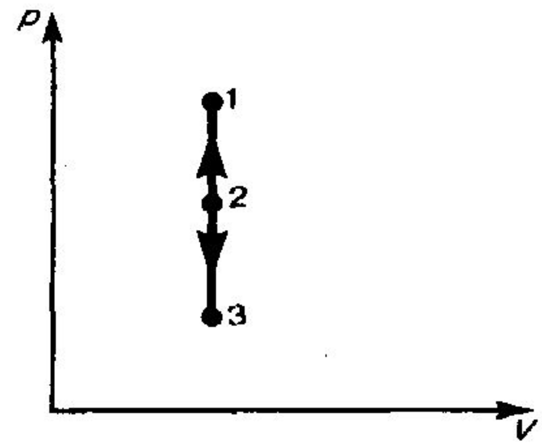


Диаграмма этого процесса (изохора) в координатах *p, V* изображается прямой, параллельной оси ординат.

При изохорном процессе газ не совершает работы над внешними телами, т. е.:

$$\delta A = p\,\mathrm{d}V = 0.$$

Из первого начала термодинамики:

$$\delta Q = \mathrm{d}U + p\,\mathrm{d}V$$

Для изохорного процесса следует, что вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии:

$$\delta Q = \mathrm{d}U; \qquad p\,\mathrm{d}V = 0.$$

Поскольку $\mathrm{d}U_m = C_V\,\mathrm{d}T,$

то для произвольной массы газа получим:

$$\delta Q = \mathrm{d}U = \frac{m}{M} C_V\,\mathrm{d}T.$$

Изобарный процесс **– процесс при постоянном давлении (*p*=const).**

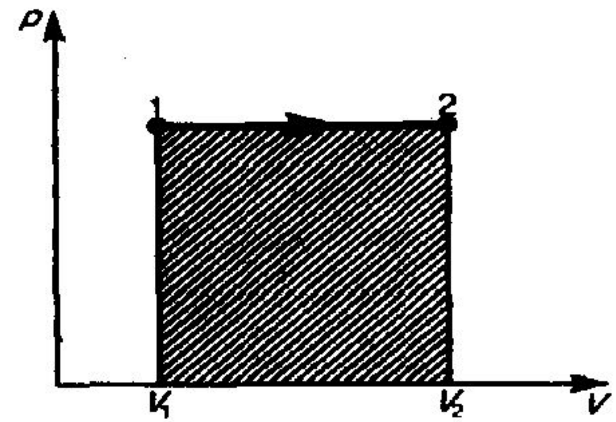


Диаграмма этого процесса (изобара) в координатах *p, V* изображается прямой, параллельной оси *V*.

При изобарном процессе работа газа при увеличения объема от V_1 до V_2 равна:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = p(V_2 - V_1).$$

(определяется площадью заштрихованного прямоугольника).

Если использовать уравнение Клапейрона — Менделеева для выбранных нами двух состояний, то:

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{M}RT_2,$$

откуда:

$$V_2 - V_1 = \frac{m}{M}\frac{R}{p}(T_2 - T_1).$$

Тогда выражение для работы изобарного расширения примет вид:

$$A = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1).$$

Из предыдущего выражения вытекает физический смысл молярной газовой постоянной *R*:

«если $T_2 - T_1 = 1$ К, то для 1 моль газа $R = A$, т. е. *R* численно равна работе изобарного расширения 1 моль идеального газа при нагревании его на 1 К».

