Лекция 12. Электромагнитные волны и излучения

Вопросы:

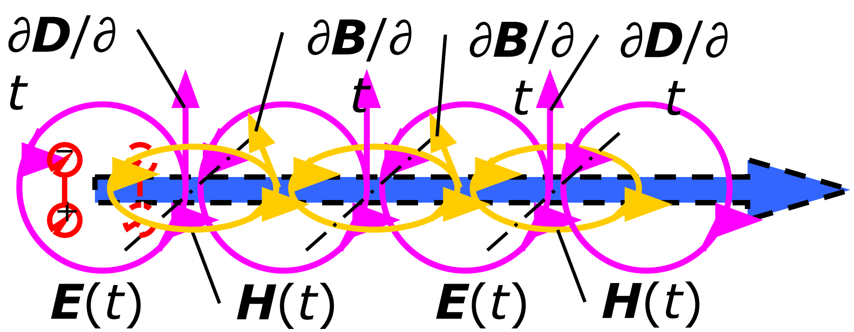
- Волновое уравнение для электромагнитного поля, его общее решение
- Скорость распространения электромагнитных волн и их основные свойства
- Энергия электромагнитной волны. Вектор Пойнтинга. Теорема Пойнтинга
- Импульс электромагнитной волны
- Вибратор Герца
- Излучение электромагнитных волн колеблющемся диполем и ускоренно движущемся зарядом

Волновое уравнение для электромагнитного поля, его общее решение

- Распространение электромагнитного возмущения

Из теории Дж. Максвелла следует, что переменное электрическое поле порождает вихревое магнитное поле, которое, вообще говоря, тоже оказывается переменным и в свою очередь порождает вихревое электрическое поле и т. д.

Таким образом, если возбудить с помощью колеблющихся зарядов (диполя) переменное электрическое поле ($\partial \mathbf{D}/\partial t$), то в окружающем заряды пространстве возникнет последовательность взаимных превращений ***E*** и ***H*** – полей, распространяющихся от точки к точке.



Этот процесс будет периодическим как во времени, так и в пространстве и, следовательно, представляет собой волну – **электромагнитную волну**.

Волновое уравнение для электромагнитного поля, его общее решение

- Вывод волнового уравнения

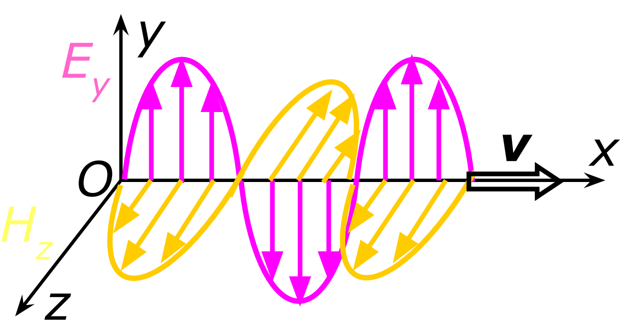
Существование электромагнитных (э/м) волн вытекает из уравнений Максвелла. Так в случае однородной (ε, μ = const) электрически нейтральной (ρ = 0) и непроводящей (σ = 0) среды имеем уравнения в симметричной форме:

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \nabla\cdot\vec{D} = 0 \\ \nabla\times\vec{H} = \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}; \ \nabla\cdot\vec{B} = 0 \end{cases}$$

или с учетом материальных уравнений $\boldsymbol{D} = \varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B} = \mu\cdot\mu_0\cdot\boldsymbol{H} \Longrightarrow$

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{E} = -\mu\cdot\mu_0\dfrac{\partial\vec{H}}{\partial t}; \nabla\cdot\vec{E} = 0 \\ \nabla\times\vec{H} = \varepsilon\cdot\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}; \ \nabla\cdot\vec{H} = 0 \end{cases} \quad *$$

Рассмотрим плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся в указанной среде в направлении некоторой оси x (у такой волны волновые поверхности ортогональны оси x, а вектор скорости направлен вдоль x). При этом компоненты E_x-H_x-полей не зависят ни от x, ни от t, они постоянны и обычно полагают: $E_x = H_x = 0$. В этом случае система* принимает вид:



$$\begin{cases} \dfrac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\cdot\mu_0\dfrac{\partial H_z}{\partial t}; \dfrac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\cdot\varepsilon_0\dfrac{\partial E_y}{\partial t} \quad (a) \\ \dfrac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\cdot\mu_0\dfrac{\partial H_y}{\partial t}; \quad \dfrac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\cdot\varepsilon_0\dfrac{\partial E_z}{\partial t} \quad (б) \end{cases}$$

Волновое уравнение для электромагнитного поля, его общее решение

- Вывод волнового уравнения

Для описания плоской э/м волны достаточно взять одну пару уравнений, например, (а), положив $E_z = H_y = 0$.

