

# Вписанные и центральные углы

---

**В6**

**2012г.**

**Работа  
учителя математики  
Зениной Алевтины Дмитриевны**

# Прототип задания В6 (№ 27884)

- Угол  $ACO$  равен  $24^\circ$ . Его сторона  $CA$  касается окружности. Найдите градусную величину большей дуги  $AD$  окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

$\triangle ACO$  –прямоугольный.  $\sphericalangle C = 24^\circ \Rightarrow \sphericalangle AOC = 66^\circ$

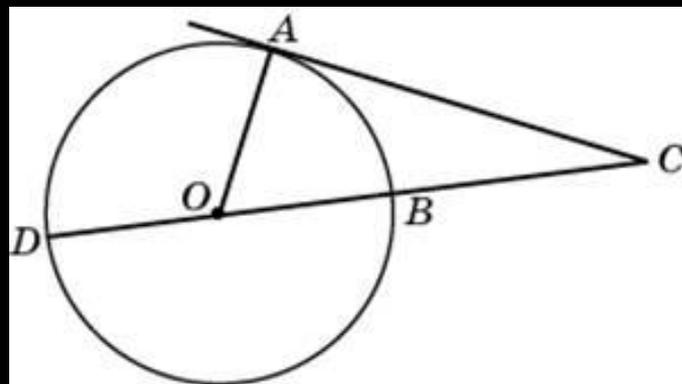
Центральный угол измеряется дугой, на которую опирается. Следовательно меньшая дуга  $AB = \sphericalangle AOC = 66^\circ$

Развернутый угол  $DOB = 180^\circ$

$\sphericalangle DOA = \sphericalangle DOB - \sphericalangle AOB = 180^\circ - 66^\circ$

$\sphericalangle DOA = 114^\circ$

$\sphericalangle DOA$  измеряется дугой  $AD$ , на которую опирается



Большая дуга  $AD$  окружности, заключенная внутри  $\sphericalangle ACO$  равна  $114^\circ$

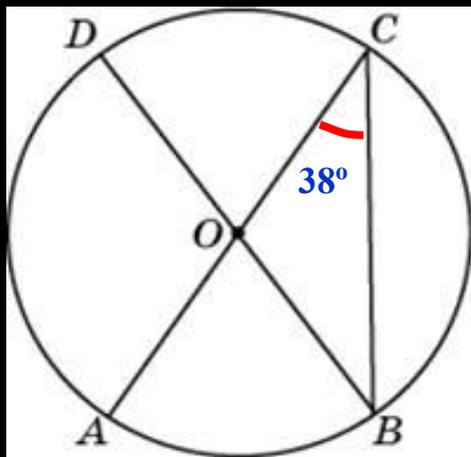
■ Ответ 114

# Прототип задания В6 (№ 27869)

- $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $38^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.

$\triangle BOC$  равнобедренный.  $OC = OB = R$ , следовательно...

$$\angle BCO = \angle CBO = 38^\circ$$



$$\triangle OCB : \angle COB + \angle OCB + \angle CBO = 180^\circ$$

$$\angle COB = 180^\circ - 38^\circ - 38^\circ$$

$$\angle COB = 104^\circ$$

$$\angle AOD = \angle COB \text{ - как вертикальные}$$

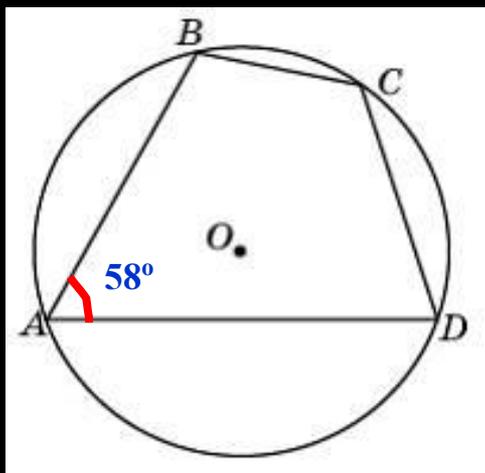
$$\angle AOD = 104^\circ$$

Ответ: 104

# Прототип задания В6 (№ 27871)

- Угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $58^\circ$ . Найдите угол  $C$  этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

Около четырехугольника окружность можно описать лишь в том случае, если сумма противоположных углов равна  $180^\circ$



$$\text{Следовательно } \sphericalangle A + \sphericalangle C = 180^\circ$$

$$\sphericalangle C = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

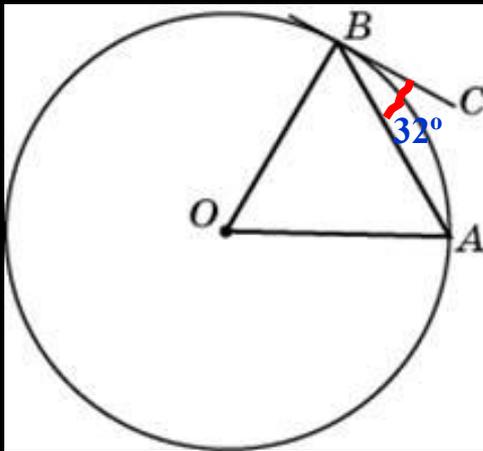
Ответ: 122

# Прототип задания В6 (№ 27878)

Угол между хордой  $AB$  и касательной  $BC$  к окружности равен  $32^\circ$ .  
Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой  $AB$ . Ответ  
дайте в градусах.

