

Многогранники

Понятие
многогранника.

Призма.

Разбор задач

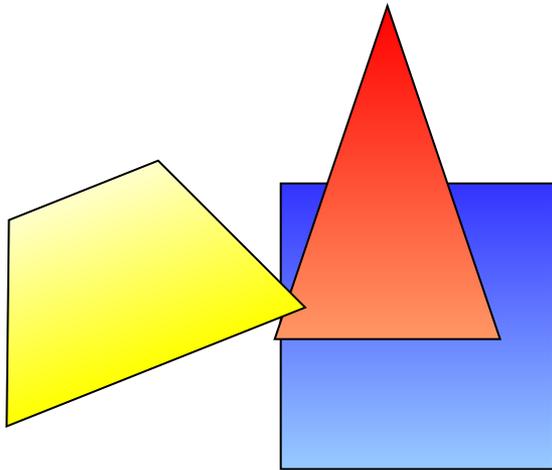
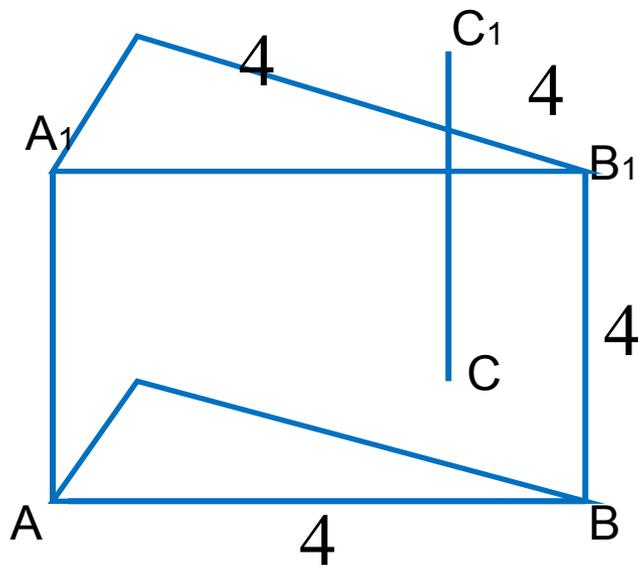


Таблица вычисления площадей

Правильная призма	$S_{\text{бок}}$	$S_{\text{осн}}$	$S_{\text{пол}}$
Треугольная призма	$3ah$	$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$	$\frac{a}{2} (6h + a\sqrt{3})$
Четырехугольная призма	$4ah$	a^2	$2a(2h + a)$
Шестиугольная призма	$6ah$	$\frac{a^2 3\sqrt{3}}{2}$	$3a(2h + a\sqrt{3})$

Задача: в правильной треугольной призме длины всех ребер 4.
Найти площадь полной поверхности призмы.



Найти: $S_{\text{пол}}$

Решение:

