

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ

Практическое занятие №2

**ПАДЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЭМВ НА ГРАНИЦУ
РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД**

- **Основные расчетные формулы:**

- 1. Первый и второй законы Снеллиуса

- $$\theta_3 = \theta_1, \quad (2.1)$$

- $$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{N_1}{N_2}, \quad (2.2)$$

- где $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ - углы падения, преломления и отражения соответственно; N_1 и N_2 - показатели преломления сред.

- 2. Коэффициенты Френеля для волн вертикальной поляризации

- $$R_{\parallel} = \frac{N_2 \cos \theta_1 - N_1 \cos \theta_2}{N_2 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_2}; \quad T_{\parallel} = \frac{2N_1 \cos \theta_1}{N_2 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_2} \quad (2.3)$$

- и для волн горизонтальной поляризации

- $$R_{\perp} = \frac{N_1 \cos \theta_1 - N_2 \cos \theta_2}{N_1 \cos \theta_1 + N_2 \cos \theta_2}; \quad T_{\perp} = \frac{2N_1 \cos \theta_1}{N_1 \cos \theta_1 + N_2 \cos \theta_2} \quad (2.4)$$

- 3. Угол Брюстера определяется из равенства

$$\theta_0 = \operatorname{arctg} \frac{N_2}{N_1} \quad . \quad (2.5)$$

- 4. Критический угол

$$\theta_{\text{кр}} = \operatorname{arcsin} \frac{N_2}{N_1} \quad . \quad (2.6)$$

- 5. Граничные условия на поверхности реального проводника (граничные условия Леонтовича-Щукина)

$$\vec{E}_2 \times \vec{n} \cong \vec{Z}_2 (\vec{n} \times \vec{H}_1) \times \vec{n}, \quad (2.7)$$

- где \vec{n} - вектор нормали к поверхности проводника.
- Эти же условия в скалярном выражении

$$E_{\tau_1} \cong Z_2 H_{\tau_1} \quad (2.8)$$

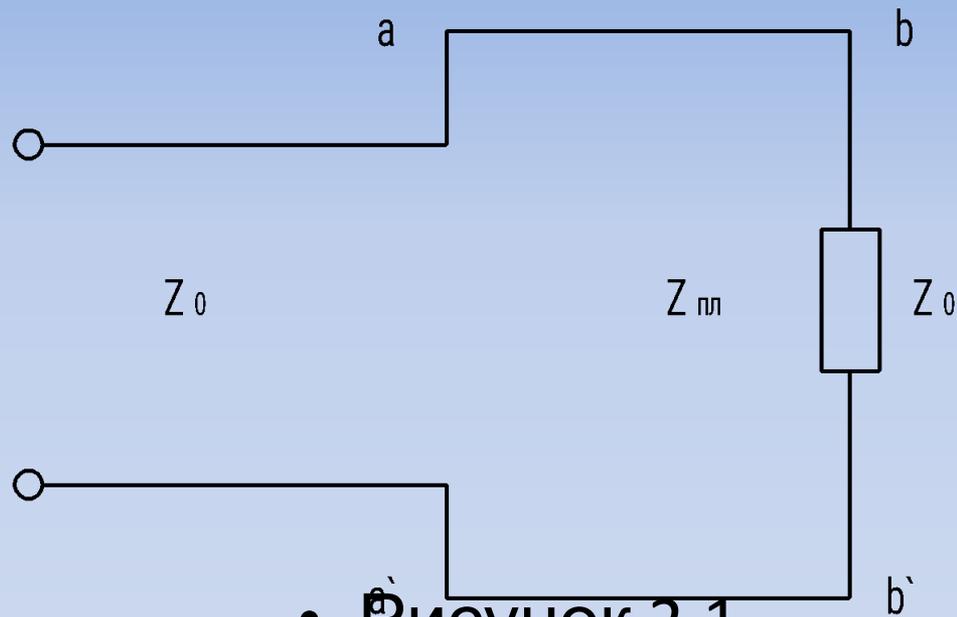
- 1. Под каким углом должна падать плоская волна из воздуха (ϵ_0, μ_0) на границу раздела со стеклом
- ($\epsilon_{a_2} = 8\epsilon_0, \mu_{a_2} = \mu_0$), чтобы не было отражения.
- Решение:
- По условию задачи имеет место полное преломление, поэтому рассматриваемый случай относится к случаю падения вертикально поляризованной волны под углом падения θ_1 N_2 ($\epsilon_{a_1} < \epsilon_{a_2}$) равным углу Брюстера при θ_2 .
- Коэффициент Френеля для отраженной волны (при вертикальной поляризации) можно найти по выражению:
$$R_{\parallel} = \frac{N_2 \cos \theta_1 - N_1 \cos \theta_2}{N_2 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_2},$$