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \cdot \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}; \quad \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \qquad \text{(a)}$$

Продифференцировав первое уравнение из (а) по x и произведя перестановку операций в его правой части, т. е.

$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial H_z}{\partial x}$, а также подставив $\partial H_z/\partial x$ из второго уравнения $\Longrightarrow$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon \cdot \mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \qquad (1)$$

где $1/c^2 = \varepsilon_0 \cdot \mu_0$. Таким образом, мы получили классическое <u>волновое уравнение</u> для компоненты поля E_y.

Проделав аналогичные операции со вторым уравнением системы (а) получаем <u>волновое уравнение</u> для компоненты H_z:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon \cdot \mu}{c^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \qquad (2)$$

Волновое уравнение для электромагнитного поля, его общее решение

- Решение волнового уравнения

В теории волновых уравнений типа (1, 2) доказывается, что их решения являются гармонические функции вида: $\xi(\boldsymbol{r}, t) = \xi_m \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot \boldsymbol{r} + \alpha_0)$, где $\boldsymbol{r}$ – радиус-вектор точки в пространстве, ξ_m- амплитуда волновой функции, ω – циклическая частота волны, $k = \omega/v = 2\pi/\lambda$ – волновое число, α_0 – начальная фаза колебаний в точке O.

Поэтому можно записать решения уравнений (1 и 2) как:

$$\begin{cases} E_y = E_m \cdot \cos(\omega t - k \cdot x + \alpha_1 \\ H_z = H_m \cdot \cos(\omega t - k \cdot x + \alpha_2 \end{cases} \qquad (3)$$

Подставив решения (3) в уравнения Максвелла системы (а), получаем $k \cdot E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \alpha_1) = \mu \cdot \mu_0 \cdot \omega \cdot H_m \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \alpha_2)$ и $k \cdot H_m \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \alpha_2) = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \omega \cdot E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \alpha_1)$. Для того, чтобы эти уравнения удовлетворялись, <u>необходимо равенство</u> $\alpha_1 = \alpha_2$ и должны выполняться соотношения: $k \cdot E_m = \mu \cdot \mu_0 \cdot \omega \cdot H_m$ и $\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \omega \cdot E_m = k \cdot H_m$. Если последние равенства перемножить слева и справа, то $\Rightarrow \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E_m^2 = \mu \cdot \mu_0 \cdot H_m^2$ или

$$\sqrt{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot E_m = \sqrt{\mu \cdot \mu_0} \cdot H_m \qquad (4)$$

Скорость распространения электромагнитных волн и их основные свойства

- Выводы

Теория Максвелла не только предсказала возможность существования э/м волн (т. е. особого состояния электромагнитного поля, когда оно существует самостоятельно – без электрических зарядов и токов – посредством постоянного преобразования электрического поля в магнитное и т. д.), но и установила основные свойства э/м волн:

1) **скорость распространения э/м волны** в непроводящей, нейтральной, неферромагнитной среде подчиняется соотношению:

$$\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} \qquad (5)$$

2) векторы ***E***, ***H*** (или ***B***) и ***v*** всегда взаимно перпендикулярны и образуют правовинтовую систему;

3) э/м волна – поперечная волна, колебания векторов ***E*** и ***H*** в ней – синфазные (следовательно, начальные фазы для них $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$);

4) в э/м волне выполняется соотношение Максвелла для мгновенных (и амплитудных) значений *E* и *H* полей:

$$\sqrt{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot E = \sqrt{\mu \cdot \mu_0} \cdot H \qquad (6)$$

Энергия электромагнитной волны. Вектор Пойнтинга. Теорема Пойнтинга

- Энергия электромагнитных волн

Рассмотрим случай распространения э/м волны в среде с проницаемостями ε и μ, т. е. со скоростью $\upsilon = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \varepsilon \cdot \mu}}$.

