



# Логарифмические неравенства

# Теория

Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма, называется логарифмическим:  $\log_a f(x) > \log_a g(x)$  .

## Решение

При решении логарифмических неравенств следует учитывать общие свойства неравенств, свойство монотонности логарифмической функции и область ее определения. Неравенство  $\log_a f(x) > \log_a g(x)$  равносильно системе  $f(x) > g(x) > 0$  при  $a > 1$  и системе  $0 < f(x) < g(x)$  при  $0 < a < 1$ .

- При изучении логарифмических функций рассматриваются неравенства вида:

$$\log_a x < b$$

$$\log_a x \geq b$$


$$\log_a x > \log_a y$$
$$x > 0; y > 0$$

- 1) если  $a > 0$ , то  $x > y$
- 2) если  $0 < a < 1$ , то  $x < y$

# Пример №1

- Решить неравенство:  $\log_3(x+2) < 3$
- $\log_3(x+2) < \log_3 3^3$
- $a=3; 3 > 0 \Rightarrow$  функция возрастает
- $x+2 < 27$
- $\begin{cases} x+2 < 27 \\ x+2 > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 25 \\ x > -2 \end{cases}$
- Ответ:  $(-2; 25)$

## Пример №2

Решить неравенство:  $\log_{0,5}(2x+1) > -2$

$a=0,5$ ;  $0 < 0,5 < 1 \Rightarrow$  функция убывает

$$\log_{0,5}(2x+1) > \log_{0,5} 4$$

$$2x+1 < 4$$

$$\begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} 2x+1 < 4 \\ 2x+1 > 0 \end{array} \right. \left[ \begin{array}{l} 2x < 3 \\ 2x > -1 \end{array} \right. \left[ \begin{array}{l} x < 1,5 \\ x > -0,5 \end{array} \right. \end{array}$$

Ответ:  $(-0,5; 1,5)$

# Решите устно:

■  $\log_2 x > 1$       ОТВЕТЫ:

■  $(2; \infty)$

■  $\log_3 x > 2$

■  $(9; \infty)$

■  $\log_5 x \geq 0$

■  $[1; \infty)$

■  $\log_{0,5} x \geq 0$

■  $(-\infty; 1]$

- $\log_2 x \leq 1$

ОТВЕТЫ:

- $(0; 2]$

- $\log_3 x < 2$

- $(0; 9)$

- $\log_2 x < 1/2$

- $(0; \sqrt{2})$

- $\log_3 x < 0$

- $(0; 1)$

# Решите неравенства:

■  $\log_3(x-2) > 1$

■  $a > 1$  = > функция возрастает

■  $x-2 > 3$

■  $\begin{cases} x-2 > 3 \\ x-2 > 0 \end{cases} \begin{cases} x > 5 \\ x > 2 \end{cases}$

■ ответ:  $(5; \infty)$

■  $\log_2(x-3) > 5$

■  $a > 1$  = > функция возрастает

■  $x-3 > 32$

■  $\begin{cases} x-3 > 32 \\ x-3 > 0 \end{cases} \begin{cases} x > 35 \\ x > 3 \end{cases}$

■ ответ:  $(35; \infty)$

## ■ $\lg(x-3) \geq 2$

- $a > 1 \Rightarrow$  функция возрастает
- $x-3 \geq 100$
- $\begin{cases} x-3 \geq 100 \\ x-3 > 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq 103 \\ x > 3 \end{cases}$
- ответ:  $[103; \infty)$

## ■ $\lg(x-1) \leq 0$

- $a > 1 \Rightarrow$  функция возрастает
- $x-1 \leq 1$
- $\begin{cases} x-1 \leq 1 \\ x-1 > 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 2 \\ x > 1 \end{cases}$
- ответ:  $(1; 2]$