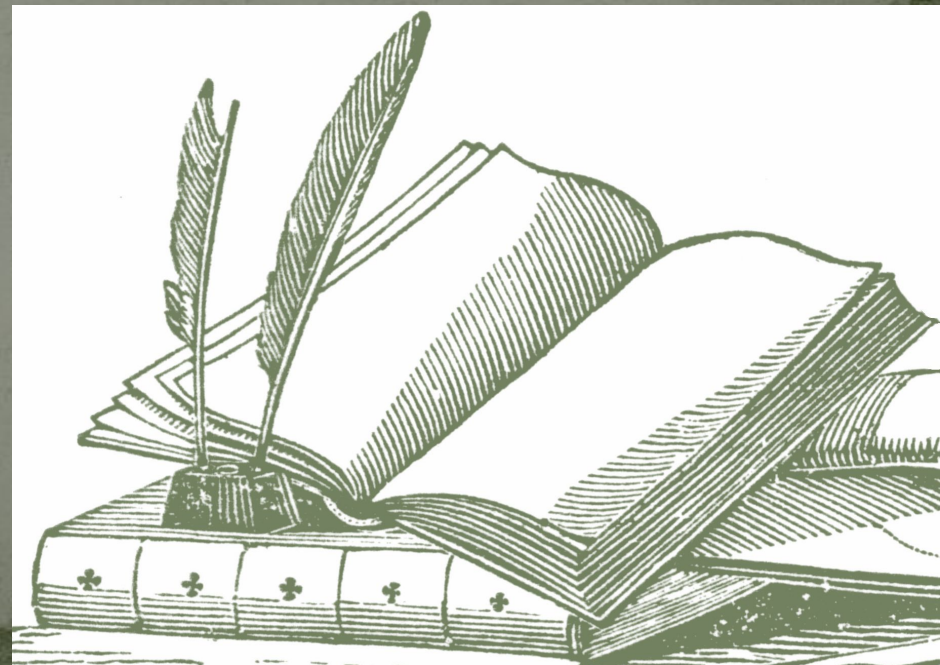
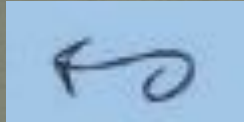


Математическая ЛОГИКА

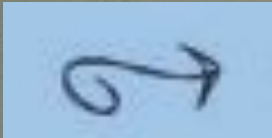
Ревягина Т.Л.



Правила пользования презентацией



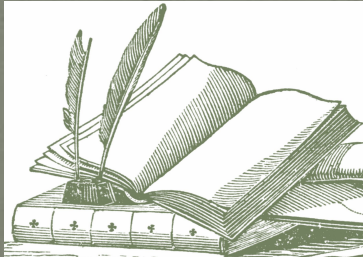
Возврат к предыдущему
слайду



Переход к
следующему слайду

Подчёркну
тое слово

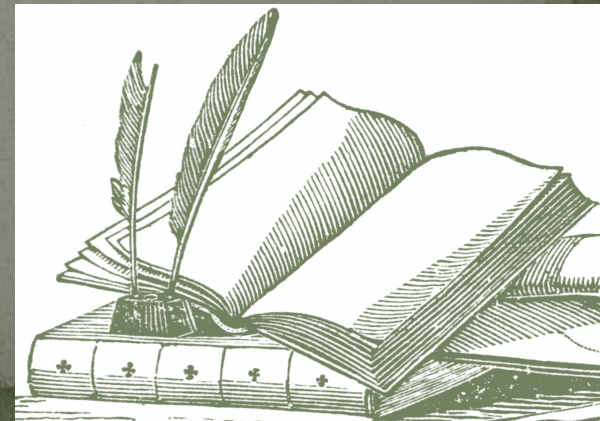
Гиперссылка



Выход в
содержание

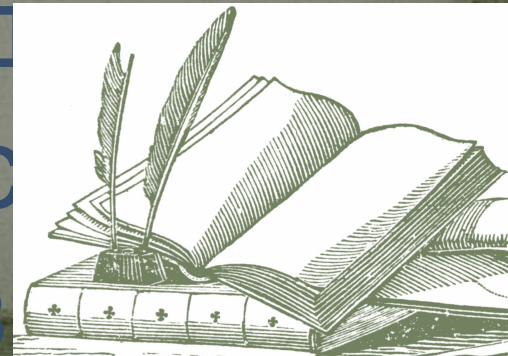
Содержание

- Предисловие
- Что такое логика?
 - История изучения
 - Высказывания
- Алгебра логики
 - Действия над высказываниями
 - Приоритет выполнения операций
 - Законы алгебры логики
- Примеры решения задач
- Предикаты



