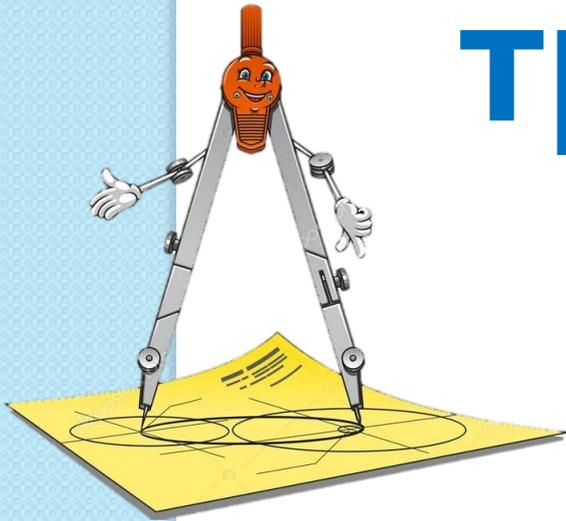
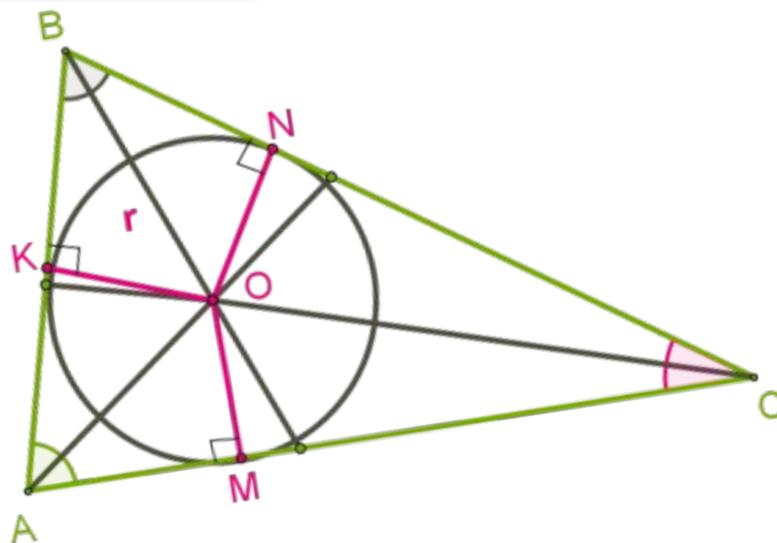


Окружность, вписанная в треугольник

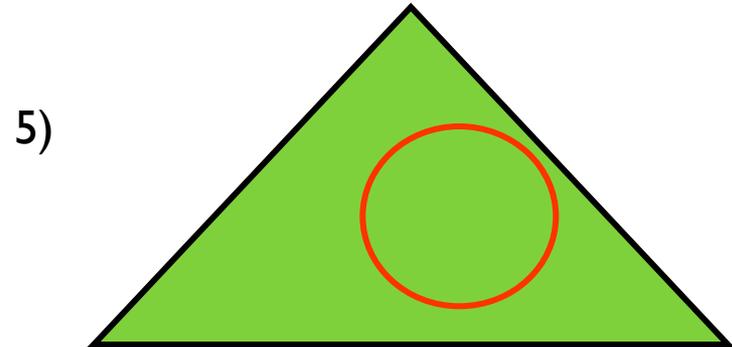
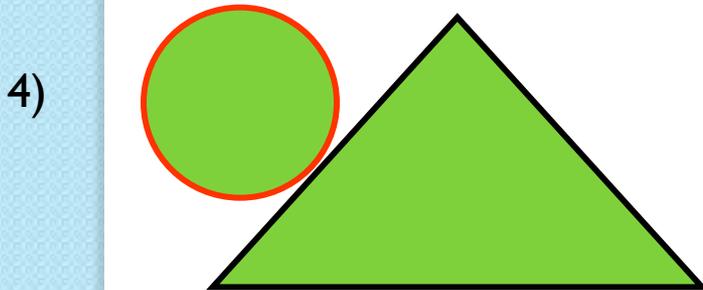
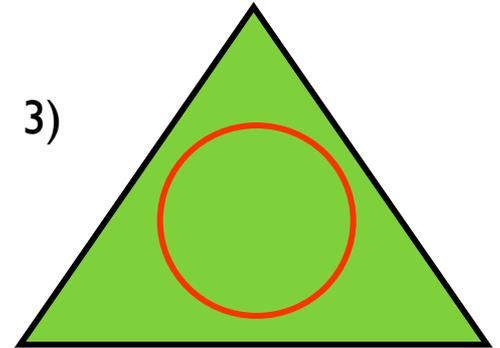
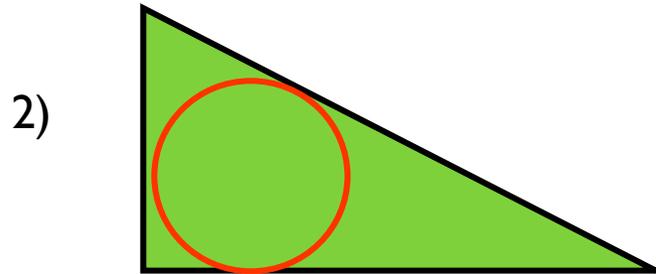
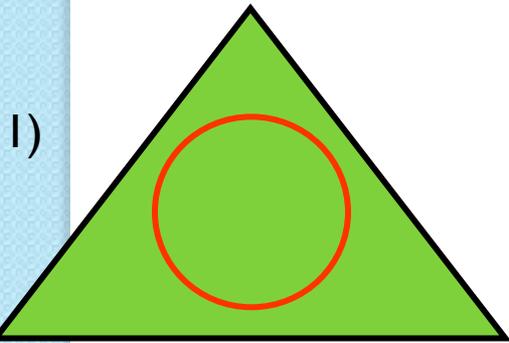