- $N_1 = \sqrt{\varepsilon_1} = 1, N_2 = \sqrt{\varepsilon_2} = \sqrt{8}$ где .
- Отражение отсутствует при $r_{\parallel} = 0$, что соответствует $\theta_1 = \theta_0$ - углу Брюстера.
Поэтому можем записать, что $N_2 \cos \theta_0 - N_1 \cos \theta_2 = 0$,
тогда получим: $\frac{N_2}{N_1} = \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_0}$
- Из второго закона Снеллиуса $\frac{N_2}{N_1} = \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta_2}$
- Следовательно, $\frac{\sin \theta_0}{\sin \theta_2} = \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_0}$
- Это равенство справедливо только в случае, если $\sin \theta_0 = \cos \theta_2$ и $\sin \theta_2 = \cos \theta_0$
- Таким образом $N_2 \cos \theta_0 - N_1 \cos \theta_2 = N_2 \cos \theta_0 - N_1 \sin \theta_0 = 0$
$$\operatorname{tg} \theta_0 = \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{8} = 2,83$$

- отсюда можем найти

- $\theta_0 = \operatorname{arctg}(2,83) = 70,54^\circ$, $\theta_2 = \arccos[\sin(\theta_0)] = 19,46^\circ$.

- 2. Плоская электромагнитная волна падает по нормали из воздуха на пластину диэлектрика радиопрозрачного укрытия станции ближней навигации без потерь толщиной d . Определить условия, при которых пластина становится прозрачной для падающей волны. Показатель преломления диэлектрика N_2 .
- Решение:
- Эквивалентная схема решения задачи изображена на рисунке 2.1. Отражение от сечения не будет в случае, если входное сопротивление линии в этом сечении равно Z_0 .



• Рисунок 2.1

- Это возможно в том случае (см. рисунок 2.1), если электрическая длина отрезка линии ab кратна половине длины волны. То есть

$$d = \frac{\lambda}{2} m$$

- где m – целое число. Поэтому $\Gamma = \frac{c}{2N_2 d} m$

- 3. Плоская электромагнитная волна падает нормально из воздуха на поверхность морской воды ($\epsilon_2 = 81$). Вычислить, сколько процентов падающей мощности отразится от поверхности, а сколько пройдет в воду.

- Решение:

- Мощность волны, падающей на 1 м² поверхности раздела, $P_{\text{CP ПАД}} = \frac{E_m^2}{2Z_1}$,
- где E_m - амплитуда напряженности поля падающей волны, Z_1 – волновое сопротивление воздуха.
- Мощность волны, отраженной от 1 м² поверхности раздела, $P_{\text{CP ОТР}} = \frac{E_m^2}{2Z_1}$
- где E_m - амплитуда напряженности поля отраженной волны. Поэтому

- есть квадрат коэффициента Френеля.
- Мощность волны, прошедшей в воду через 1м² поверхности $\Pi_{\text{СР ПРЕРЛ}} = \frac{E_{m_2}^2}{2Z_2}$
- где E_{m_2} - амплитуда напряженности поля преломленной волны, Z_2 – волновое сопротивление воды. Поэтому $\frac{\Pi_{\text{СР ПРЕРЛ}}}{\Pi_{\text{СР ПАД}}} = T_{\parallel}^2$

- где T_{\parallel}^2 - квадрат коэффициента преломления Френеля. Поскольку по условию, то $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta$

$$R_{\parallel}^2 = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 = \left(\frac{Z_1 - \frac{Z_1}{9}}{Z_1 + \frac{Z_1}{9}} \right)^2 = \left(\frac{377 - \frac{377}{9}}{377 + \frac{377}{9}} \right)^2 = 0,64 = 64\%$$

$$T_{\parallel}^2 = \frac{4Z_1 \frac{Z_1}{9}}{\left(Z_1 + \frac{Z_1}{9} \right)^2} = \frac{4 \cdot 377 \cdot \frac{377}{9}}{\left(377 + \frac{377}{9} \right)^2} = 0,36 = 36\%$$

- - есть ответ на вопрос задачи.

- 4. Плоская линейно поляризованная волна падает нормально на идеально проводящую пластину. Найти поле отраженной волны и суммарное поле.

- Решение:

- Примем, что идеально проводящая пластина лежит в плоскости декартовой системы координат.