Предисловие

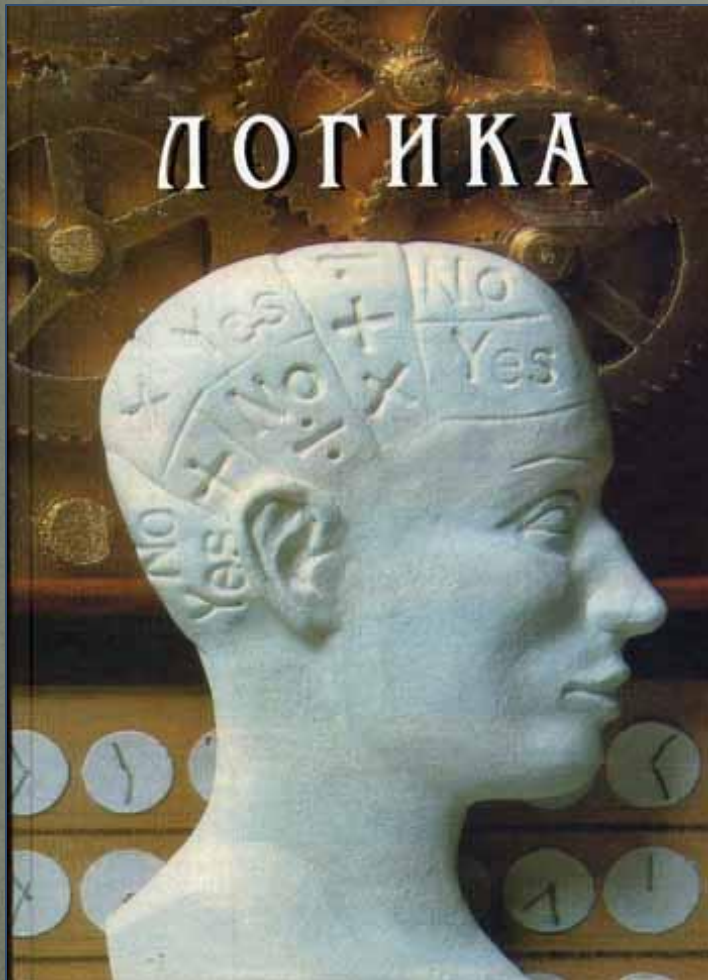
В повседневной жизни мы часто сталкиваемся с ситуациями, когда не знаем, как прийти к выводу из предпосылок и получить истинное знание о предмете размышления. Логика с одним из инструментов



5

2

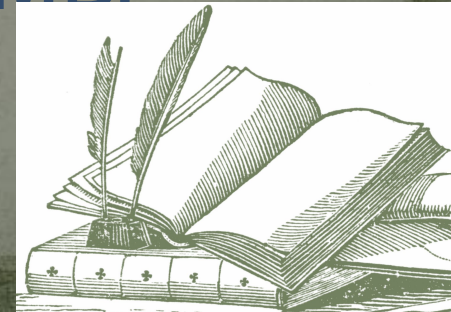
Предмет логики



ЛОГИКА

Логика

(др.-греч. «λογική» — «искусство рассуждения») — наука, изучающая законы и формы мышления.