Определение



Окружность называют
вписанной в треугольник,
если все стороны треугольника касаются
окружности.

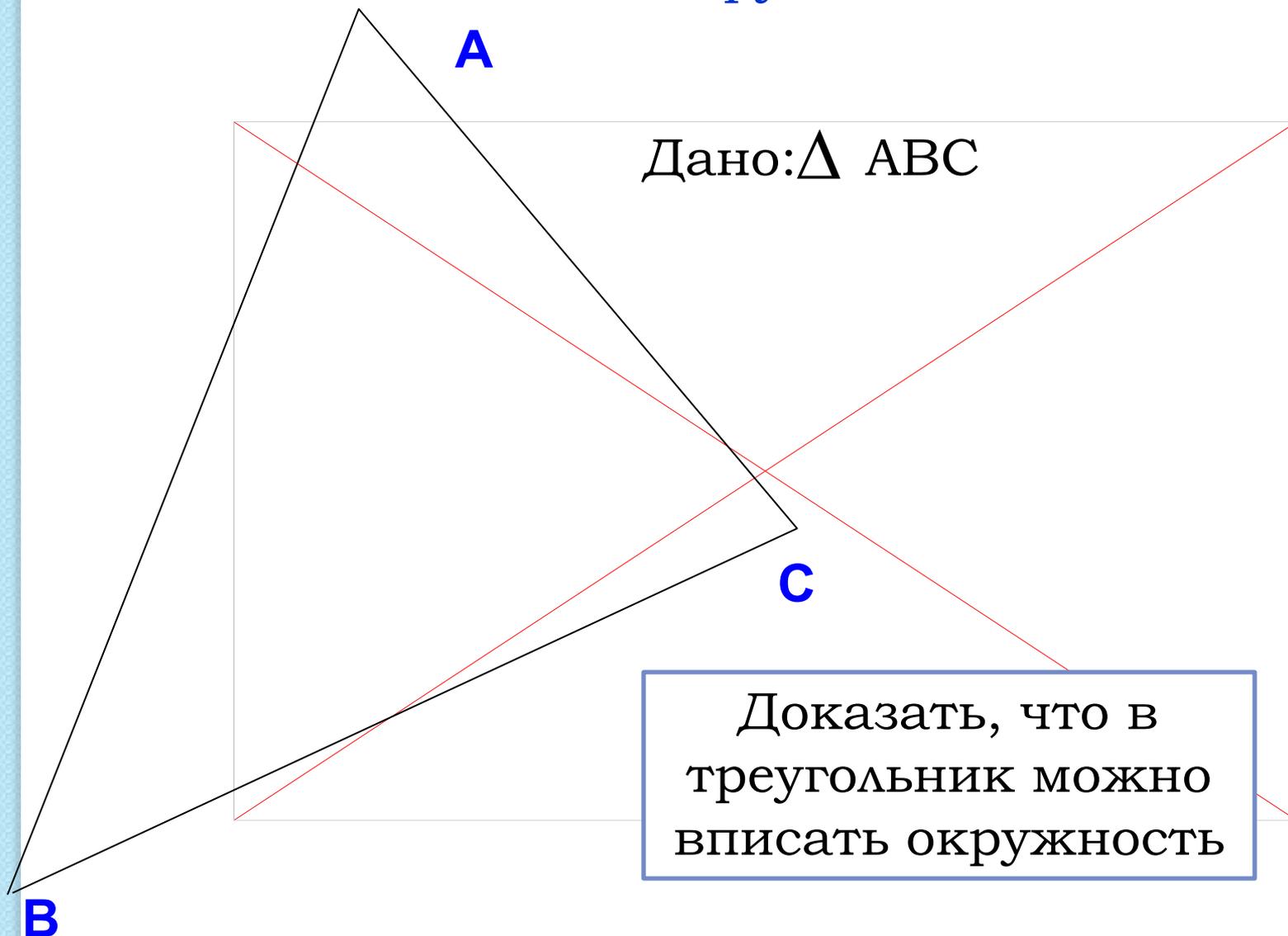
На каком рисунке окружность вписана в
треугольник:



Если окружность вписана в треугольник,
то треугольник описан около окружности.

Теорема

В любой треугольник можно
вписать окружность.



1) построим биссектрисы углов треугольника

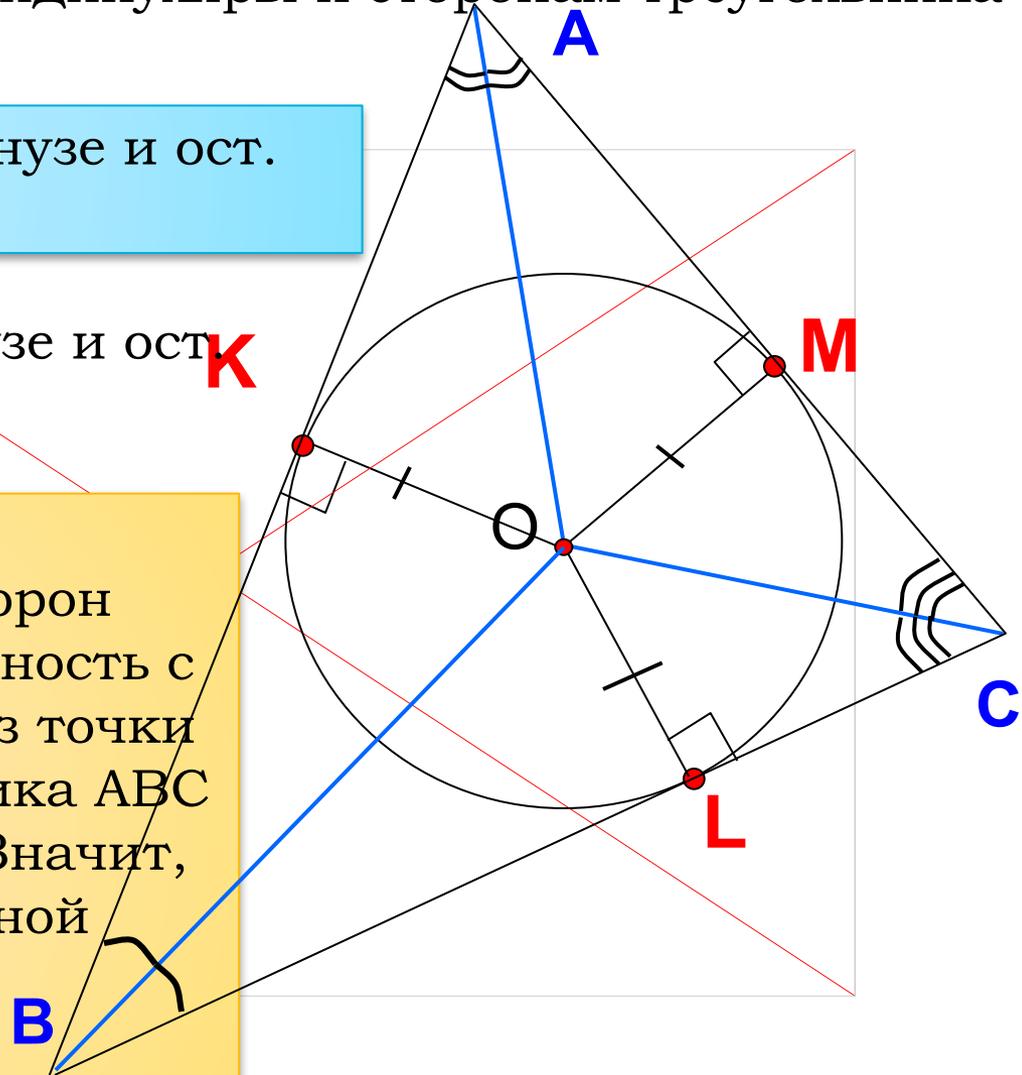
Проведем из точки O перпендикуляры к сторонам треугольника