В изобарном процессе при сообщении газу массой *m* количества теплоты:

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_p \mathrm{d}T$$

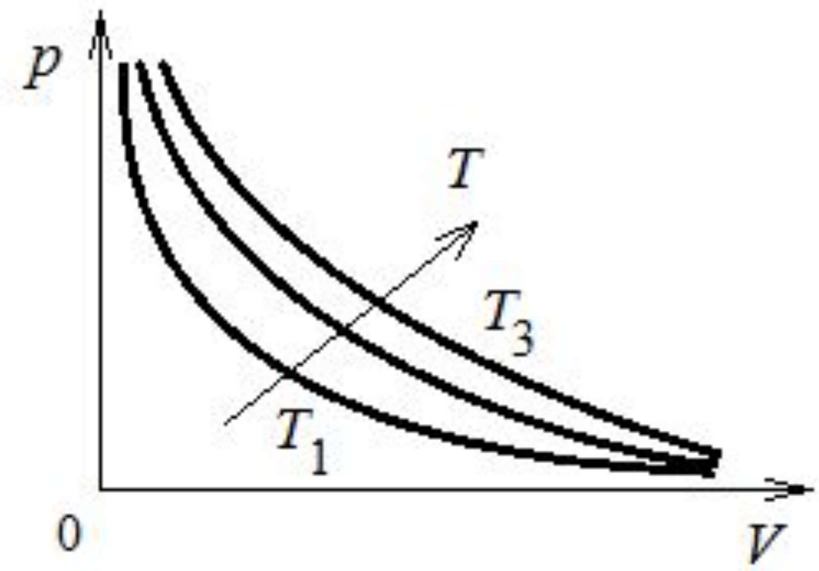
его внутренняя энергия возрастает на величину:

$$dU = \frac{m}{M} C_V \mathrm{d}T.$$

Изотермический процесс **(T=const) описывается законом Бойля—Мариотта:**

$$pV = \mathrm{const}.$$

Диаграмма этого процесса (изотерма) в координатах p, V представляет собой гиперболу, расположенную на диаграмме тем выше, чем выше температура, при которой происходит процесс.



Найдем работу изотермического расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{\mathrm{d}V}{V} = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln\frac{p_1}{p_2}.$$

Так как при *T*= const внутренняя энергия идеального газа не изменяется:

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT = 0.$$

то из первого начала термодинамики ($\delta Q = dU + \delta A$) следует, что для изотермического процесса:

$$\delta Q = \delta A,$$

т. е. все количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил:

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln\frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Адиабатический процесс –

процесс, при котором отсутствует теплообмен (δ*Q*= 0) между системой и окружающей средой.

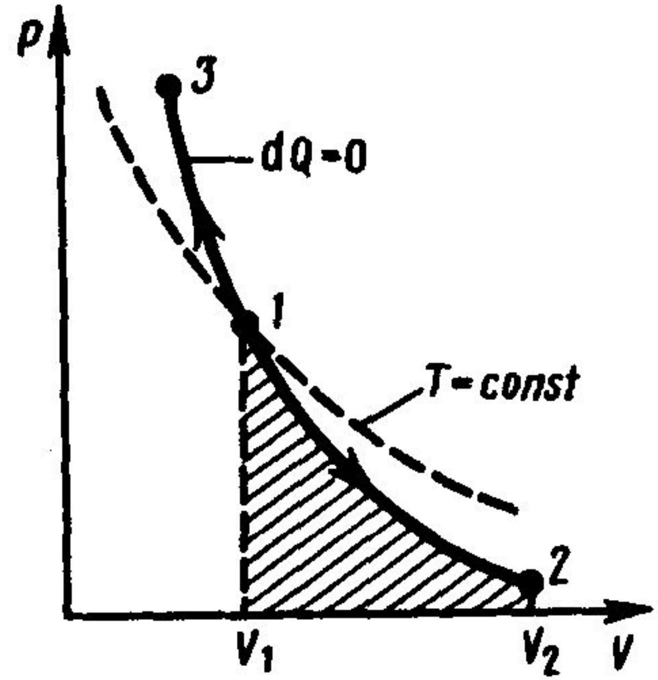


Диаграмма адиабатического процесса (адиабата) в координатах *p, V* изображается гиперболой.

Адиабата более крута, чем изотерма.

Это объясняется тем, что при адиабатическом сжатии *1—3* увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, как при изотермическом сжатии, но и повышением температуры.

Уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона)

Из первого начала термодинамики ($\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A$) для адиабатического процесса следует, что:

$$\delta A = -\mathrm{d}U.$$

т. е. внешняя работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.

$$\delta A = p\,\mathrm{d}V; \quad U = \frac{m}{M} C_V \mathrm{d}T;$$

тогда:

$$p\,\mathrm{d}V = -\frac{m}{M} C_V \mathrm{d}T \qquad (1)$$

Решая полученное дифференциальное уравнение, получим:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}, \qquad p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} = \text{const}.$$

$$\boxed{pV^{\gamma} = \text{const}}$$

- уравнение адиабатического процесса, уравнение Пуассона.

Переходя к переменным *T, V* или *p* с помощью уравнения Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

получим другие выражения адиабатического процесса:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}; \qquad T^{\gamma}p^{1-\gamma} = \text{const}.$$

Рассмотренные процессы происходят при постоянной теплоемкости.

В изобарном и изохорном процессах теплоемкости соответственно равны C_V и C_p,

В изотермическом процессе ($dT = 0$) теплоемкость равна $\pm\infty$,

В адиабатическом ($\delta Q = 0$) теплоемкость равна нулю.

Процесс, в котором теплоемкость остается постоянной, называется политропным.

Исходя из первого начала термодинамики при условии постоянства теплоемкости (C=const) можно вывести уравнение политропы:

$$pV^n = \text{const}.$$

$n=(C—C_p)/(C—C_V)$—показатель политропы.

При $C=0$, $n=\gamma$, получается уравнение адиабаты,
при $C=\infty$, $n=1$ — уравнение изотермы,
при $C=C_p$, $n=0$ —уравнение изобары,
при $C=C_V$, $n=\pm\infty$ — уравнение изохоры.

Таким образом, все рассмотренные процессы являются частными случаями политропного процесса.

Работа, совершаемая газом в адиабатическом процессе:

$$\delta A=-\frac{m}{M}C_v dT.$$

Если газ адиабатически расширяется от объема V_1 до V_2, то его температура уменьшается от T_1 до T_2 и работа расширения идеального газа:

$$A=-\frac{m}{M}C_v\int_{T_1}^{T_2}dT=\frac{m}{M}C_v(T_1-T_2).$$

Электростатика

Электрические заряды

Все тела в природе способны электризоваться, т. е. приобретать электрический заряд.

Электризация тел может осуществляться различными способами: трением, электростатической индукцией и т. п.

***Электрический заряд* (количество электричества) — это физическая величина, определяющая способность тел быть источником электромагнитных полей и принимать участие в электромагнитном взаимодействии.**

***Электрический заряд* – это физическая величина, характеризующая свойство частиц или тел вступать в электромагнитные силовые взаимодействия.**

Единица электрического заряда — кулон (Кл) — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с.

***Закон сохранения заряда*:**
«алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной».

Электрический заряд дискретен. Элементарный электрический заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Электрон и протон являются носителями элементарных зарядов.

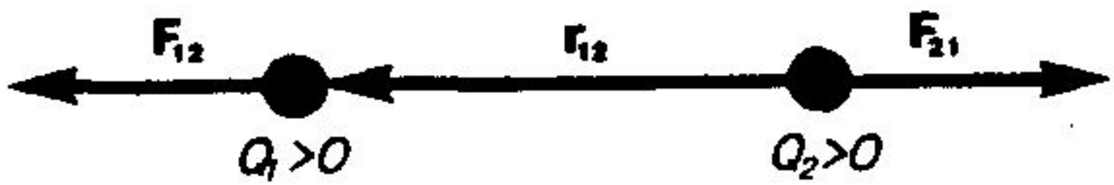
***Закон Кулона:* сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам Q_1 и Q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:**

$$F = k\frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2}.$$

k — коэффициент пропорциональности.

Точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел.

Сила F направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной, и соответствует притяжению (F<0) в случае разноименных зарядов и отталкиванию (F>0) в случае одноименных зарядов.