Как и упругие механические волны – <u>э/м волны переносят энергию</u>. Объемную плотность энергии этой волны можно представить как сумму

$$w = w_E + w_H = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2}{2} + \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot H^2}{2} = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} + \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2} \qquad (7)$$

Из соотношения для э/м волны $\sqrt{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot E = \sqrt{\mu \cdot \mu_0} \cdot H$ следует, что в каждый момент времени должны быть равны объемные плотности энергии электрического и магнитного полей, т. е. $w_E = w_H$ и тогда выражению (7) можно придать вид:

$w = 2 \cdot w_E = 2 \cdot w_H$ или $w = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2 = \mu \cdot \mu_0 \cdot H^2 = \sqrt{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu \cdot \mu_0} \cdot E \cdot H = \dfrac{1}{\upsilon} \cdot E \cdot H \qquad (8)$

Перенос электромагнитной энергии в пространстве принято характеризовать **плотностью потока энергии**, т. е. энергией, переносимой э/м волной в единицу времени единицей волновой поверхности, перпендикулярной к направлению распространению волны – или **вектором Пойнтинга *S***

Энергия электромагнитной волны. Вектор Пойнтинга. Теорема Пойнтинга

- Вектор Пойнтинга, теорема Пойнтинга

Вектор Пойнтинга ***S*** можно определить как вектор Умова в механике ***J*** = *w*·***v***, т.е. как вектор плотности потока энергии. Поэтому с учетом (8) получаем:

$$\boldsymbol{S} = w\cdot\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}) \qquad (9)$$

Полный поток э/м энергии через некоторую поверхность *A* можно определить как поток вектора Пойнтинга, т. е.

$$\Phi_S = \int_A \vec{S}\cdot d\vec{A} \qquad (10)$$

где *d**A*** – элементарный вектор поверхности.

Полная энергия э/м поля в данном объеме может изменяться как за счет «вытекания» ее из этого объема, так и за счет того, что поле передает свою энергию веществу (заряженным частицам), т.е совершает работу над ним (ними).

Это утверждение формулируется как теорема Пойнтинга и записывается в виде уравнения:

$$-\frac{dW}{dt} = \oint_A \vec{S}\cdot d\vec{A} + P \qquad (11)$$

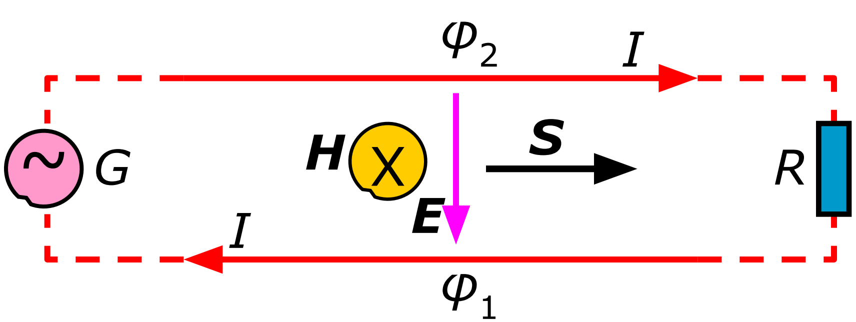
где *P* – мощность, которую развивают силы э/м поля при перемещении зарядов вещества внутри данного объема.

Энергия электромагнитной волны. Вектор Пойнтинга. Теорема Пойнтинга

- Применение вектора Пойнтинга

Анализ электрических цепей с точки зрения распространения э/м энергии показывает, что в местах действия сторонних сил (источники тока) вектор Пойнтинга $\boldsymbol{S} = (\boldsymbol{E}^{*} \times \boldsymbol{H})$ направлен наружу: там энергия «выходит» в окружающее пространство в виде потока $Ф_S = S \cdot A$. А в проводниках с сопротивлением, где действует только электрическое поле $\boldsymbol{E}$ происходит «прием» этой энергии и выделение ее в виде джоулевой теплоты.

Пример: Имеется участок двухпроводной линии с током I и известными потенциалами проводов φ_1 и φ_2, причем $\varphi_1 < \varphi_2$. Определить: где находится источник тока?



