



МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ГРАФАХ

ИНФОРМАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

11 класс



ИЗДАТЕЛЬСТВО

БИНОМ

Ключевые слова

- алгоритм Дейкстры
- динамическое программирование
- теория игр
- стратегия игры
- дерево игры
- выигрышная стратегия
- выигрышная позиция игрока
- проигрышная позиция игрока

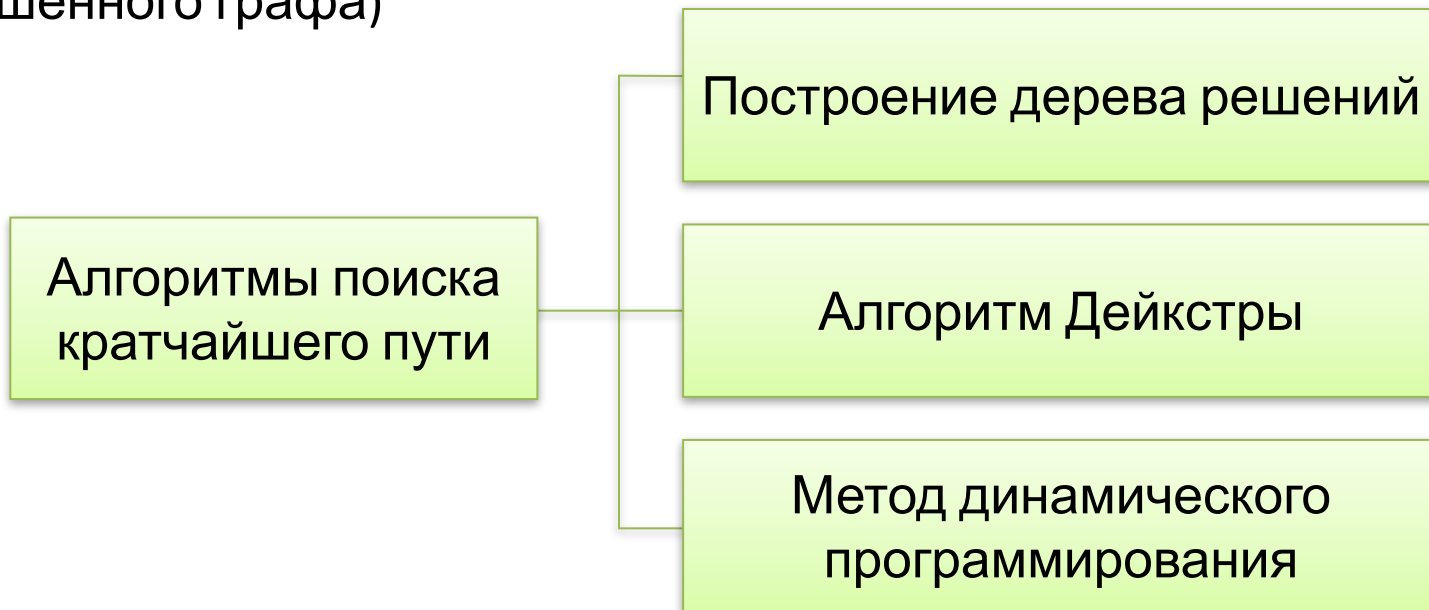


Кратчайший путь между вершинами графа

Поиск оптимального транспортного маршрута, проектирование инженерных сетей и линий электропередач приводят к задаче поиска кратчайшего пути.