В векторной форме закон Кулона имеет вид:

$$\vec{F}_{12} = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}_{12}}{r}.$$

F_{12} — сила, действующая на заряд Q_1 *со* стороны заряда Q_2, r_{12} — радиус-вектор, соединяющий заряд Q_2 с зарядом Q_1,
$r = |r_{12}|$.

В системе СИ коэффициент пропорциональности равен:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.$$

С учетом этого закон Кулона запишется в окончательном виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

Величина ε_0 называется электрической постоянной. Она относится к числу *фундаментальных физических постоянных* и равна:

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Ф}}{\text{м}}.$$

Фарад (Ф) — единица электрической емкости.

Электростатическое поле.
Напряженность электростатического поля

В пространстве, окружающем неподвижные электрические заряды, существует силовое поле. Это поле называются электростатическим.

Силовая характеристика электростатического поля называется напряженностью и обозначается E.

Напряженность электростатического поля **в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на пробный единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля.**

$$E = \frac{F}{Q_0}.$$

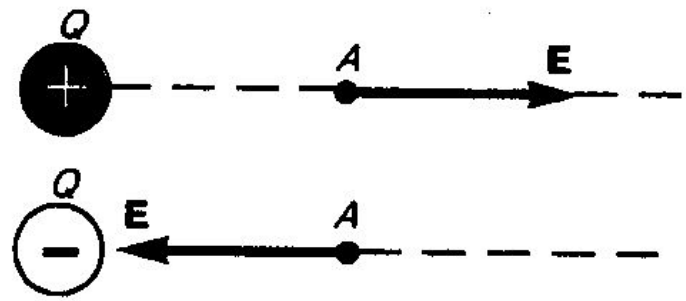
Напряженность поля точечного заряда в вакууме:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2},$$

или в векторной форме:

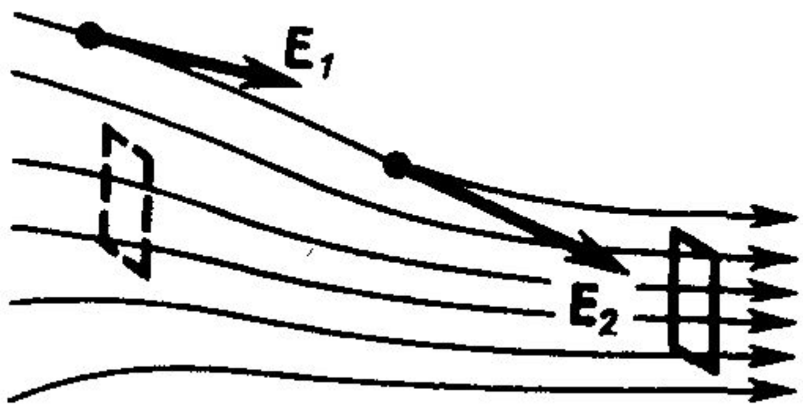
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}.$$

Направление вектора E совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд:



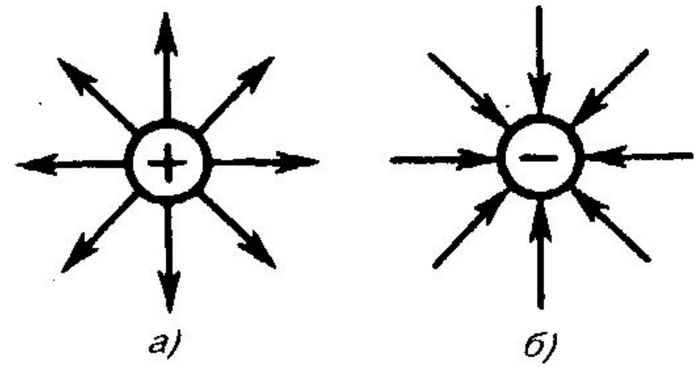
Единица напряженности электростатического поля (Н/Кл):
1 Н/Кл — напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н.

