

# Дослідження операцій

---

Лекції -16 годин

Практичні і лабораторні заняття -18 годин

Самостійна робота - 38 годин

Екзамен -36 годин

Кафедра інформатики та комп'ютерних технологій  
доцент Бесклінська О.П.



# Література

1. Ю.П.Зайченко. Дослідження операцій. – Київ:ЗАТ “Віпол”, 2000. – 688 с.
2. С.І.Наконечний,С.С.Савіна Математичне програмування: Навч.посіб.– К.:КНЕУ, 2003.– 452с.
3. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. – М. Наука, 1988. –208 с.
4. Катренко А.В. Дослідження операцій: Підручник.– Львів: Магнолія Плюс, 2004.– 549с.
5. Исследование операций в экономике: Учеб. пособие для вузов/Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2003.- 407 с.
6. Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel. – Спб.: БХВ – Петербург, 2003. – 464 с.

# **Лекція 1**

## **ВСТУП**

### **Загальні відомості про дослідження операцій**

- 1. Принципи застосування математики в економіці.**
- 2. Предмет та історія виникнення дослідження операцій.**
- 3. Основні поняття дослідження операцій.**

# **1. Принципи застосування математики в економіці.**

# Кёне Франсуа

1694-1774



Французський економіст.  
У ХХ столітті його **“Економічна таблиця”** стала основою для побудови й розвитку численних моделей суспільного відтворення.

Так, міжгалузєва модель **“Витрати–випуск”** В. Леонтєєва є подальшим логічним кроком у продовження економічної таблиці Ф. Кене.

**Розквіт застосування математичних методів у економіці ознаменувало ХХ століття.**

З їх використанням пов'язані роботи практично всіх вчених, відзначених Нобелівською премією з економіки, наприклад, **Д.Хікс, Р.Солоу, В. Леонт'єв, П.Самуельсон.**

**Яку ж конкретно роль відіграють математичні методи в економіці?**

**Використання їх дає можливість:**

- точно і компактно викладати положення економічної теорії;**
- виділяти і формально описувати найістотніші зв'язки економічних змінних і характеристик;**
- одержувати висновки про функціонування об'єкта;**
- отримувати нові знання про об'єкт;**
- передбачати майбутню поведінку об'єкта у разі зміни якихось його параметрів.**

***Модель*** — це такий матеріальний або уявлюваний об'єкт (об'єкт-замінник), який у процесі дослідження заміщає об'єкт-оригінал так, що його безпосереднє вивчення дає нові знання про об'єкт-оригінал.





## **Модель потрібна щоб**

- зрозуміти з чого складається конкретний об'єкт;
- навчитись керувати об'єктом (процесом) і визначати найкращі способи управління при заданих умовах;
- прогнозувати прямі і непрямі наслідки реалізації заданих функцій на об'єкт.

**Процес побудови, вивчення і застосування моделей називають моделюванням.**

**Моделювання**

```
graph TD; A[Моделювання] --> B(Матеріальне); A --> C(Ідеальне); B --> D[Фізичне]; B --> E[Аналогове]; C --> F[Інтуїтивне]; C --> G[Знакове]; G --> H[Математичне моделювання];
```

**Матеріальн  
е**

**Ідеальне**

**Фізичне**

**Аналогове**

**Інтуїтивне**

**Знакове**

**Математичне  
моделювання**

***Математична модель* економічного  
об'єкта (системи) — це його  
спрощений образ, поданий у вигляді  
сукупності математичних  
співвідношень (рівнянь,  
нерівностей, логічних  
співвідношень, графіків тощо).**

# Математичні моделі в економіці

```
graph TD; A[Математичні моделі в економіці] --- B[Макро-і мікроекономічні]; A --- C[Теоретичні і прикладні]; A --- D[Рівноважні й оптимізаційні]; A --- E[Статичні й динамічні]; A --- F[Детерміновані і стохастичні];
```

Макро-і  
мікроекономічні

Теоретичні і  
прикладні

Рівноважні й  
оптимізаційні

Статичні й динамічні

Детерміновані і  
стохастичні

# Економічні моделі

```
graph TD; A[Економічні моделі] --- B[Модель статистичної рівноваги ринку]; A --- C[Модель В.Леонт'єва міжгалузевого балансу]; A --- D[Неокласична модель споживання]; A --- E[Неокласична модель поведінки фірми]; A --- F[Моделі економічного зростання]; A --- G[Моделі рівноваги на товарних, фінансових, факторних ринках];
```

**Модель статистичної  
рівноваги ринку**

**Модель В.Леонт'єва  
міжгалузевого  
балансу**

**Неокласична модель  
споживання**

**Моделі економічного  
зростання**

**Неокласична модель  
поведінки фірми**

**Моделі рівноваги на  
товарних, фінансових,  
факторних ринках**

## **2. Предмет та історія виникнення дослідження операцій.**



*Дослідження операцій* - це теорія використання наукових *кількісних* методів для прийняття **найкращого** рішення у різних галузях діяльності людини.

Ця наука дає об'єктивні, **кількісні** рекомендації з управління цілеспрямованими діями людини.



# Томас Сааті



**"Дослідження операцій - це мистецтво давати погані відповіді на ті практичні запитання, на які даються ще гірші відповіді за допомогою інших методів"**

Сайт: [Softkey.info](http://Softkey.info)



## Програма

Романа Камалова  
«**Мыслитель**»- реалізує  
алгоритм «Методу аналізу  
ієрархій» автором якого є  
**Томас Сааті**

Термін "Дослідження операцій"  
виник у роки Другої світової війни.