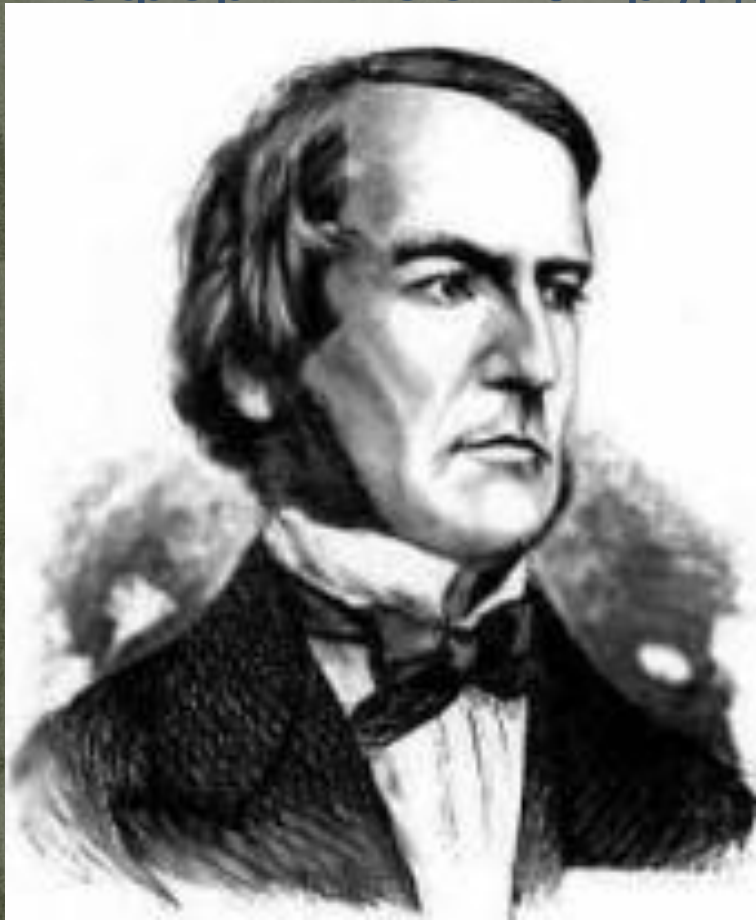


5

5

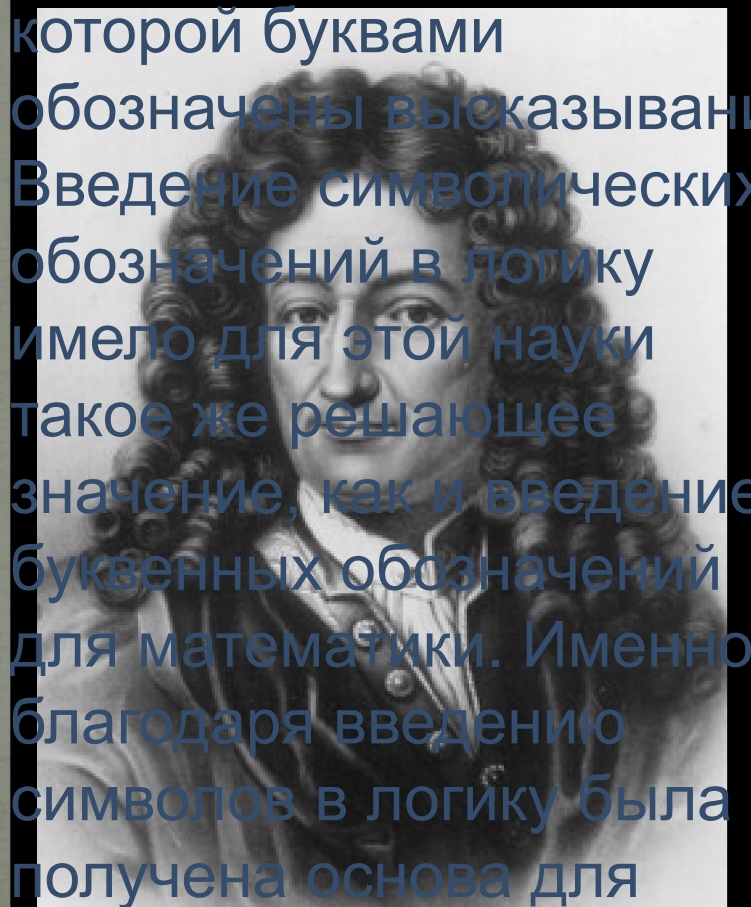
Как самостоятельная
Впервые в истории идеи
наука логика
о построении логики на
оформилась в трудах