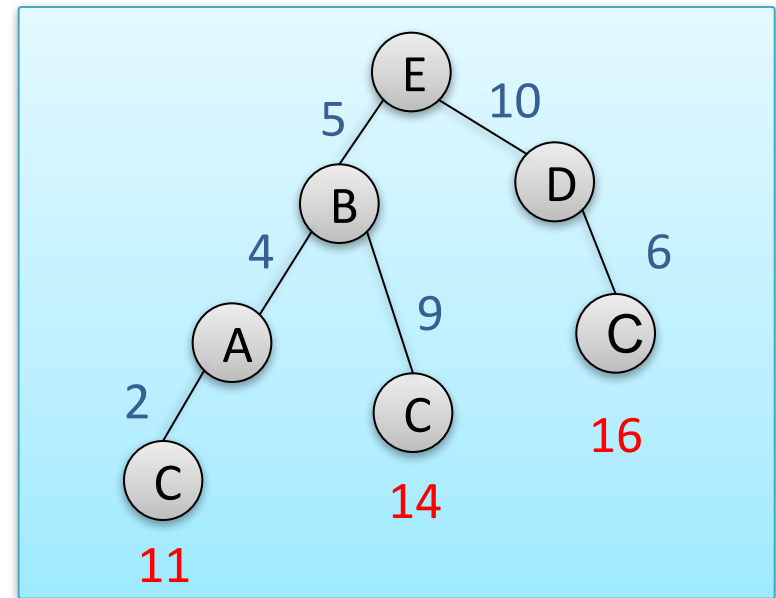
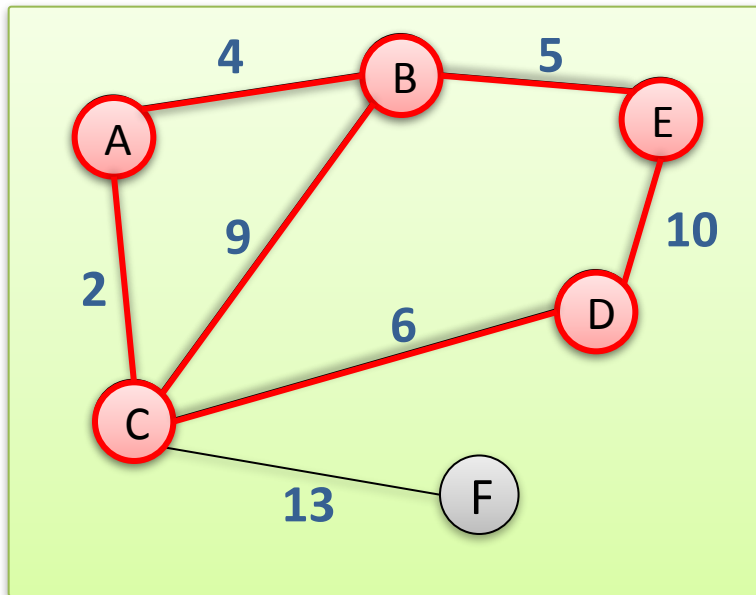
Путь между вершинами A и B графа считается **кратчайшим**, если:

- эти вершины соединены минимальным числом ребер (в случае, если граф не является взвешенным)
- сумма весов ребер, соединяющих эти вершины, минимальна (для взвешенного графа)



Построение дерева решений

Задание 1. На рисунке представлена схема дорог, связывающих населённые пункты A, B, C, D, E, F . Вес ребра означает стоимость проезда между двумя населенными пунктами. Определить минимальную стоимость проезда из пункта E в пункт C .



Ответ: 11

Алгоритм построения дерева решений, как правило, используется для нахождения кратчайшего пути в ориентированном графе.