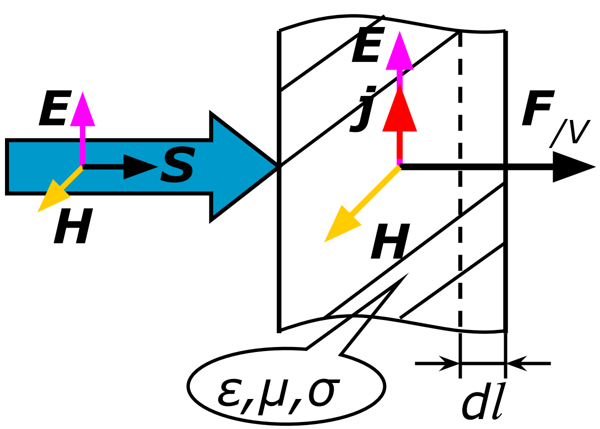
Определив направления векторов $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$, по вектору Пойнтинга $\boldsymbol{S} = (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H})$ будет направлен поток э/м энергии – слева направо. Следовательно, источник (G) находится слева, а потребитель (R) – справа.

Импульс электромагнитной волны

- Вывод выражения для импульса волны

Максвелл теоретически показал, что э/м волна, отражаясь или поглощаясь в теле (веществе), на которое она падает, сообщает этому телу некоторый импульс, т.е. оказывает на него давление. Это <u>давление возникает в результате силового воздействия магнитного поля (***H***) волны на электрические токи, возбуждаемые электрическим полем (***E***) этой волны</u>.

Так, если на плоскую поверхность слабо проводящего, поглощающего тела нормально падает плоская э/м волна, то ее электрическое поле возбудит в теле, согласно закону Ома, ток $\boldsymbol{j} = \sigma\cdot\boldsymbol{E}$, где σ – электропроводность тела. Тогда на единицу объема тела будет действовать <u>амперова сила</u> $\boldsymbol{F}_{/V} =$ $= (\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}) = \mu\cdot\mu_0\cdot(\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{H})$. Эта сила направлена в сторону распространения волны, как ***S***, вызывает давление э/м волны.



Таким образом, поверхностному слою тела с единичной площадью и толщиной dl сообщается за промежуток времени dt импульс:

$$d\boldsymbol{p}_{/S} = \boldsymbol{F}_{/V}\cdot dl\cdot dt = \mu\cdot\mu_0\cdot(\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{H})\cdot dl\cdot dt\ .$$

Импульс электромагнитной волны

- Вывод выражения для импульса волны

При этом в том же слое dl поглотится э/м энергия в количестве: $dW_{/S} = (\boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{E})\cdot dl\cdot dt$, которая выделится в виде джоулева тепла.

Определим отношение модулей сообщенного импульса к поглощенной энергии, опустив за ненадобностью на данном этапе символы дифференциалов (d): $\frac{p}{W} = \mu\cdot\mu_0\cdot\frac{H}{E}$,

а с учетом $\sqrt{\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot E = \sqrt{\mu\cdot\mu_0}\cdot H$ откуда имеем $\frac{H}{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon\cdot\varepsilon_0}{\mu\cdot\mu_0}}$ и, таким образом получаем:

$$\frac{p}{W} = \sqrt{\varepsilon_0\cdot\mu_0}\cdot\sqrt{\varepsilon\cdot\mu} = \frac{\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}}{c} \qquad (12)$$

Или для случая волны в вакууме (ε, μ = 1):

$$\frac{p}{W} = \frac{1}{c} \qquad (13)$$

Иначе говоря, э/м волна, переносящая энергию W в вакууме, обладает импульсом:

$$p = \frac{1}{c}\cdot W \qquad (14)$$

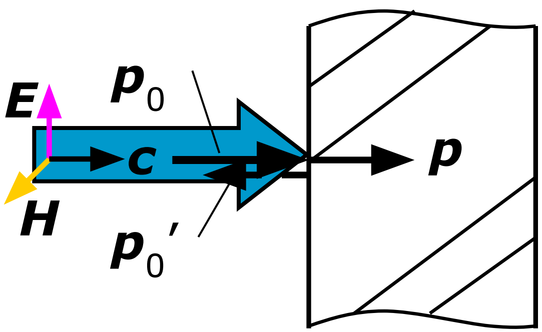
Из (14) следует, что импульс единицы объема или **плотность импульса**: $p_{/V} = (1/c)\cdot w$ или, выразив объемную плотность энергии волны в вакууме через вектор Пойнтинга, т.е. $w = S/c$ получаем:

$$\vec{p}_{/V} = \frac{1}{c^2}\cdot\vec{S} = \frac{1}{c^2}\cdot(\vec{E}\times\vec{H}) \qquad (15)$$

Импульс электромагнитной волны

- О давлении электромагнитной волны

Пусть волна падает нормально на поверхность тела, при этом она частично поглощается веществом тела, а частично – отражается. Согласно закону сохранения импульса: $\boldsymbol{p}_0 = \boldsymbol{p}_0' + \boldsymbol{p}$ где $\boldsymbol{p}_0$, $\boldsymbol{p}_0'$- импульсы падающей и отраженной волн, $\boldsymbol{p}$ – импульс, переданный телу.