2) $\triangle COL = \triangle COM$, по гипотенузе и ост.
углу $\Rightarrow OL = MO$

3) $\triangle MOA = \triangle KOA$, по гипотенузе и ост.
углу $\Rightarrow MO = KO$

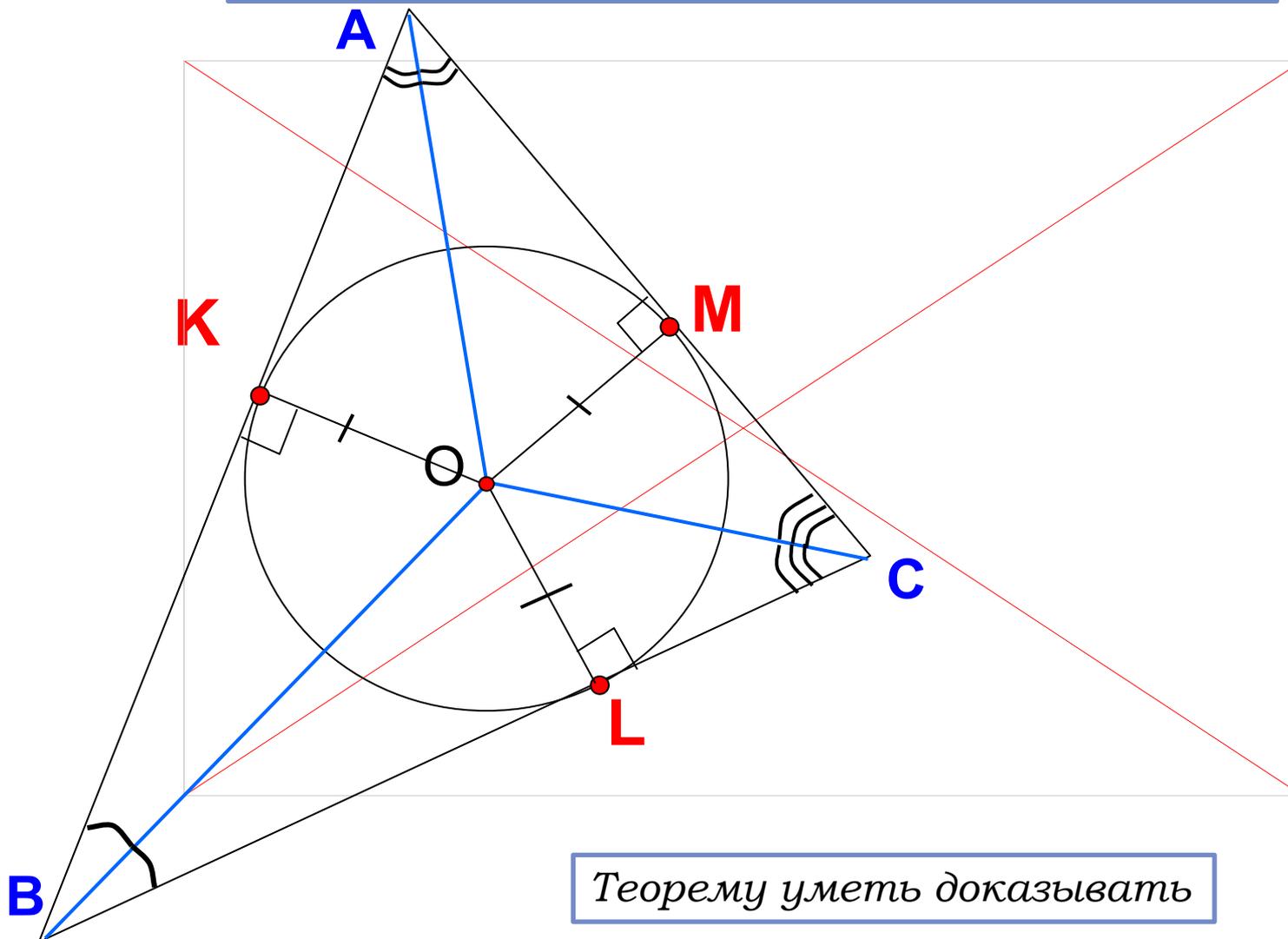
4) $LO = MO = KO$

точка O **равноудалена** от сторон
треугольника. Значит, окружность с
центром в т. O проходит через точки
 K , L и M . Стороны треугольника ABC
касаются этой окружности. Значит,
окружность является вписанной
 $\triangle ABC$.

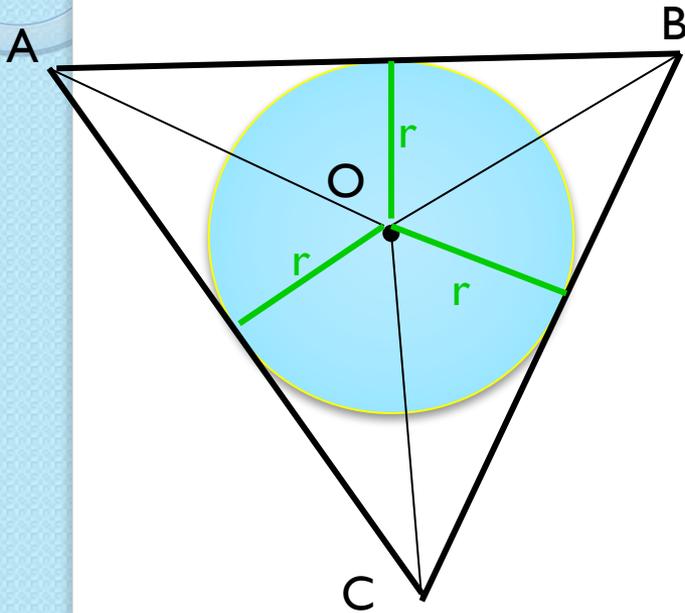


Теорема

В любой треугольник можно
вписать окружность.