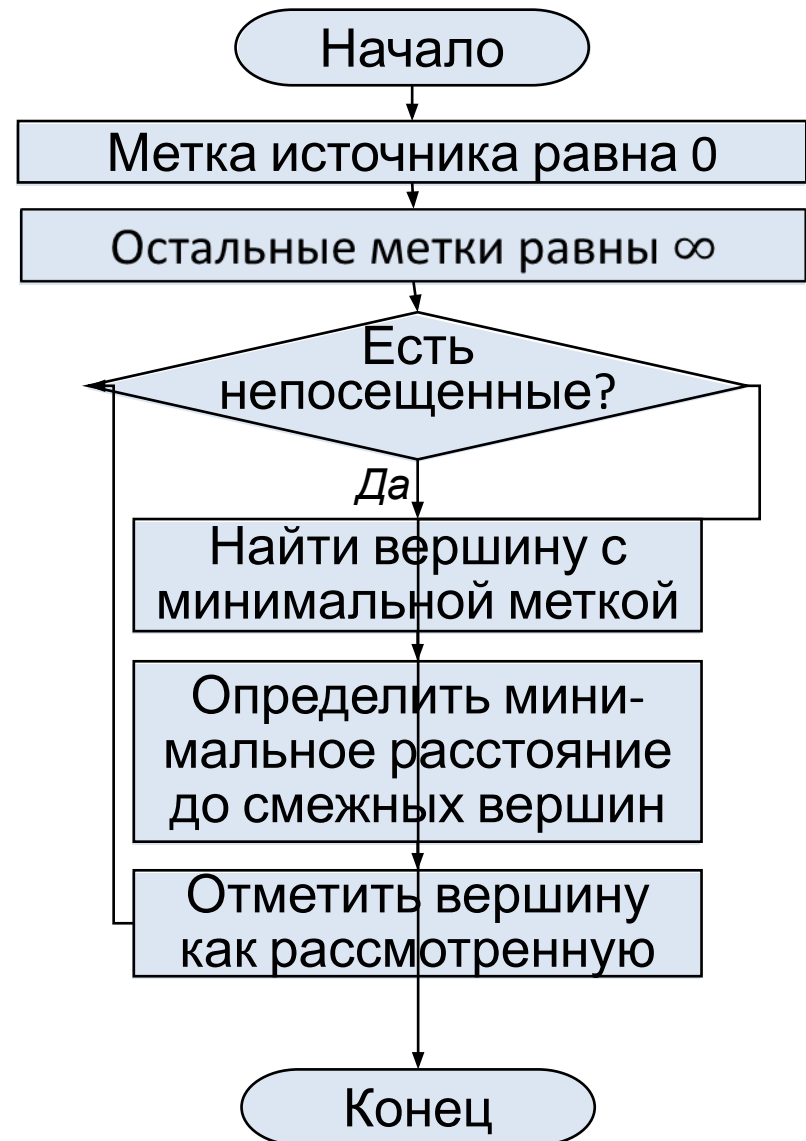
Алгоритм Дейкстры



Можно ли, используя алгоритм Дейкстры, найти **наибольшее расстояние** от вершины-источника до остальных вершин?

Какие следует внести изменения?

Можно ли этот алгоритм применить к графу (ориентированному графу)?
Алгоритм Дейкстры служит для нахождения кратчайшего пути между вершиной (источником) и всеми остальными вершинами графа.

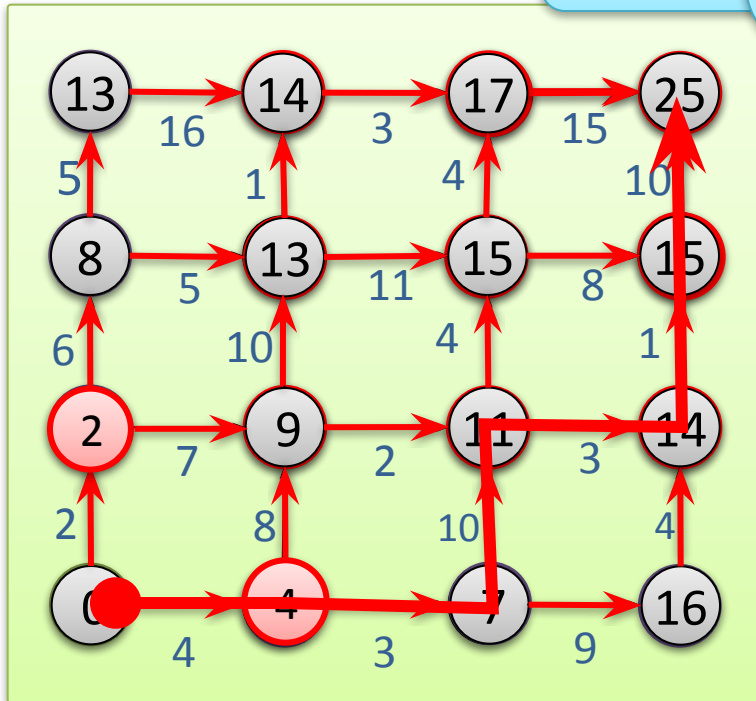


Метод динамического программирования

Задание 3. Все улицы однонаправленным движением и не поворачивать, то можно пройти или с западной на восточную или с южной на северную. Участок характеризуется числом, которое нужно выбрать лучший маршрут.

Рекурсивное решение выполняется

Решение методом динамического программирования опирается на те же утверждения. При заполнении будем двигаться от левого нижнего угла к правому верхнему.



$2+7 < 4+10$
 Вариант движения сначала на север, а потом на восток лучше.