Для падающей волны: $\vec{E}_{\text{пад}} = \vec{E}_1 e^{i(\omega t - kz)}$; $\vec{H}_{\text{пад}} = \vec{H}_1 e^{i(\omega t - kz)}$

- Для отраженной волны: $\vec{E}_{\text{отр}} = F \cdot \vec{E}_1 e^{i(\omega t - kz)}$; $\vec{H}_{\text{отр}} = F \vec{H}_1 e^{i(\omega t - kz)}$

- Найдем величину $\vec{E}_{\text{отр}}$ и направление . Для этого случая коэффициент Френеля можно определить:

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

- где Z_1 и Z_2 – волновые сопротивления первой и второй среды соответственно. Полагая что $\mu_2 = \infty$, получим

$$Z_2 = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{\gamma}} = 0$$

- поэтому $F = -1$, откуда следует, что $\bar{E}_3 = -\bar{E}_1$, $\bar{H}_1 = \bar{H}_3$ из граничных условий на поверхности идеального проводника. Из этого следует: $\vec{E}_{\text{отр}} = -\bar{E}_1 e^{i(\omega t - kz)}$; $\vec{H}_{\text{отр}} = \bar{H}_1 e^{i(\omega t - kz)}$

- Суммарное поле в среде над поверхностью идеального проводника может быть найдено:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{ПАД}} + \vec{E}_{\text{ОТР}} = 2i\bar{E}_1 e^{i\omega t} \sin kz;$$

$$\vec{H} = \vec{H}_{\text{ПАД}} + \vec{H}_{\text{ОТР}} = 2\bar{H}_1 e^{i\omega t} \cos kz.$$

- Оно представляет собой стоячую волну. Узлы и пучности электрического и магнитного полей сдвинуты по оси z на $\lambda/4$, а во времени поля сдвинуты на четверть периода (об этом свидетельствует множитель $e^{i\omega t}$ в формуле для напряженности электрического поля).

- 5. Эллиптически поляризованная волна с коэффициентом эллиптичности $k_{\varepsilon_1} = 0,4$ вращением вектора \vec{E} по часовой стрелке падает из воздуха на поверхность S диэлектрика ($\varepsilon = 4,5$) так, что большая ось эллипса поляризации лежит в плоскости падения. Каким должен быть коэффициент эллиптичности преломленной волны.

- Решение

- Падающая эллиптически поляризованная волна может быть представлена в виде суммы двух линейно поляризованных волн: вертикально и горизонтально поляризованных (\vec{E}_1^{\parallel} и \vec{E}_1^{\perp}), представленных на рисунке 2.2.