Электростатическое поле изображают графически с помощью линий напряженности. Это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора *E*.



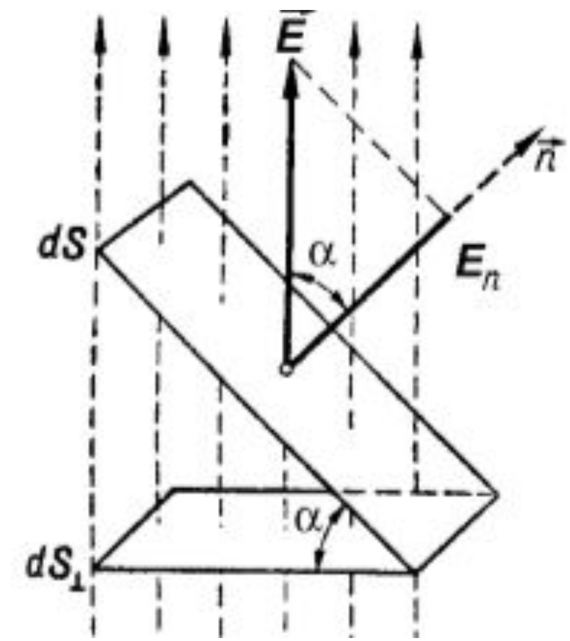
Число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора *E*.

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые.



Число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку d*S*, нормаль *n* которой образует угол α с вектором *E*, равно:

$$\boldsymbol{E}\,\mathrm{d}S\cos\alpha = E_n\,\mathrm{d}S,$$



E_n — проекция вектора *E* на нормаль *n* к площадке d*S* .

Поток вектора напряженности через площадку d*S*:

$$d\Phi_E = E_n dS = \mathbf{E}\, d\mathbf{S}$$

Здесь $d\mathbf{S} = dS\mathbf{n}$ — вектор, модуль которого равен d*S*, а направление совпадает с направлением нормали $\mathbf{n}$ к площадке

Для произвольной замкнутой поверхности *S* поток вектора $\mathbf{E}$ сквозь эту поверхность:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \mathbf{E}\, d\mathbf{S},$$

интеграл берется по замкнутой поверхности *S*.

Принцип суперпозиции электростатических полей.

Принцип суперпозиции полей позволяет определить модуль и направление вектора напряженности *E* в каждой точке электростатического поля, создаваемого системой неподвижных зарядов $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$.

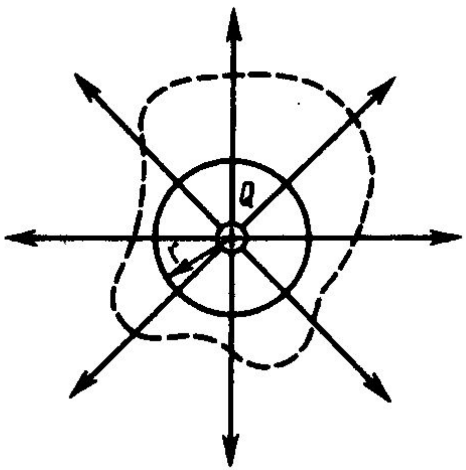
Принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей :

«напряженность E результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна *геометрической сумме* напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности».

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_i \ .$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса *r,* охватывающую точечный заряд *Q,* находящийся в ее центре, равен:



$$\Phi_E = \oint_S E_n \mathrm{d}S = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себя точечный заряд *Q*, поток вектора *E* будет равен:

$$\Phi_E = \oint_S E\,\mathrm{d}S = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Общий случай произвольной поверхности, окружающей *n* зарядов.

$$\boldsymbol{E} = \sum_i \boldsymbol{E}_i, \qquad \Phi_E = \oint_S \boldsymbol{E}\,\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \sum_i \oint_S \boldsymbol{E}_i \mathrm{d}\boldsymbol{S}.$$

Каждый из интегралов, стоящих под знаком суммы, равен Q_i/ε_0, следовательно:

$$\oint_S \boldsymbol{E}\,\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i Q_i$$ - теорема Гаусса.