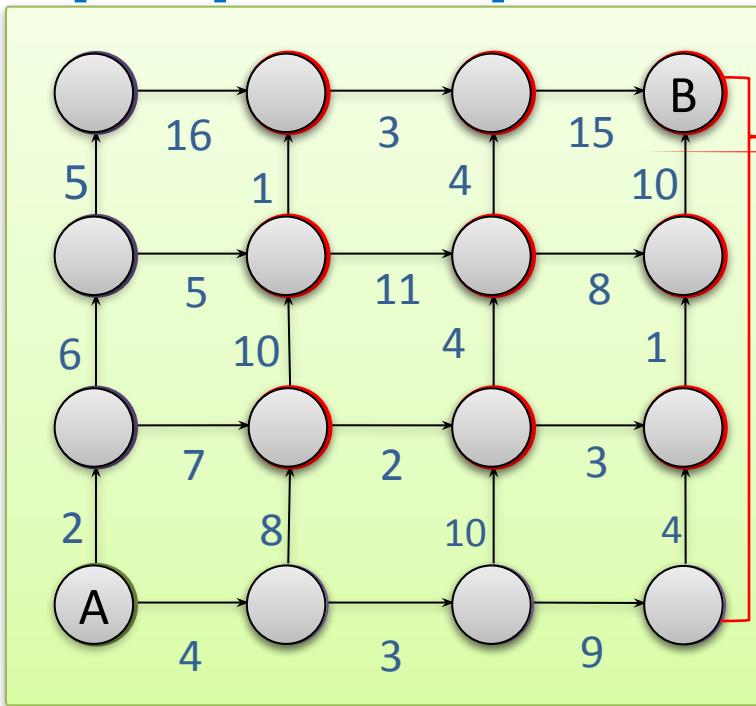



Excel Pascal

этих двух вершин. Существует рекурсивное решение этой задачи. Инициализация массива $X[i, j]$ и значений для $X[i, j]$.

]]

Метод динамического программирования



| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 13 | 16 | 14 | 3 | 17 | 15 | 25 |
| 2 | 5 | | 1 | | 4 | | 10 |
| 3 | 8 | 5 | 13 | 11 | 15 | 8 | 15 |
| 4 | 6 | | 10 | | 4 | | 1 |
| 5 | 2 | 7 | 9 | 2 | 11 | 3 | 14 |
| 6 | 2 | | 8 | | 10 | | 4 |
| 7 | 0 | 4 | 4 | 3 | 7 | 9 | 16 |

Показать значения формул

Формулы закрашенных ячеек электронной таблицы (стиль

ССЫЛОК R



=0



=R[2]C+R[1]C



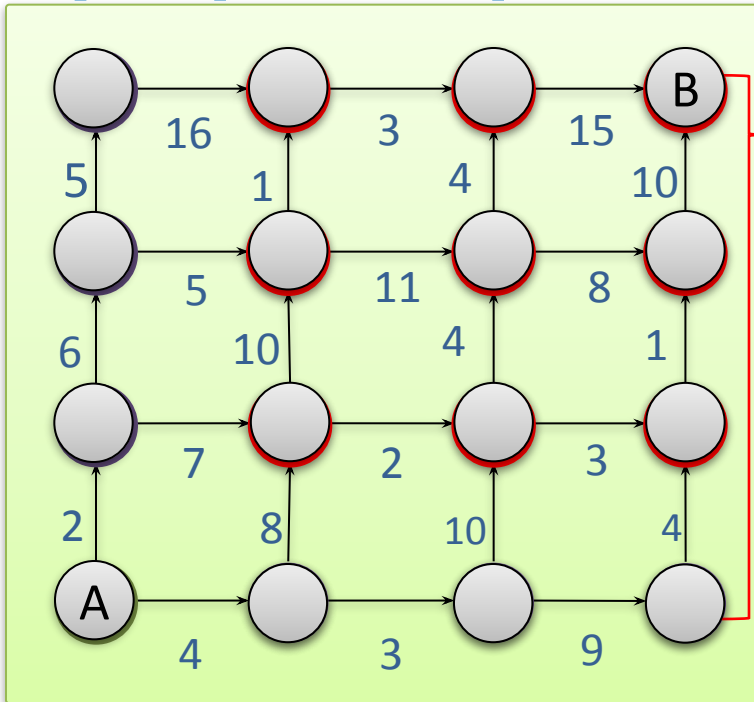
=RC[-2]+RC[-1]



=МИН(R[2]C+R[1]C;RC[-2]+RC[-1])



Метод динамического программирования



```

begin n=7;
var A: array[1..n, 1..n] of integer;
for i:=1 to n do
  for j:=1 to n do
    if (i+j) mod 2 <> 0 then
      read(A[i,j]);