Угол, составленный касательной и хордой, измеряется  
половиной дуги заключенной внутри него

Следовательно: Искомая меньшая дуга,  
стягиваемой хордой  $AB$  равна  $32^\circ \cdot 2 = 64^\circ$



Ответ 64

# Дополнительное задание

- Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $82^\circ$  и  $58^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

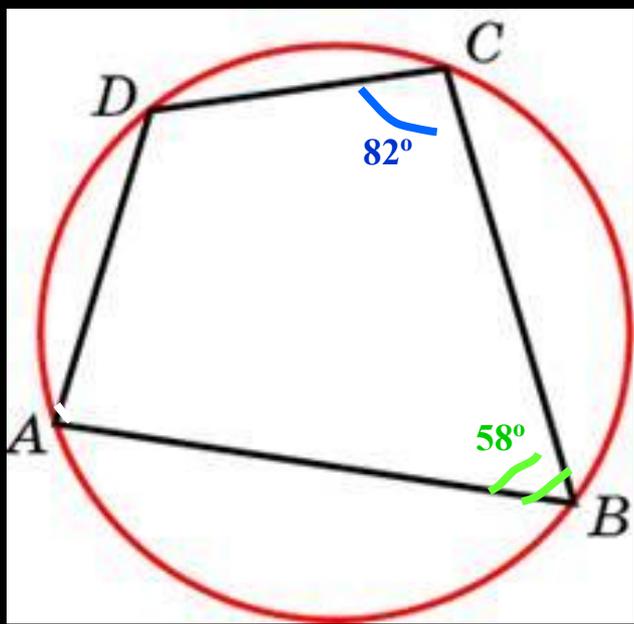
$$\angle A + \angle C = \angle D + \angle B = 180^\circ$$

Следовательно  $82^\circ$  и  $58^\circ$  могут быть равны только соседние углы

$$\text{Пусть } \angle C = 82^\circ \text{ и } \angle B = 58^\circ$$

Так как  $\angle A + \angle C = 180^\circ$ , то  $\angle A = 98^\circ$  и

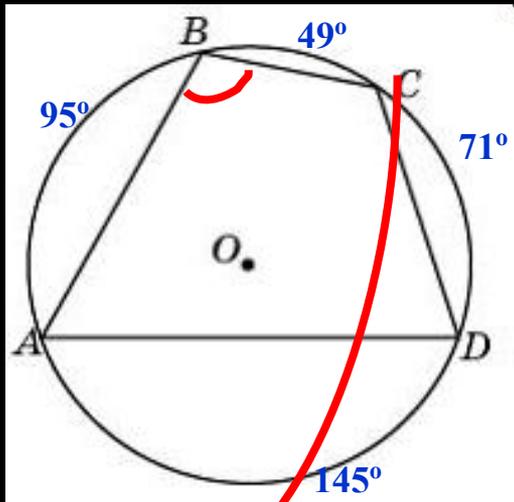
$$\angle D + \angle B = 180^\circ, \text{ то } \angle D = 122^\circ$$



# Прототип задания В6 (№ 27872)

- Стороны четырехугольника  $ABCD$   $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$  стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно  $95^\circ$ ,  $49^\circ$ ,  $71^\circ$ ,  $145^\circ$ . Найдите угол  $B$  этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую опирается



$\sphericalangle ABC$  опирается на дугу  $ADC$

Дуга  $ADC$  равна  $145^\circ + 71^\circ = 216^\circ$

$$\sphericalangle ABC = 216^\circ : 2 = 108^\circ$$

$$\sphericalangle ABC = 108^\circ$$

# Прототип задания В6 (№ 27863)

Центральный угол на  $36^\circ$  больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

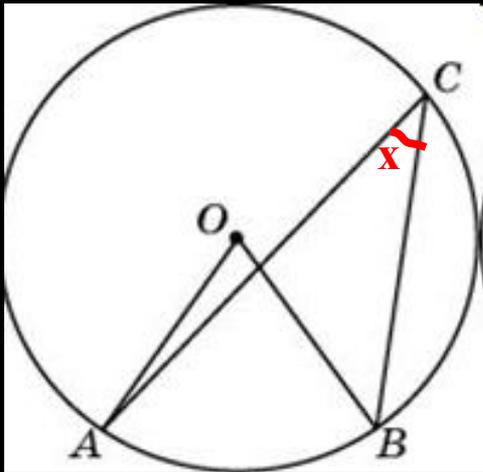
Вписанный угол  $ACB$  составляет половину центрального  $AOB$ , опирающегося на ту же дугу  $AB$

Пусть  $\angle ACB = x$       Тогда  $\angle AOB = x + 36^\circ$

Так как  $\angle AOB = 2\angle ACB$ , то

$$x + 36^\circ = 2x \quad x = 36^\circ$$

Ответ: 36



# Прототип задания В6 (№ 27857)

- Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.