Спроектировав последнее равенство на направление падающей волны и отнеся все величины к единице площади поперечного сечения и к единице времени, получаем: $p = p_0 + p_0' = \langle p_{0/V} \rangle \cdot c + \langle p_{0/V}' \rangle \cdot c$ *, [Н/м^2], где $\langle p_{0/V} \rangle$ и $\langle p_{0/V}' \rangle$ средние по времени плотности импульса в падающей и отраженной волнах.

С учетом того, что $\langle p_{0/V} \rangle = (1/c) \cdot \langle w \rangle$, где $\langle w \rangle$ - средняя по времени плотность энергии в падающей волне, а в отраженной волне - $\langle w' \rangle = r \cdot \langle w \rangle$, где r – коэффициент отражения, выражение (*) принимает вид:

$$p = (1 + r) \cdot \langle w \rangle \qquad (16)$$

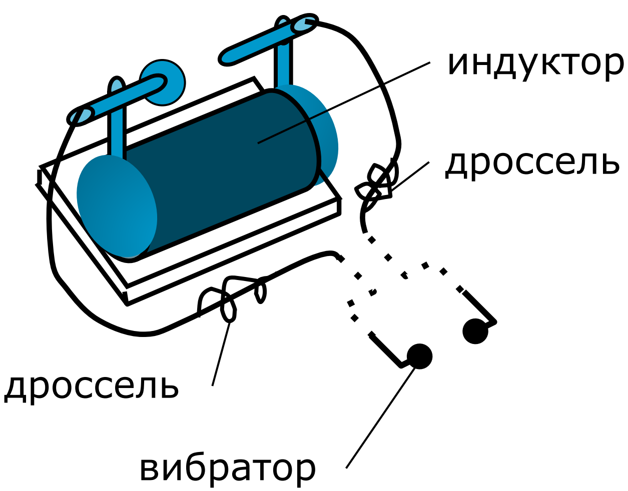
Здесь импульс p, сообщаемый волной единице поверхности в единицу времени [(Н·с)/м^2/с] можно трактовать как <u>давление волны на поверхность тела p [Н/м^2]</u>; при этом $0 \le r \le 1$.

Вибратор Герца

- История открытия электромагнитных волн

Процесс возбуждения электромагнитных волн какой-либо системой в окружающем пространстве называют **излучением э/м волн**, а саму систему – **излучателем**. Поле э/м волны называют **полем излучения**.

Впервые, в 1887 г., экспериментально были получены э/м волны немецким физиком Генрихом Герцем. Для этого он воспользовался так называемым <u>открытым контуром</u>. Это был разработанный и сконструированный им самим же первый в мире излучатель, названный в последствии **вибратором Герца**.