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:

«поток вектора напряженности электростатического поля *в вакууме* сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0.

Потенциал электростатического поля

Потенциальная энергия заряда Q_0, находящегося в поле заряда Q на расстоянии r от него, равна:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r}.$$

Работу сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд Q_0 в начальной и конечной точках поля заряда Q:

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r_2} = U_1 - U_2.$$

Если поле создается системой *n* точечных зарядов *Q1, Q2, ..., Qn,* то:

$$U=\sum_{i=1}^{n}U_i=Q_0\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_i}{r_i}.$$

Отношение потенциальной энергии точечного заряда к его величине называется потенциалом:

$$\varphi=\frac{U}{Q_0}.$$

Потенциал φ в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом *Q*, равен:

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}.$$

Работа, совершаемая селами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки *1* в точку *2* :

$$A_{12} = U_1 - U_2 = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2),$$

т. е. разность потенциалов двух точек *1* и *2* определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного поло жительного заряда из точки *1* в точку *2*.

Работа сил поля при перемещении заряда Q_0 из точки *1* в точку *2* и разность потенциалов этих точек может быть записана через интеграл:

$$A_{12} = \int_1^2 Q_0 E dl, \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E\mathrm{d}l = \int_1^2 E_l \mathrm{d}l.$$

Если перемещать заряд Q_0 из произвольной точки за пределы поля в бесконечность, где, по условию, потенциал равен нулю, то:

$$\varphi = \frac{A_\infty}{Q_0}.$$

Потенциал **— физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность.**

Единица потенциала — вольт (В):
1 В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1 Дж/Кл).

Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен *алгебраической* сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i}.$$

Напряженность как градиент потенциала. Эквипотенциальные поверхности

Напряженность является *силовой характеристикой поля,* а потенциал — *энергетической характеристикой поля.*

.

Работа по перемещению *единичного* точечного положительного заряда из одной точки поля в другую вдоль оси *x* :

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$

Работа вдоль осей x, y и z:

$$E_x = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} i + \frac{\partial \varphi}{\partial y} j + \frac{\partial \varphi}{\partial z} k\right).$$

i, j, k **— единичные векторы координатных осей *x, y, z*.**

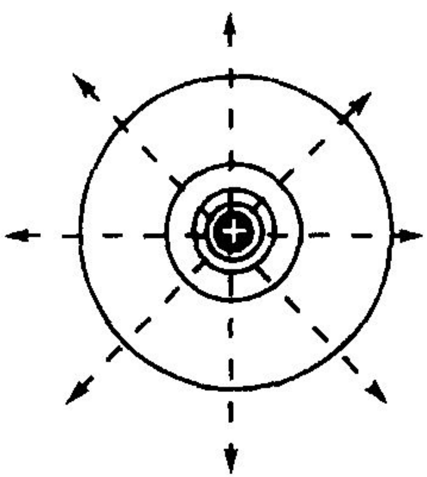
$$\boldsymbol{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi = -\nabla\varphi$$

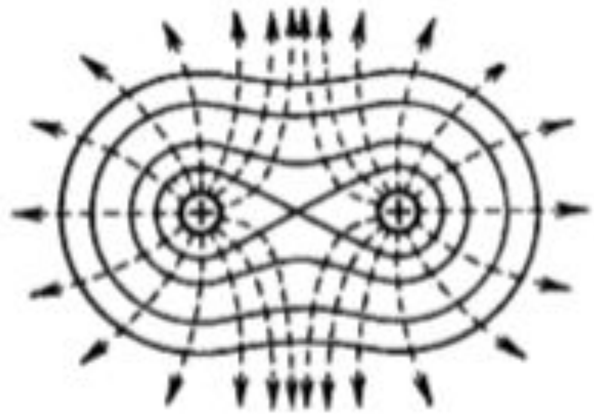
- **напряженность поля $\boldsymbol{E}$ равна градиенту потенциала со знаком минус.**

Знак минус определяется тем, что вектор напряженности $\boldsymbol{E}$ поля направлен в сторону убывания потенциала.