По условию задачи  $AC = R$ , Следовательно  $AC = AO = CO$

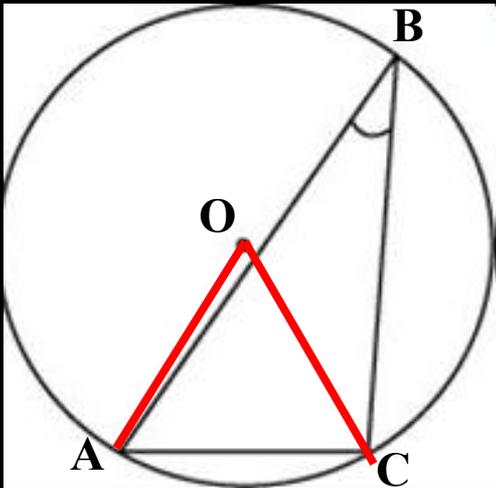
$\triangle AOC$  равносторонний  $\Rightarrow \angle AOC = 60^\circ$

Центральный угол  $AOC$  измеряется дугой  $AC$ , на которую опирается.

Вписанный угол  $ABC$  составляет половину центрального  $AOC$ , опирающегося на ту же дугу  $AC$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$\angle ABC = 60^\circ : 2 = 30^\circ$$



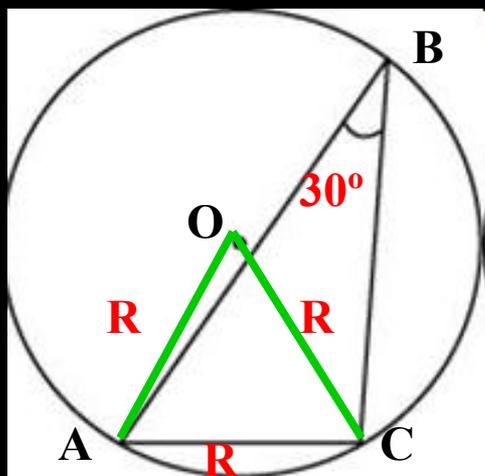
Ответ: 30

# Задание В6 (№ 51031)

Найдите хорду, на которую опирается угол  $30^\circ$ , вписанный в окружность радиуса 28.

Вписанный угол  $ABC$  составляет половину центрального  $AOC$ , опирающегося на ту же дугу  $AC$

$$\text{Дуга } AC = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$



$\angle AOC = 60^\circ$ . Следовательно  $\triangle AOC$  - равносторонний

$$\text{Хорда } AC = R = 28$$

Ответ: 28

# Задание В6 (№ 51081)

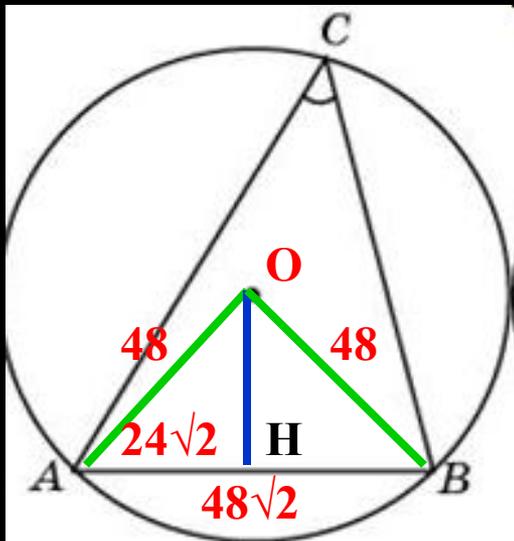
- Радиус окружности равен 48. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную  $48\sqrt{2}$ . Ответ дайте в градусах.

По условию  $R = 48$

Хорда  $AB = 48\sqrt{2}$ .

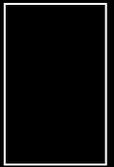
$\triangle AOB$  - равнобедренный

Рассмотрим прямоугольный  $\triangle AOH$ , где  $OH$  высота из вершины  $O$  на сторону  $AB$



$$AH = 24\sqrt{2}$$

$$\sin \angle AOH = 24\sqrt{2} : 48 =$$



$$\angle AOH = 45^\circ, \text{ следовательно } \angle AOB = 90^\circ$$

Вписанный угол  $ACB$  составляет половину центрального  $AOB$ , опирающегося на ту же дугу  $AB$

$$\angle ACB = 90^\circ : 2 = 45^\circ$$

Ответ: 45  
11