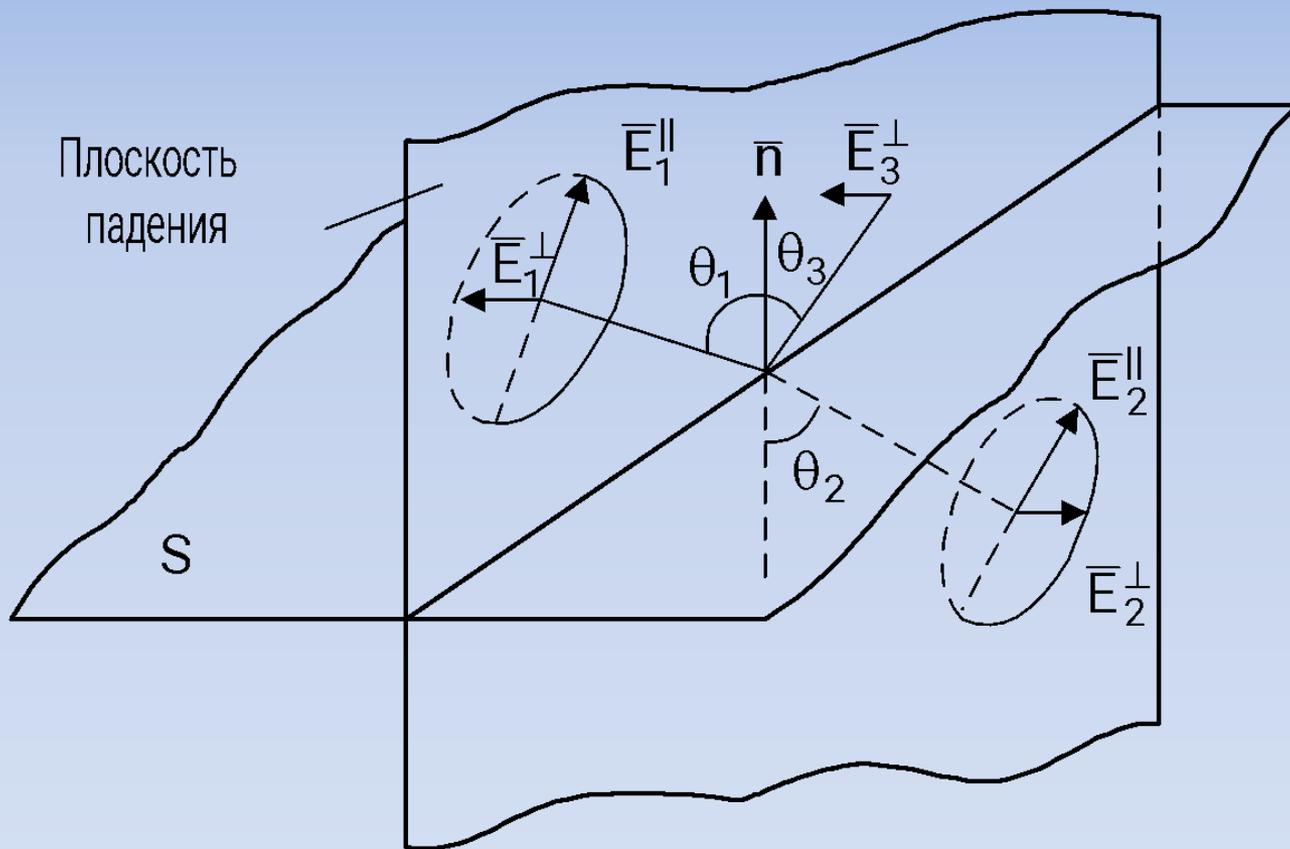


Рисунок 2.2.

- Если θ_1 будет равен углу Брюстера, то вертикально поляризованная часть волны (E_1^\perp) полностью перейдет во вторую среду.
- При этом $\operatorname{tg}\theta_1 = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1} = \sqrt{4,5} = 2,12$; $\theta_0 = \theta_1 = \operatorname{arctg}(2,12) = 64,76^\circ$.
- Отражение будет испытывать лишь горизонтально поляризованная составляющая волны. Тогда

$$E_2^\perp = E_1^\perp \cdot T_\perp; \quad T_\perp = \frac{2N_1 \cos\theta_1}{N_1 \cos\theta_1 + N_2 \cos\theta_2};$$

$$E_2^\parallel = E_1^\parallel \cdot T_\parallel; \quad T_\parallel = \frac{2N_1 \cos\theta_1}{N_2 \cos\theta_1 + N_1 \cos\theta_2}.$$

- Соотношения фаз между E_2^\parallel и E_2^\perp во второй среде не изменится, следовательно, поляризация волны во второй среде будет той же, как и в первой, то есть эллиптической.

- Коэффициент эллиптичности во второй среде

$$K_{\varepsilon_2} = \frac{E_2^\perp}{E_2^\parallel} = \frac{E_1^\perp \cdot T_\perp}{E_1^\parallel \cdot T_\parallel} = K_{\varepsilon_1} \frac{T_\perp}{T_\parallel}$$

- то есть $K_{\varepsilon_2} = K_{\varepsilon_1} \frac{N_2 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_2}{N_1 \cos \theta_1 + N_2 \cos \theta_2}$

- Так как известно, что при полном преломлении

- $\theta_0 + \theta_2 = 90^\circ$, получим, что $\theta_2 = 90^\circ - 56,3^\circ = 25,24^\circ$.

- Далее, $\cos \theta_0 = \cos 64,76 = 0,43$; $\cos \theta_2 = \cos 25,24 = 0,9$
 , $N_1 = 1$,

- Тогда можем определить искомый коэффициент эллиптичности (при этом учтем, что коэффициент преломления второй среды): $N_2 = \sqrt{\varepsilon_{a_2} / \varepsilon_{a_1}} = \sqrt{2,25} = 1,5$

$$K_{\varepsilon_2} = 0,4 \cdot \frac{2,12 \cdot 0,43 + 0,9}{0,43 + 2,12 \cdot 0,9} = 0,31$$

- **Контрольные вопросы:**

- 1. Сформулируйте законы Снеллиуса.
- 2. Что показывают коэффициенты Френеля?
- 3. Дайте определение показателя преломления среды.
- 4. Поясните сущность эффекта полного преломления. Каковы условия проявления этого эффекта?
- 5. Поясните сущность эффекта полного внутреннего отражения. Каковы условия проявления этого эффекта?
- 6. Что такое поверхностная волна? От чего зависит фазовая скорость ее распространения?
- 7. Сформулируйте граничные условия Леонтовича-Щукина. В чем их физическая сущность и каково практическое значение?
- 8. Почему граничные условия Леонтовича-Щукина следует считать приближенными?