```

```
A[1,1]:=0;
```

```
k:=3;
```

```
for j:=1 to n div 2 do
```

```
  begin
```

```
    A[1,k]:=A[1,k-1]+A[1,k-2];
```

```
  7
```

```
    A[k,1]:=A[k-1,1]+A[k-2,1];
```

```
    k:=k+2;
```

```
  end;
```

```
for i:=3 to n do
```

```
  for j:=3 to n do
```

```
    if (i+j) mod 2 = 0 then
```

```
      if A[i,j-1]+A[i,j-2]<A[i-1,j]+A[i-2,j]
```

```
        then A[i,j]:=A[i,j-1]+A[i,j-2]
```

```
      else A[i,j]:=A[i-1,j]+A[i-2,j];
```

```
write(A[n,n]);
```

```
end.
```



Знакомство с теорией игр

Теория игр — раздел современной математики, связанный с решением многих задач экономики, социологии, политологии, биологии, искусственного интеллекта и ряда других областей, где необходимо изучение поведения человека и животных в различных ситуациях.

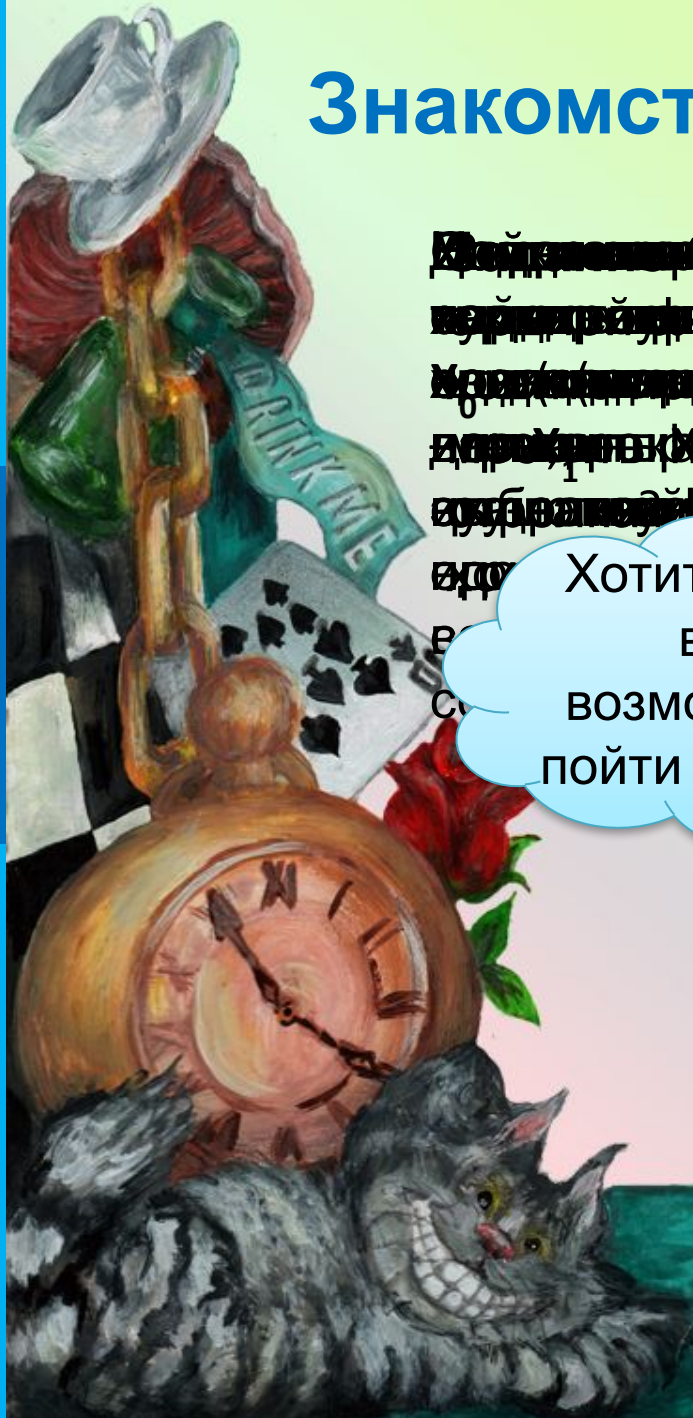
Игра выступает в качестве математической модели некоторой ситуации и понимается как процесс, в котором участвуют две и более стороны, ведущие борьбу за реализацию своих интересов.