Для графического изображения потенциала электростатического поля пользуются эквипотенциальными поверхностями.

Эквипотенциальные поверхности это такие, во всех точках которых потенциал ϕ имеет одно и то же значение.





Линии напряженности *всегда нормальны* к эквипотенциальным поверхностям.

Четыре примера вычисление разности потенциалов по напряженности поля

1. **Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.**

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$ **σ — поверхностная плотность заряда.**

Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости, равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x1}^{x2} E\mathrm{d}x = \int_{x1}^{x2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1).$$

2. Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

σ – поверхностная плотность заряда,

d – расстояние между плоскостями.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E \mathrm{dx} = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \mathrm{dx} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d.$$

3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности.

Напряженность поля сферической поверхности радиуса *R* с общим зарядом *Q* *вне* сферы (*r*> *R*) :

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы ($r_1 > R$, $r_2 > R$, $r_2 > r_1$), равна:

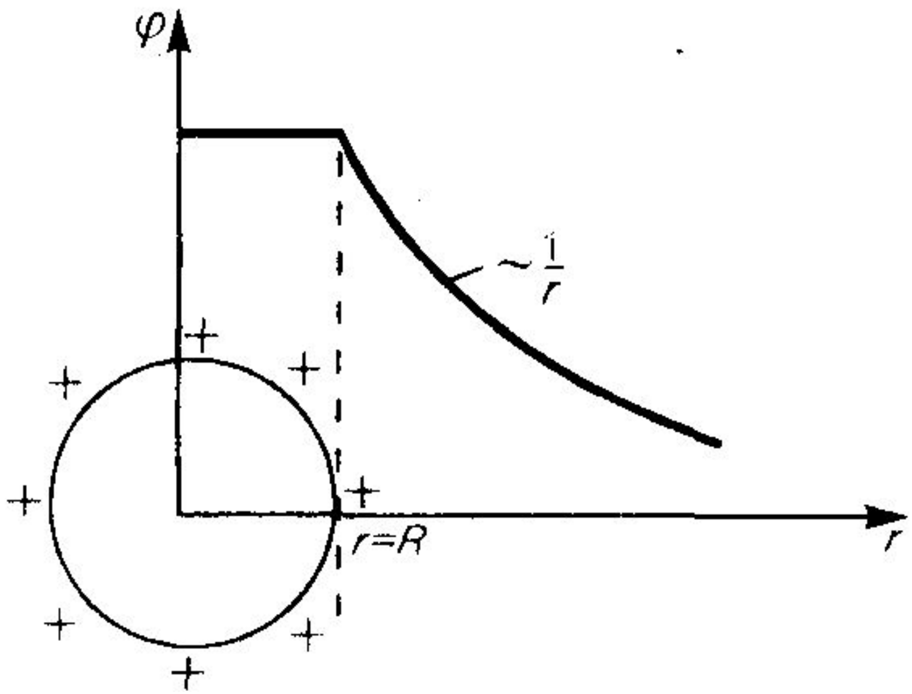
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r1}^{r2} E\mathrm{d}r = \int_{r1}^{r2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\mathrm{d}r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Если принять $r_1 = r$ и $r_2 = \infty$, то потенциал поля вне сферической поверхности:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}.$$

Внутри сферической поверхности потенциал всюду одинаков и равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}.$$



4. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра.

Напряженность вне цилиндра:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r}.$$

R – радиус цилиндра,

τ - линейная плотность заряда.

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 м r_2 от оси заряженного цилиндра ($r_1>R$, $r_2>R$, $r_2>r_1$), равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r1}^{r2} E\mathrm{d}r = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r1}^{r2}\frac{1}{r}\mathrm{d}r = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$