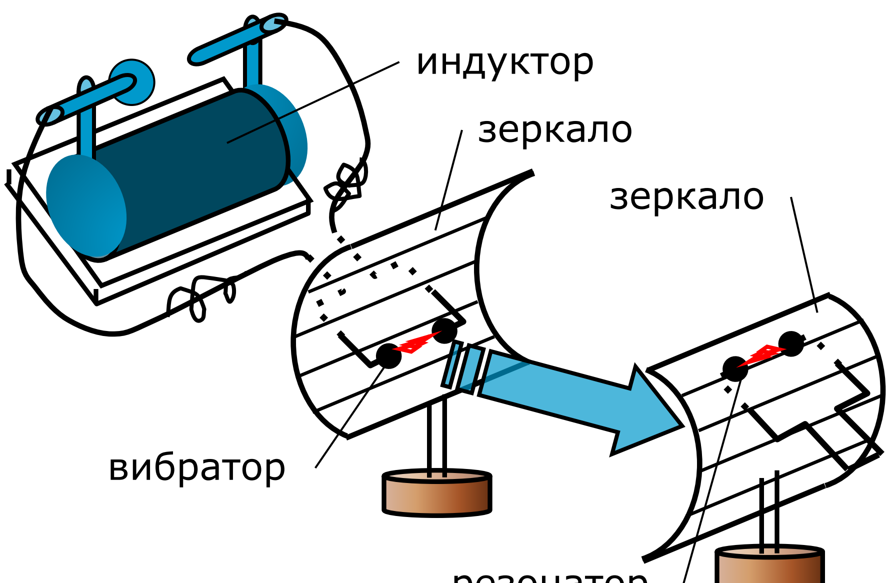
Вибратор состоял из двух медных стержней с шариками-наконечниками, разделенных искровым промежутком. Питание вибратора осуществлялось от индукционной машины (индуктора), на обкладках конденсатора которой создавалось высокое напряжение. Напряжение прикладывалось через дроссели к вибратору (последние нужны для «отсечки» высокочастотных колебаний (тока) в обмотку индуктора).

Вибратор Герца

- История открытия электромагнитных волн

При достижении некоторого критического напряжения, соответствующего данной геометрии (форма наконечников и длина зазора), происходил пробой промежутка; возникала искра, которая замыкала контур вибратора. В контуре возникали затухающие электрические колебания высокой частоты ($\nu \approx 5 \cdot 10^8$ Гц при длине вибратора l = 0,26 м); эти колебания порождали цуг э/м волн, длина которых приблизительно в 2 раза превышала l, т.е. $\lambda \approx$ 0,5 м.

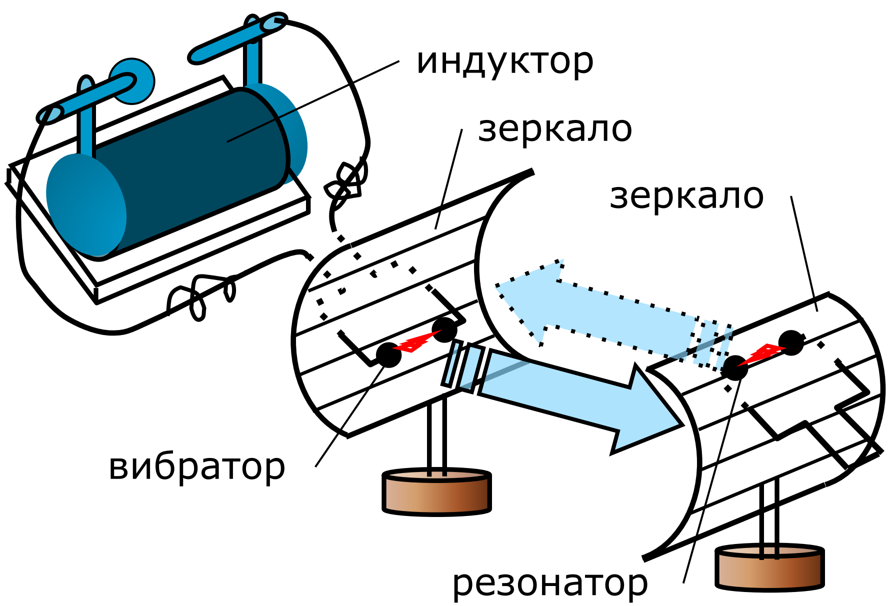
Помещая вибратор в фокусе параболического металлического зеркала, Герц получал направленные плоские э/м волны с λ = 0,5…10 м. Другое такое же зеркало устанавливалось напротив первого. В его фокусе находилось устройство, подобное вибратору, **резонатор** – контур с замкнутыми на себя внешними концами. При настройке резонатора на наилучший прием волн в нем также проскакивала искра



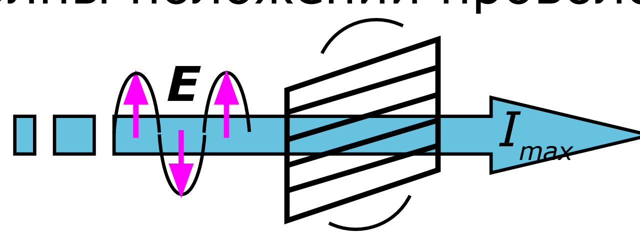
Вибратор Герца

- История открытия электромагнитных волн

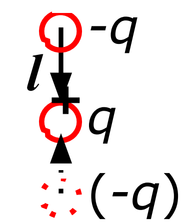
Отразив бегущую плоскую волну с помощью второго зеркала в обратном направлении, Герц получал <u>стоячую волну</u>, при этом в местах нахождения вибратора и резонатора наблюдались интенсивные искровые разряды. По расстоянию между пучностями (расстояние между вибратором и резонатором) можно было определить длину волны λ [$x_{пуч}=\pm n\cdot(\lambda/2)$].