Знакомство с теорией игр

Ваш кот предложил сыграть в игру в шахматной доске. Вы и кот выбираете по одному полю (В или Х) и ходите по полю в 2 направлениях, указанном тому, кто сделал последний ход.

Хотите я дам вам возможность пойти первым?



Знакомство с теорией игр



Ответ

Кто из игроков обладает выигрышной стратегией для игры на том же поле если фигуру можно передвигать на любое количество клеток строго вверх или строго вправо. Начальное положение фигуры –

| | | | |
|------------|--------------|------------|--------------|
| B | B_1 | X | B_0 |
| 2 B | 1 B | 1 B | 0 X |
| 2 B | 2 X_2 | 1 B | 1 B_1 |
| 2 X | B | 2 B | 1 B |
| 3 | 2 | 2 | 2 |

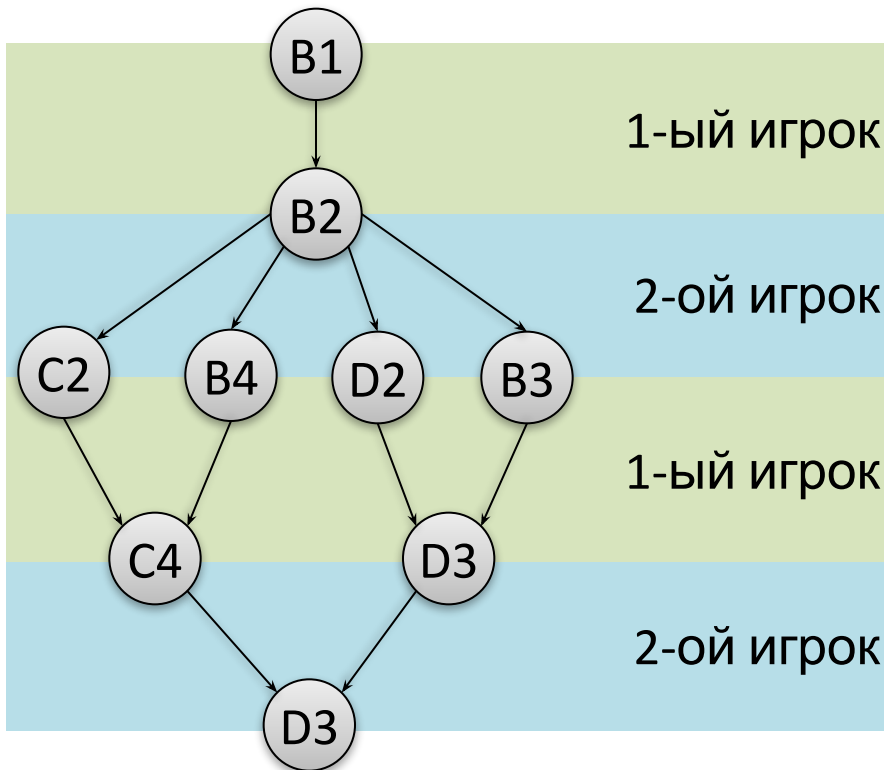
Выигрышная стратегия – это правило, следуя которому игрок выигрывает независимо от того, как играет противник. **Проигрывает тот, кто делает последний ход.**

Выигрышная стратегия может быть только у одного игрока. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации при различной игре противника.



Знакомство с теорией игр

Назовите позицию, из которой игрок, выполняющий первый ход, выигрывает своим первым или вторым ходом при любой игре соперника. При этом он не может гарантированно выиграть своим первым ходом. Ответ обосновать.



| | | | | |
|---|----------------|-----------------------------|----------------|----------------|
| 4 | V | V | X | V |
| 3 | ¹ V | ¹ V | ¹ V | ⁰ X |
| 2 | ¹ V | ¹ X ₂ | ¹ V | ¹ V |
| 1 | ² X | V | ¹ V | ¹ V |
| | 3A | 2B | 1C | 1D |

Для обладающего выигрышной стратегией указывается только один ход, который приведет к победе. Для игрока, у которого нет стратегии, рассматриваются все варианты.