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot h$$

$$S_{\text{осн}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

1) Найдем площадь боковой поверхности

$$S_{\text{бок}} = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$$

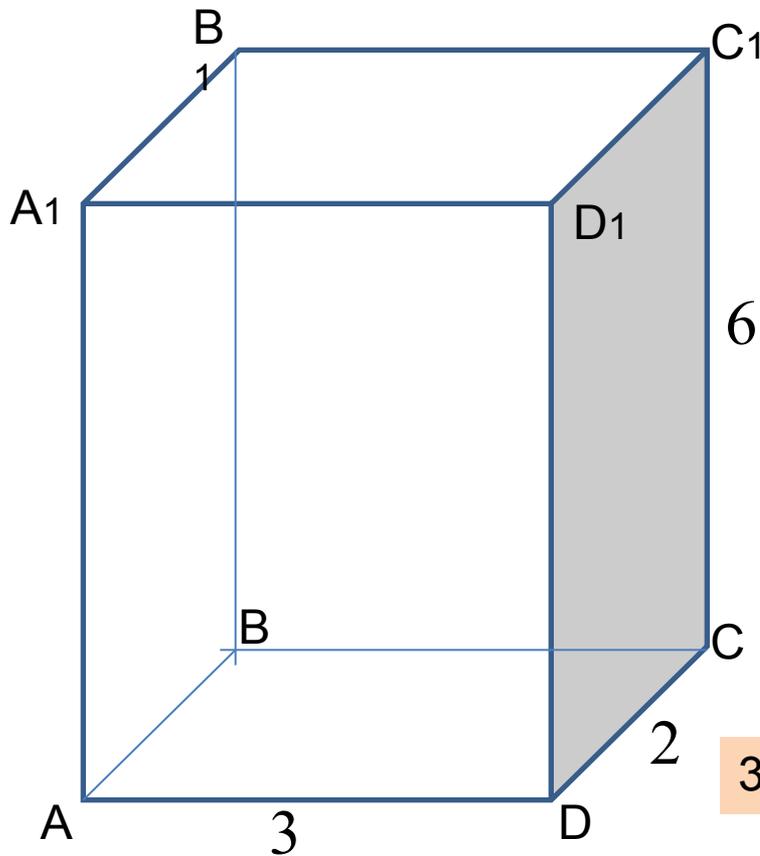
2) Найдем площадь основания

$$S_{\text{осн}} = \frac{4 \cdot 4 \cdot \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

3) Найдем площадь полной поверхности призмы

$$S_{\text{пол}} = 48 + 2 \cdot 4\sqrt{3} = 48 + 8\sqrt{3}$$

Задача: в прямоугольном параллелепипеде с высотой 6, стороны основания равны 2 и 3. Найти площадь полной поверхности параллелепипеда.



Найти: $S_{\text{пол}}$

Решение: $S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot h \quad S_{\text{осн}} = ab$$

1) Найдем площадь боковой поверхности

$$S_{\text{бок}} = 2 \cdot (3 + 2) \cdot 6 = 60$$

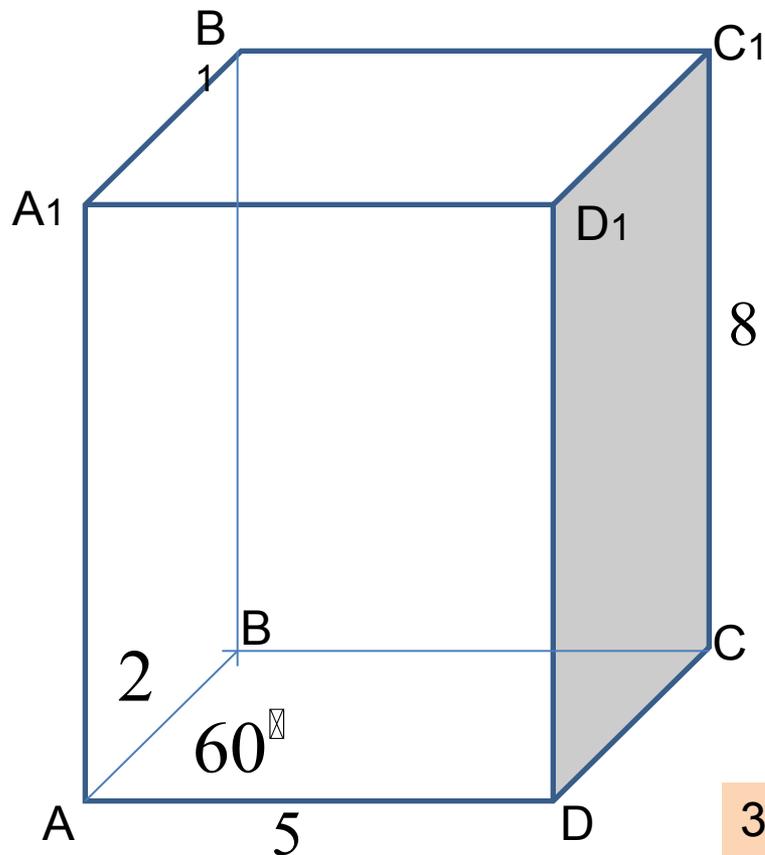
2) Найдем площадь основания

$$S_{\text{осн}} = 3 \cdot 2 = 6$$

3) Найдем площадь полной поверхности призмы

$$S_{\text{пол}} = 60 + 2 \cdot 6 = 72$$

Задача: Основанием прямого параллелепипеда является параллелограмм со сторонами 2 и 5 и острым углом 60 градусов. Боковое ребро призмы 8. Найти площадь полной поверхности параллелепипеда.