Герц также экспериментировал с плоской решеткой в виде набора параллельных медных проволочек. Вращая решетку вокруг луча, он получал периодическое изменение интенсивности волны после решетки. Причем I_{max} получалась при поперечном к вектору $\boldsymbol{E}$ волны положении проволочек.



Излучение электромагнитных волн колеблющемся диполем и ускоренно движущемся зарядом



- Излучение колеблющемся диполем

Согласно классической электродинамике электромагнитные волны в вакууме возбуждаются электрическими зарядами, движущимися с ускорением.

Простейшим излучателем э/м волн является колеблющийся электрический диполь, последний часто называют **элементарным осциллятором** (или **элементарным вибратором**). При этом у этого осциллятора изменяется со временем электрический момент, например, по гармоническому закону:

$$\boldsymbol{q} = -q \cdot \boldsymbol{r} = -q \cdot l \cdot \boldsymbol{e}_l \cdot \cos\omega t = \boldsymbol{p}_m \cdot \cos\omega t \qquad (17)$$

Здесь предположено, что точечный заряд (-q) колеблется около неподвижного заряда (+q); $\boldsymbol{r}$– радиус-вектор заряда –q, l – амплитуда колебаний, $\boldsymbol{e}_l$ – орт-вектор оси диполя.

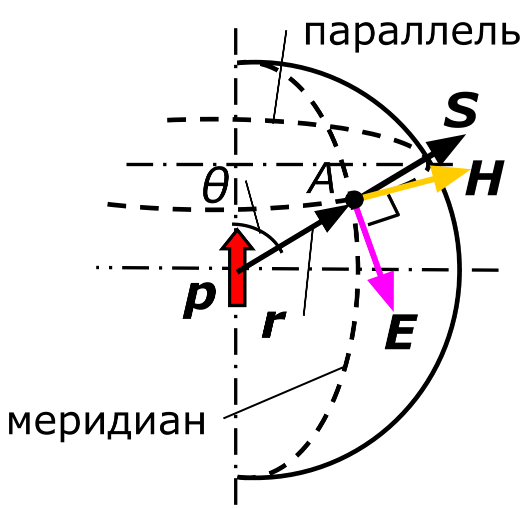
Рассмотрим электрически нейтральный (в целом) осциллятор, размеры которого малы по сравнению с длиной излучаемой волны λ (условие элементарного вибратора $l << \lambda$). Электрическое поле неподвижного диполя: $E_{\|} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{2 \cdot p}{r^3}$, $E_{\perp} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{p}{r^3}$.

Излучение электромагнитных волн колеблющемся диполем и ускоренно движущемся зарядом

- Излучение колеблющемся диполем

В непосредственной близости от диполя картина э/м поля - очень сложна, но она значительно упрощается в так называемой **волновой зоне**, которая начинается на удалениях *r* >> λ. Здесь быстро спадающее электростатическое поле практически исчезает, а остается только поле излучения осциллятора.

Если волна распространяется в изотропной среде, то ее фронт в волновой зоне будет сферическим, т. е. здесь развивается сферическая волна.



Векторы ***E*** и ***H*** в каждой точке *A* волнового фронта взаимно ортогональны и перпендикулярны к лучу, т. е. к ***r***. Вектор ***E*** – касателен к соответствующему меридиану, а вектор ***H*** – касателен к параллели; причем в каждый момент времени ***E*** и ***H*** составляют правую тройку векторов вместе с вектором Пойнтинга ***S***=(***E*** x ***H***).