Знакомство с теорией игр



Признаки игры

- присутствие нескольких игроков
- неопределённость поведения игроков, связанная с имеющимися у каждого из них несколькими вариантами действий
- различие (несовпадение) интересов игроков
- взаимосвязанность поведения игроков (результат, получаемый каждым из них, зависит от поведения всех игроков)
- наличие правил поведения, известных всем игрокам

Самое главное

Графы как информационные модели находят широкое применение во многих сферах нашей жизни. С их помощью можно планировать оптимальные транспортные маршруты, кратчайшие объездные пути, расположение торговых точек и других объектов.

Путь между вершинами A и B графа считается кратчайшим, если эти вершины соединены минимальным числом ребер (в случае, если граф не является взвешенным), или если сумма весов ребер, соединяющих эти вершины, минимальна (для взвешенного графа).

Для определения кратчайшего пути между вершинами графа используются алгоритм построения дерева решений, алгоритм Дейкстры, метод динамического программирования и другие алгоритмы.

Важную роль в решении многих задач экономики, социологии, политологии, биологии, искусственного интеллекта и ряда других областей, где необходимо изучение поведения человека и животных в различных ситуациях, играет теория игр.



Самое главное

Игра, выступающая в качестве математической модели, характеризуется:

- 1) присутствием нескольких игроков;
 - 2) неопределённостью, связанной с поведением игроков, у каждого из которых есть несколько вариантов действий;
 - 3) различием (несовпадением) интересов игроков;
 - 4) взаимосвязанностью поведения игроков (результат, получаемый каждым из них, зависит от поведения всех игроков);
- наличие правил поведения, известных всем игрокам.

Игра может быть представлена в виде дерева, каждая вершина которого соответствует ситуации выбора игроком своей стратегии. В играх с полной информацией участники знают все ходы, сделанные до текущего момента, равно как и возможные стратегии противников, что позволяет им предсказать варианты развития игры. Выигрышная стратегия — это правило, следуя которому игрок выигрывает независимо от того, как играет противник.



ПУТИ В ГРАФЕ

ВАРИАНТ 1

1. В таблице приведена стоимость перевозки пассажиров между соседними населёнными пунктами. Постройте схему, соответствующую таблице.

| | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>A</i> | | | 1 | 2 | |
| <i>B</i> | | | 2 | 3 | |
| <i>C</i> | 1 | 2 | | 5 | |
| <i>D</i> | 2 | 3 | 5 | | 3 |
| <i>E</i> | | | | 3 | |



2. Между населёнными пунктами *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)
 Определите длину кратчайшего пути между пунктами *A* и *F* (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

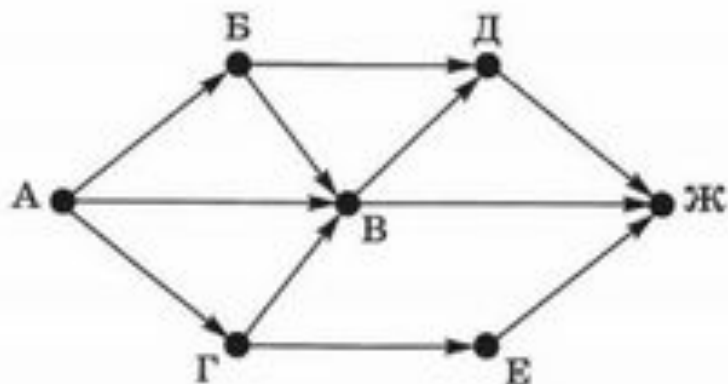
| | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> | <i>F</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>A</i> | | 5 | | | | |
| <i>B</i> | 5 | | 9 | 3 | 8 | |
| <i>C</i> | | 9 | | | 4 | |
| <i>D</i> | | 3 | | | 2 | |
| <i>E</i> | | 8 | 4 | 2 | | 7 |
| <i>F</i> | | | | | 7 | |



Ответ:



3. На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.



Сколько существует различных путей из города А в город Ж?

Ответ:



Информационные источники

- <http://centr-nauk.ru/images/14.jpg>
- http://boredomsolved.co.uk/wp-content/uploads/2015/05/family-game-588908_1280-1024x664.jpg
- <http://rorganise.esy.es/wp-content/uploads/2015/02/microsoft-excel-logo.jpg>
- <http://4.bp.blogspot.com/-CMpRQ1PVVco/VppPcuE14AI/AAAAAAAAASA4/iWIkM-W1kWk/s1600/smiley-taking-a-bow.png>
- <http://super-partnerki.ru/wp-content/uploads/2016/09/Kije8X6yT.png>