

Задача 1. Сухой воздух в прямом обратимом цикле Карно совершает удельную полезную работу $l = 15$ кДж/кг. Максимальное абсолютное давление воздуха 8 МПа и соответствующая абсолютная температура 1000 К. В цикле к газу подводится удельная теплота $q_1 = 25$ кДж/кг. Минимальное давление в цикле 0,1 МПа. Определить термический КПД η_t и основные параметры во всех переходных точках цикла. Изобразить цикл в $p-v$ и Ts -координатах.

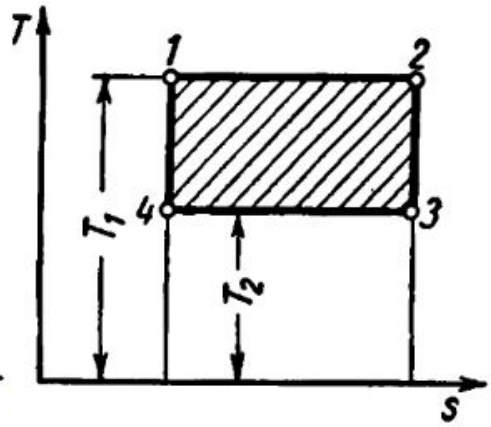
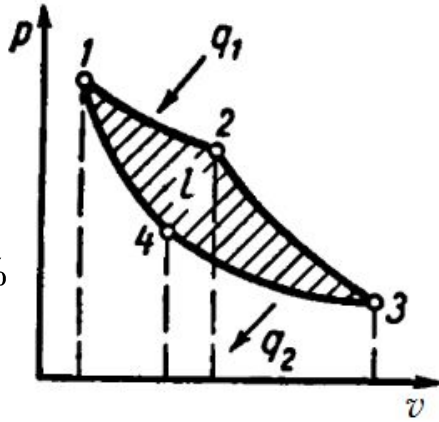
Решение

Термический КПД цикла Карно можно определить по формулам

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} \cdot 100\% = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

Подставим числовые значения в первое выражение

$$\eta_t = \frac{15}{25} \cdot 100\% = 60\%$$



Выразим из формул для КПД температуру T_2

$$\frac{l}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{l}{q_1} \quad T_2 = T_1 \left(1 - \frac{l}{q_1} \right)$$

Подставим числовые значения

$$T_2 = 1000 \cdot \left(1 - \frac{15}{25} \right) = 400$$

Удельный объём воздуха v_1 в состоянии 1 определим из уравнения состояния

$$\rho_1 v_1 = RT_1 \quad v_1 = \frac{RT_1}{\rho_1}$$

Газовую постоянную для воздуха найдём из [таблицы](#) $R = 287 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

$$v_1 = \frac{287 \cdot 1000}{8 \cdot 10^6} = 0,036 \text{ м}^3$$

Удельный объём воздуха v_3 в состоянии 3 определим из уравнения состояния

$$\rho_3 v_3 = RT_2 \quad v_3 = \frac{RT_2}{\rho_3}$$

Подставим числовые значения

$$v_3 = \frac{287 \cdot 400}{10^5} = 1,148 \text{ м}^3$$

**Молекулярные массы, плотности, молярные объёмы при нормальных условиях и газовые постоянные
важнейших газов**

1
2
3
4
5
6

Вещество	Химическое обозначение	Молекулярная масса μ , кг/кмоль	Плотность ρ , кг/м ³	Молярный объём v_{μ} , м ³ /кмоль	Газовая постоянная R , Дж/(кг · К)
Воздух	—	28,96	1,293	22,40	287,0
Кислород	O ₂	32,00	1,439	22,39	259,8
Азот	N ₂	28,026	1,251	22,40	296,8
Атмосферный азот	N ₂	28,16	1,257	22,40	295,3
Гелий	He	4,003	0,179	22,42	2078,0
Аргон	Ar	39,994	1,783	22,39	208,2
Водород	H ₂	2,016	0,090	22,43	4124,0
Окись углерода	CO	28,01	1,250	22,40	296,8
Углекислый газ	CO ₂	44,01	1,977	22,26	188,9
Сернистый газ	SO ₂	64,06	2,926	21,89	129,8
Метан	CH ₄	16,032	0,717	22,39	518,8
Этилен	C ₂ H ₄	28,052	1,251	22,41	296,6
Коксовый газ	—	11,50	0,515	22,33	721,0
Аммиак	NH ₃	17,032	0,771	22,08	488,3
Водяной пар	H ₂ O	18,016	0,804	22,40	461