Излучение электромагнитных волн колеблющемся диполем и ускоренно движущемся зарядом

- Излучение колеблющемся диполем

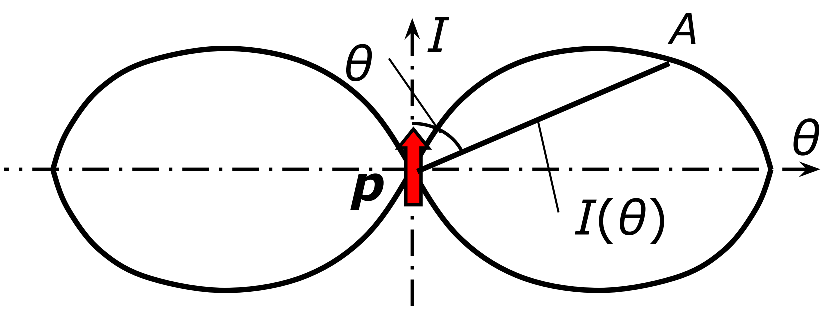
Амплитуда волны (E_m, H_m) уменьшается с расстоянием r и также зависит от угла θ, как

$$E_m \sim H_m \sim (1/r)\cdot\sin\theta \qquad (18)$$

Интенсивность э/м волны, т. е. среднее значение вектора плотности потока энергии $<|\boldsymbol{S}|>$, пропорциональна произведению ($E_m\cdot H_m$) и может быть записана:

$$I = <|\boldsymbol{S}|> \sim (1/r^2)\cdot\sin^2\theta \qquad (19)$$

Зависимость $I(\theta)$ обычно изображают в виде **диаграммы направленности** излучения диполя. Из рисунка видно, что при $\theta = \pi/2$ имеем I_{max}, а при $\theta = 0$ (π) – диполь не излучает.



В теории также показывается, что **мощность излучения**, т. е. энергия, излучаемая в единицу времени по всем направлениям, пропорциональна квадрату второй производной от дипольного момента по времени:

$$P = \alpha\cdot(d^2\boldsymbol{p}/dt^2)^2 \text{ (в СИ коэффициент } \alpha = \mu_0/6\pi\cdot c) \qquad (20)$$

Излучение электромагнитных волн колеблющемся диполем и ускоренно движущемся зарядом

- Излучение колеблющемся диполем

Подставляя гармоническую зависимость $\boldsymbol{p}(t)$ из (17) получаем

$$P = \alpha \cdot \omega^4 \cdot p_m^{\ 2} \cdot \cos^2 \omega t \qquad (21)$$

а средняя по времени мощность излучения диполя:

$$\langle P \rangle = (\alpha/2) \cdot \omega^4 \cdot p_m^{\ 2} \qquad (22)$$

Замечания: Из последних формул (ω^4!) следует, что излучение линий передач переменного тока промышленной частоты 50 Гц оказывается незначительным. Наоборот, радиостанции должны «вещать» на высоких частотах (~1-100 МГц) с целью генерации наибольшей мощности.

- Излучение ускоренно движущемся зарядом

Формула (20) справедлива также для излучения заряда q, движущегося с ускорением $\boldsymbol{a}$. Используя выражение для дипольного момента (17), имеем $d^2\boldsymbol{p}/dt^2 = -q \cdot (d^2\boldsymbol{r}/dt^2) = -q \cdot \boldsymbol{a}$, когда движется только заряд ($-q$). При этом **мощность излучения ускоренно движущегося заряда** принимает вид:

$$P = \alpha \cdot q^2 \cdot \boldsymbol{a}^2 \qquad (23)$$

Замечание: Формула (23) работает для малых скоростей $v \ll c$

Излучение электромагнитных волн колеблющемся диполем и ускоренно движущемся зарядом

- Излучение ускоренно движущемся зарядом

Замечания: Заряд, колеблющийся с фиксированной частотой ω, излучает монохроматическую э/м волну. Если же заряд движется с произвольным ускорением, то его излучение представляет собой спектр различных частот.

Примеры излучений заряженными частицами

- Заряженные частицы, ускоренные в циклических ускорителях (циклотрон, бетатрон и др.).

Здесь может обнаруживаться естественный предел для энергии ускоряемой частицы, когда она становится равной энергии излучения *P* (например, для электронов в бетатроне это ~ 500 МэВ), и дальнейшее ускорение уже оказывается экономически нецелесообразным.

- Излучение электрона в атоме.

По классическим представлениям электрон в атоме совершает колебания и, следовательно, излучает. Расчет показывает, что время τ, за которое амплитуда электрона уменьшается в *e*-раз, составляет ~10^{-8}с. За это время излучается один цуг волн.