Найти: $S_{\text{пол}}$

Решение: $S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot h \quad S_{\text{осн}} = ab \sin \alpha$$

1) Найдем площадь боковой поверхности

$$S_{\text{бок}} = 2 \cdot (5 + 2) \cdot 8 = 112$$

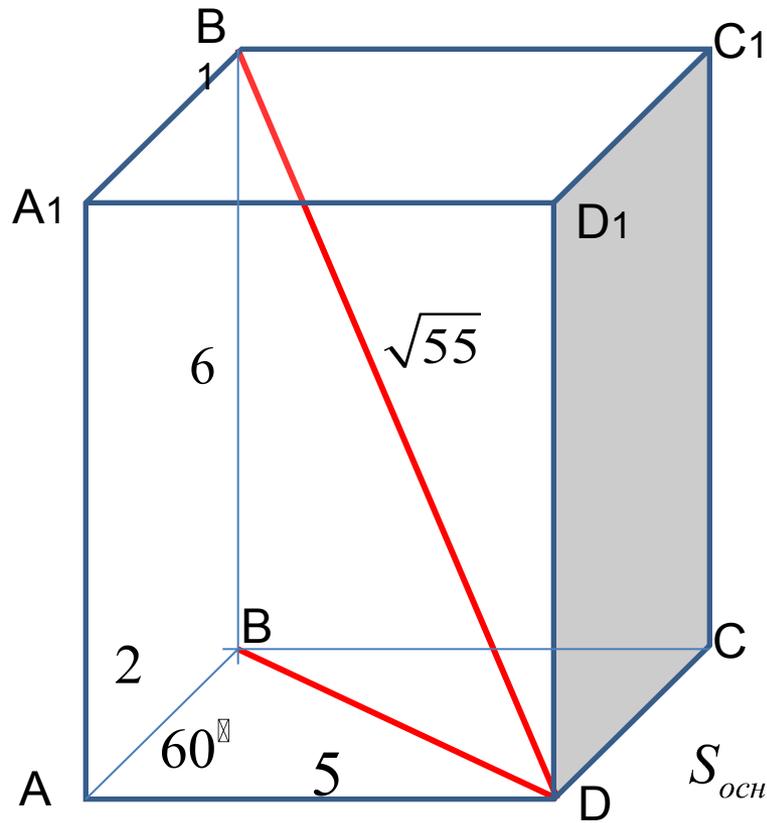
2) Найдем площадь основания

$$S_{\text{осн}} = 2 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

3) Найдем площадь полной поверхности призмы

$$S_{\text{пол}} = 112 + 2 \cdot 5\sqrt{3} = 112 + 10\sqrt{3}$$

Задача: стороны основания прямого параллелепипеда 2 и 5 и угол между ними 60 град. Известна меньшая диагональ параллелепипеда равная $\sqrt{55}$
 Найти площадь боковой, полной поверхности параллелепипеда.



1) Из $\triangle ABD$ по т. косинусов найдем BD

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos A$$

$$BD^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ$$

$$BD^2 = 19$$

2) Из $\triangle B1BD$ по т. Пифагора найдем $BB1$

$$BB_1^2 = B_1D^2 - BD^2$$

$$BB_1^2 = 55 - 19 = 36 \Rightarrow BB_1 = 6$$

3) Найдем площадь основания

$$S_{осн} = AB \cdot AD \cdot \sin 60^\circ \Rightarrow S_{осн} = 2 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

4) Найдем площадь боковой и полной поверхности параллелепипеда

$$S_{бок} = P_{осн} \cdot h \Rightarrow S_{бок} = 14 \cdot 6 = 84$$

$$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн} \Rightarrow S_{полн} = 84 + 2 \cdot 5\sqrt{3} = 84 + 10\sqrt{3}$$