Запишем выражение для удельного количества теплоты, которое получает воздух при изотермическом расширении

$$q_1 = RT_1 \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

Выразим отсюда объём v_2 в состоянии 2

$$v_2 = v_1 \exp\left(\frac{q_1}{RT_1}\right)$$

Подставляем числовые значения

$$v_2 = 0,036 \cdot \exp\left(\frac{25000}{287 \cdot 1000}\right) = 0,039 \quad \text{м}^3$$

Давление воздуха в состоянии 2 определим, записав закон Бойля-Мариотта для изотермического процесса 1-2

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 \quad p_2 = p_1 \frac{v_1}{v_2}$$

Найдём числовое значение

$$p_2 = 10^6 \frac{0,036}{0,039} = 7,4 \cdot 10^6 \quad \text{Па}$$

Чтобы определить удельный объём воздуха в состоянии 4, запишем выражение для удельного количества теплоты, передаваемого газом в окружающую среду в процессе 3-4

$$q_2 = q_1 - l = RT_2 \ln \left(\frac{v_3}{v_4} \right)$$

Выразим отсюда удельный объём в состоянии 4

$$v_4 = v_3 \exp \left(\frac{l - q_1}{RT_2} \right)$$

Подставим числовые значения

$$v_4 = 1,148 \cdot \exp \left(\frac{15000 - 25000}{287 \cdot 400} \right) = 1,052 \quad \text{м}^3$$

Давление воздуха в состоянии 4 определим, записав закон Бойля-Мариотта для изотермического процесса 3-4

$$p_3 v_3 = p_4 v_4 \quad p_4 = p_3 \frac{v_3}{v_4}$$

Подставим числовые значения

$$p_4 = 10^5 \cdot \frac{1,148}{1,052} \text{ Па} = 1,081 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Определим удельную энтропию воздуха в переходных точках цикла. В состоянии 1 энтропию определим по формуле

$$s_1 = c_p \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) - R \ln\left(\frac{p_1}{p_0}\right) \quad T_0 = 273 \quad p_0 = p_3$$

Удельную теплоёмкость воздуха при постоянном давлении определим по формуле

$$c_p = \frac{kR}{k-1}$$

Тогда выражение для удельной энтропии будет иметь вид

$$s_1 = \frac{kR}{k-1} \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) - R \ln\left(\frac{p_1}{p_0}\right) = R \left[\frac{k}{k-1} \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) - \ln\left(\frac{p_1}{p_0}\right) \right]$$

Подставим числовые значения

$$s_1 = \frac{287}{1,4-1} \left[\frac{1,4}{1,4-1} \cdot \ln\left(\frac{1000}{273}\right) - \ln\left(\frac{8 \cdot 10^6}{10^5}\right) \right] = 46 \quad .$$

Поскольку процесс 4-1 является адиабатным, то можно записать

$$s_4 = s_1 = 46 \text{ к/(кг К)}$$

Изменение удельной энтропии в изотермическом процессе 1-2 и, соответственно, удельную энтропию в состоянии 2 найдём по формулам

$$\Delta s_{12} = \frac{q_1}{T_1} \quad s_2 = s_1 + \Delta s_{12} = s_1 + \frac{q_1}{T_1}$$

Подставим числовые значения

$$s_2 = \frac{25000}{1000} = 25 \text{ Дж/(кг·К)}$$

Так как процесс 2-3 тоже является адиабатным, то можно записать

$$s_3 = s_2 = 25 \text{ Дж/(кг·К)}$$

Определим удельную энтальпию воздуха в переходных точках цикла. В состоянии 1 энтропию определим по формуле