В 1939р. лєнїнградський математик Л. В. Канторович у роботі „Математичні методи організації та планування виробництва" сформулював клас умовно-екстремальних лінійних задач та запропонував методи їх розв'язування, що поклало початок лінійному програмуванню.

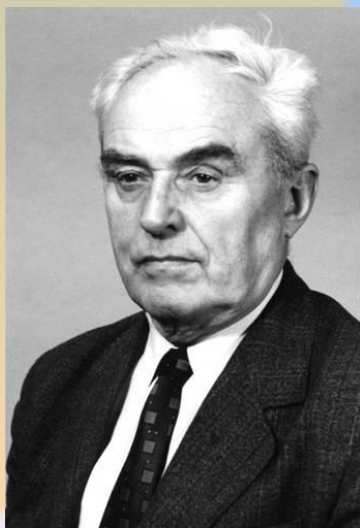
У 1951 р. була опублікована робота Г.М.Куна і А.В.Такера, у якій наведені необхідні і достатні умови оптимальності для розв'язання нелінійних задач.

# Широко відомими в світі є роботи українських вчених



**В.М. Глушков - основоположник інформаційних технологій в Україні, засновник і директор Інституту кібернетики АН УРСР (1962-1982).**

Великим є його вклад в розроблення та впровадження оптимізаційних задач в АСУ



**О.Г. Івахненко**

**Запропонував та розробив метод групового врахування аргументів, що знайшов застосування в прогнозуванні економічних процесів**

# В галузі дискретної оптимізації



**В.С. Михалевич**



**І.В. Сергієнко**

*Предметом дослідження* операцій є: військові операції, рішення у політиці та виробництві, сільському господарстві, фінансових справах і т.п.

Ми будемо розглядати **виробничі** процеси у господарській діяльності людини.

# Задачі дослідження операцій

```
graph TD; A[Задачі дослідження операцій] --- B[Розподіл ресурсів]; A --- C[Конфліктні ситуації]; A --- D[Управління запасами]; A --- E[Масове обслуговування]; A --- F[Мережне планування]; A --- G[Складання розкладів]; A --- H[Мережні задачі]; A --- I[Ремонт і заміна устаткування]; A --- J[Планування і розміщення]
```

**Розподіл ресурсів**

**Конфліктні ситуації**

**Управління запасами**

**Масове  
обслуговування**

**Мережне планування**

**Складання розкладів**

**Мережні задачі**

**Ремонт і заміна  
устаткування**

**Планування і  
розміщення**



# **3. Основні поняття дослідження операцій**

***Операція*** — це будь-який керований захід, спрямований на досягнення мети. Результат операції залежить від способу її проведення чи організації, інакше — від вибору деяких параметрів.

Будь-який вибір набору параметрів називається ***рішенням***.

***Оптимальними*** вважаються ті рішення, що в обговореному заздалегідь сенсі мають переваги над іншими.

***Ефективність операції*** — це ступінь її пристосованості до виконання поставленої мети, що **кількісно** виражається у вигляді цільової функції.

# Основні етапи дослідження операцій

1

**Отримання змісту задачі у вигляді  
текстового  
(технічного) завдання.  
Збір даних, їх аналіз.  
Формулювання задачі.  
Виявлення факторів, які впливають на  
процес.**

## 2

**Формалізація задачі у вигляді математичної моделі,**

**$F = F(X, Y) = \max (\min)$  — функція мети  
(показник якості або ефективності процесу)  
при обмеженнях**

$$g_i(X, Y) < b_i$$

**де  $X$  — вектор керованих змінних,**

**$Y$  - вектор некерованих аргументів,**

**$g_i(X, Y)$  - функція споживання  $i$ -го ресурсу;**

**$b_i$  - величина  $i$ -го ресурсу**

**3**

**Розв'язання задачі одним з методів**

**4**

**Перевірка та корегування моделі.**

**5**

**Реалізація на практиці.**

# Методи дослідження операцій

теорія лінійного, нелінійного, дискретного(цілочисленого, бінарного, неподільного), динамічного, стохастичного програмування;

теорія ігор;

теорія систем масового обслуговування;

прийняття рішень в умовах нечіткої інформації;

теорія експертних систем;

теорія ефективності та ін.

**Приклад.** Фірма виготовляє продукцію чотирьох видів (А, В, С, D) з використанням ресурсів 1, 2 і 3. Вихід ресурсів подано у таблиці:

Ресурс	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	Запаси ресурсів
<b>1</b>	1	3	2	4	<b>20</b>
<b>2</b>	10	4	5	2	<b>80</b>
<b>3</b>	5	8	4	10	<b>200</b>

Вартість виготовлення кожного виду продукції відповідно дорівнює **20, 40, 30, 10** грн. Запаси ресурсів задані у таблиці.

Визначити **оптимальний** план виробництва продукції всіх чотирьох видів, який **максимізує** загальний прибуток.



**Позначимо**

**$x_1, x_2, x_3, x_4$  – кількість продукції кожного виду (A, B, C, D).**

**Загальний прибуток:**

**$F(x_1, x_2, x_3, x_4) \rightarrow \max$**

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) := 20 \cdot x_1 + 40 \cdot x_2 + 30 \cdot x_3 + 10 \cdot x_4$$

$$x_1 := 1 \quad x_2 := 1 \quad x_3 := 1 \quad x_4 := 1$$

Given

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 20$$

$$10x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 80$$

$$5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 10x_4 \leq 200$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0$$

- цільова функція

- початкові наближення

- система обмежень

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} := \text{maximize}(F, x_1, x_2, x_3, x_4)$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = 320$$