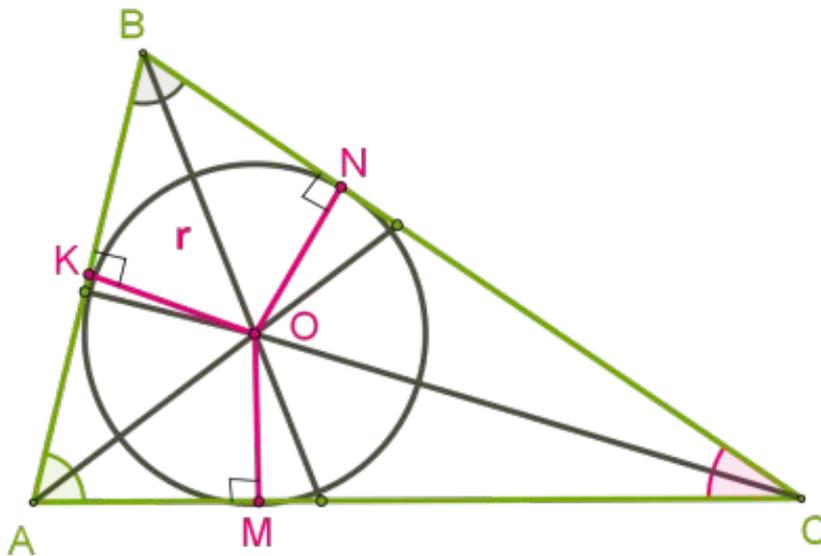
Следствие 1



Биссектрисы углов
треугольника
пересекаются в одной
точке

Дано: Окр. $(O;r)$ вписана в $\triangle ABC$.
 OB, OC, OA - биссектрисы

Следствие 2

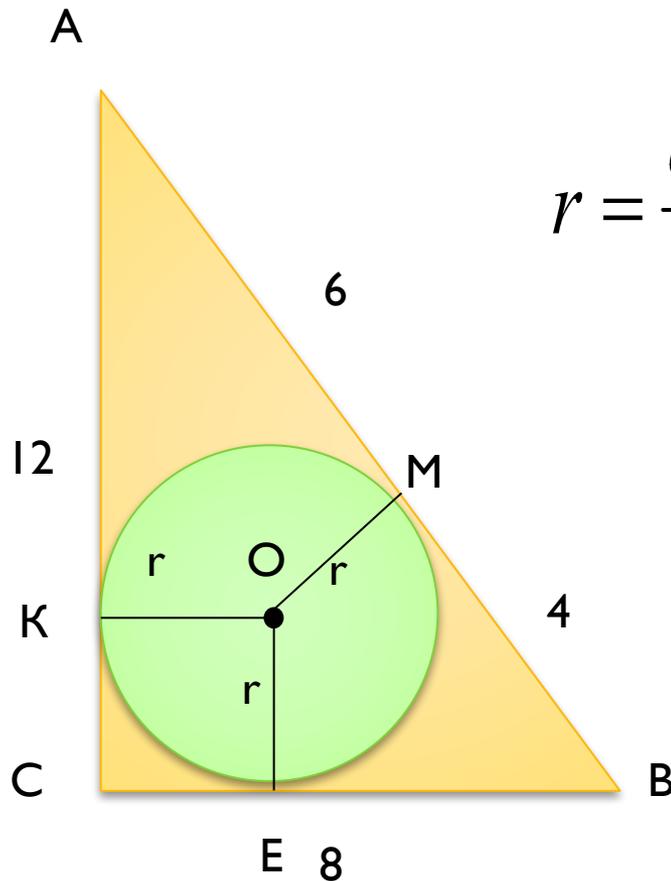


*Записать
биссектрисы
треугольника*

Центр
окружности,
вписанной в
треугольник, –
это точка
пересечения
его
биссектрис.

Выполнить № 543,551

Радиус окружности, вписанный в прямоугольный треугольник, определяется по формуле



$$r = \frac{a + b - c}{2};$$

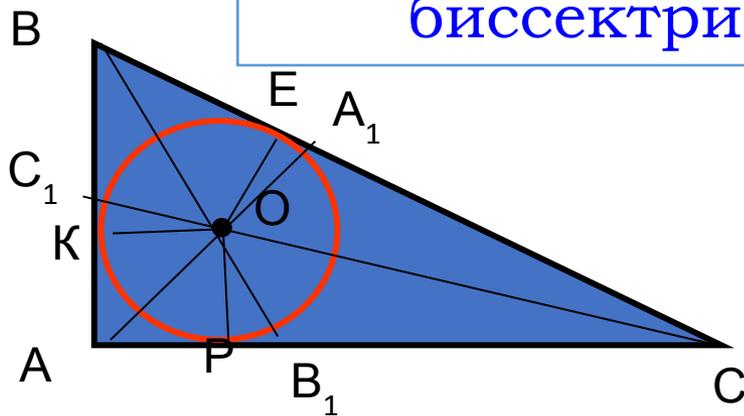
a, b - катеты,
c - гипотенуза

*Найти радиус вписанной
окружности*

Домашнее задание
§ 21; № 553, стр. 139-
знать теорему и следствия

Теорема. В треугольник можно
вписать окружность,
и притом только одну.

Её центр – точка пересечения
биссектрис треугольника.



Дано: $\triangle ABC$

Доказать: существует Окр.(O;r),
вписанная в треугольник

Доказательство:

Проведём биссектрисы треугольника: AA_1 , BB_1 , CC_1 .

По свойству (замечательная точка треугольника)

биссектрисы пересекаются в одной точке – O , и эта точка равноудалена от всех сторон треугольника, т. е. :

$OK = OE = OP$, где $OK \perp AB$, $OE \perp BC$, $OP \perp AC$, значит, O – центр окружности, а AB , BC , AC – касательные к ней.

Значит, окружность вписана в $\triangle ABC$.