$$h_1 = c_p t_1 = \frac{k R t_1}{k - 1}$$

Подставим числовые значения

$$h_1 = \frac{1,4 \cdot 287 \cdot 727}{1,4 - 1} = 730 \text{ Дж/кг}$$

Поскольку процесс 1-2 изотермический, то

$$h_2 = h_1 = 730 \text{ Дж/кг}$$

Энтальпию в состоянии 3 найдём по выражению

$$h_3 = c_p t_3 = \frac{kRt_2}{k-1}$$

Рассчитаем эту величину

$$h_3 = \frac{1,4 \cdot 287 \cdot 127}{1,4 - 1} = 128 \text{ кДж/кг}$$

Энтальпии в состояниях 3 и 4 будут равны между собой

$$h_4 = h_3 = 128 \text{ кДж/кг}$$

Задача 2. На рисунке в p - v координатах изображён прямой обратимый термодинамический цикл, в котором рабочим телом является воздух со следующими исходными параметрами: $p_1 = 0,4$ МПа, $p_2 = 0,8$ МПа, $v_2 = 0,10$ м³/кг, $v_3 = 0,15$ м³/кг. Определить удельную работу цикла l , удельные подведённую q_1 и отведённую q_2 за цикл теплоту, термический КПД η .

Решение

Теплота в цикле подводится к рабочему телу в изобарном процессе 2-3

$$q_1 = c_p(T_3 - T_2)$$

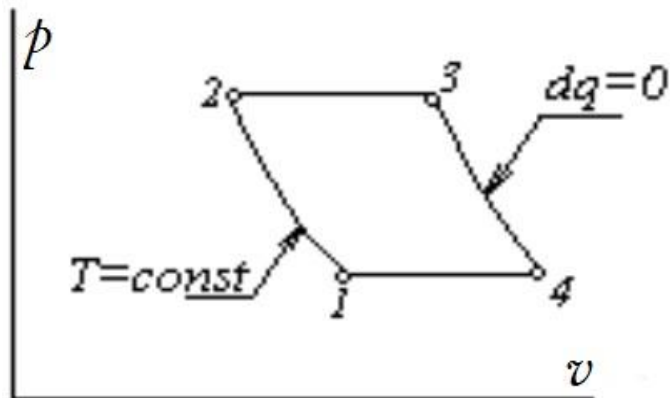
Изобарную удельную теплоёмкость определим по формуле

$$c_p = \frac{kR}{k-1}$$

Температуры воздуха в точках 2 и 3 выразим из уравнений состояния

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R}$$

$$T_3 = \frac{p_2 v_3}{R}$$



Подставим эти выражения в формулу для подведённой теплоты

$$q_1 = \frac{kR}{k-1} \left(\frac{p_2 v_3}{R} - \frac{p_2 v_2}{R} \right) = \frac{kp_2}{k-1} (v_3 - v_2)$$

Подставим числовые значения

$$q_1 = \frac{1,4 \cdot 8 \cdot 10^5}{1,4 - 1} \cdot (0,15 - 0,1) = 140 \text{ кДж/кг}$$

Теплота в цикле отводится в процессах 4-1 и 1-2, поэтому она равна

$$q_2 = q_{41} + q_{12}$$

Теплоту, отдаваемую рабочим телом при изобарном сжатии найдём

$$q_{41} = c_p (T_4 - T_1) = \frac{kR}{k-1} (T_4 - T_1) = \frac{kRT_1}{k-1} \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right) = \frac{kp_2 v_2}{k-1} \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)$$

Так как процесс 4-1 изобарный, то для него можно записать

$$\frac{v_4}{T_4} = \frac{v_1}{T_1} \qquad \frac{T_4}{T_1} = \frac{v_4}{v_1}$$

Удельный объём v_1 выразим из закона Бойля-Мариотта

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 \qquad v_1 = \frac{p_2}{p_1} v_2$$

Для определения удельного объёма v_4 запишем уравнение адиабаты

$$p_1 v_4^k = p_2 v_3^k \qquad v_4 = v_3 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}}$$

Тогда отношение удельных объёмов в 4 и 1 состояниях равно

$$\frac{v_4}{v_1} = \frac{v_3}{v_2} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} \left(\frac{p_1}{p_2} \right) = \frac{v_3}{v_2} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-k}{k}}$$

Тогда отвод теплоты в процессе 4-1 равен

$$q_{41} = \frac{k p_2 v_2}{k-1} \left[\frac{v_3}{v_2} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Теплота, отдаваемая рабочим телом в изотермическом процессе 1-2, равна

$$q_{12} = RT_1 \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right) = p_2 v_2 \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Тогда количество отданной за цикл теплоты равно

$$q_2 = p_2 v_2 \left[\frac{k}{k-1} \left(\frac{v_3}{v_2} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) + \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \right]$$

Подставим числовые значения

$$q_2 = 8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot \left[\frac{1,4}{1,4-1} \cdot \left(\frac{0,15}{0,1} \cdot \left(\frac{0,4}{0,8} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right) + \ln\left(\frac{0,8}{0,4}\right) \right] =$$

$$= 120 \text{ кДж/кг}$$

Удельная работа за цикл равна

$$l = q_1 - q_2$$

Подставим числовые значения

$$l = \frac{140 \text{ кДж} - 120 \text{ кДж}}{1} = 20$$

Термический КПД цикла определим по формуле

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} \cdot 100\%$$

Подставим числовые значения

$$\eta_t = \frac{20}{140} \cdot 100\% = 14\%$$

Задача 3. Для цикла Стирлинга, имеющего $l_{\text{ц}} = 0,7$ МДж/кг, определить удельное количество регенерируемой теплоты и суммарное количество удельной теплоты, сообщаемой рабочему телу. Рабочим телом является гелий со следующими исходными параметрами: $p_{\text{max}} = 15$ МПа, $T_1 = 1343$ К, $T_2 = 343$ К.

Решение

Удельное количество регенерируемой теплоты определим по формуле

$$q_p = c_v(T_z - T_c)$$

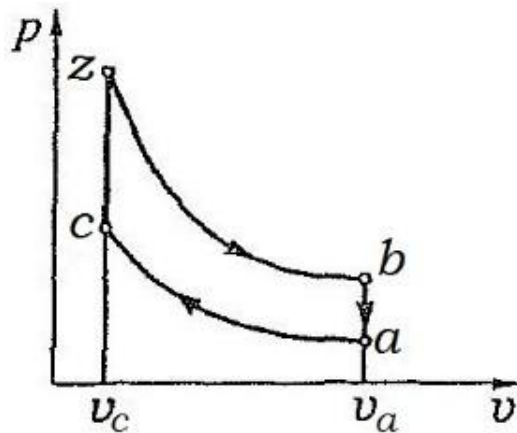
Из рисунка следует, что $T_z = T_1$ и $T_c = T_2$.

Удельную теплоемкость рабочего тела при постоянном объеме определяет выражением

$$c_v = \frac{R}{k-1}$$

Показатель адиабаты для гелия равен $k = 1,67$, а газовую постоянную найдем из [таблицы](#)

$$R = 2078 \text{ (Дж/кг К)} \cdot$$



Тогда формула для количества теплоты будет иметь вид

$$q_p = \frac{R(T_1 - T_2)}{k - 1}$$

Подставим числовые значения

$$q_p = \frac{2078 \cdot (1343 - 343)}{1,67 - 1} = 2,10 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг} = 2,10 \text{ МДж/кг}$$

Удельное количество теплоты, которое получает рабочее тело при изотермическом расширении определяется равенством

$$q_1 = RT_z \ln\left(\frac{V_a}{V_c}\right) = RT_1 \ln\left(\frac{V_a}{V_c}\right)$$

С другой стороны, удельная работа за цикл определяется формулой

$$l_{ц} = R(T_z - T_c) \ln\left(\frac{V_a}{V_c}\right) = R(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_a}{V_c}\right)$$

Выразим отсюда логарифм отношения объемов и подставим в формулу для q_1

$$\ln\left(\frac{v_a}{v_c}\right) = \frac{l_{\text{ц}}}{R(T_1 - T_2)}$$

$$q_{\text{ц}} = RT_1 \frac{l_{\text{ц}}}{R(T_1 - T_2)} = l_{\text{ц}} \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

Суммарное удельное количество теплоты, передаваемое рабочему телу, определим по формуле

$$q = q_p + q_l = q_p + l_{\text{ц}} \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

Подставим числовые значения

$$q = 1,1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \frac{1343}{1343 - 343} = 4,04$$