История



ве
ра
2
м Г.
6) в

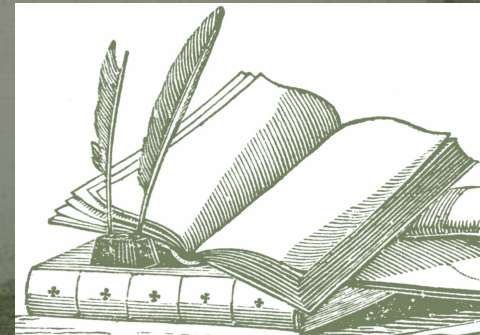
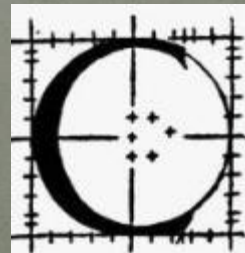
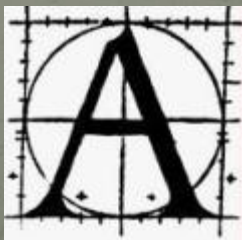
Реализация идеи
Лейбница принадлежит
английскому учёному Д.
Булю. Он создал алгебру, в
которой буквами
обозначены высказывания.
Введение символических
обозначений в логику
имело для этой науки
такое же решающее
значение, как и введение
буквенных обозначений
для математики. Именно
благодаря введению
символов в логику была
получена основа для
создания новой науки –
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ



правилам. Это позволяет
Аристотелевой
всякое рассуждение
логикой.

Высказывания

- Понятие высказывания является исходным понятием математической логики.
- Высказывание – утвердительное предложение, относительно которого можно сказать истинно оно или ложно.
- Обычно высказывания обозначаются заглавными латинскими буквами, а само предложение заключается в фигурные скобки.



Алгебра высказываний

Отрицани
е

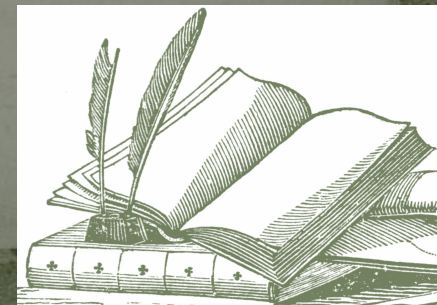
Дизъюнк
ция



Эквивал
енция

Конъюнк
ция

Имплик
ация



приоритет выполнения операций

$$A \vee (B \leftrightarrow C) \wedge \overline{A} \rightarrow$$

$$(B \vee C)$$

1. Действия в скобках

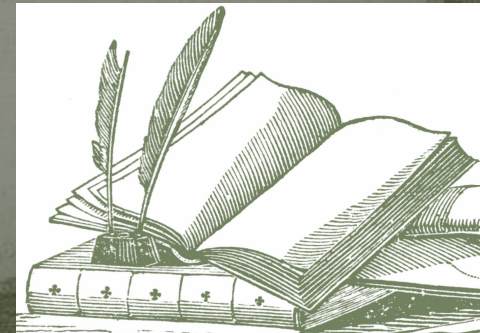
2.

3. Отрицани

4. Конъюнкц

5. Дизъюнкция,

эквиваленция



ЗАКОНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Коммутативн

ость

$$A \vee B = B \vee A$$

$$A \wedge B = B \wedge A$$

Ассоциативн

ость

$$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$$

$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$

Дистрибутивно

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

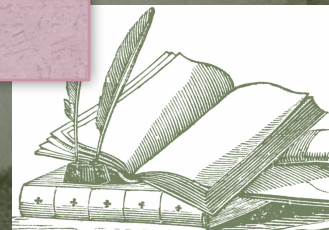
$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Законы де

Моргана

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$$



алгебры логики

1. $\overline{\overline{A}} = A$

2. $A \vee A = A$

3. $A \wedge A = A$

4. $A \vee \overline{A} = 1$

5. $A \vee (A \wedge \overline{A}) = A$

6. $A \wedge (A \vee \overline{A}) = A$

$\overline{\overline{A}} = A$

7. $0 = 1$

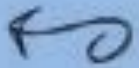
8. $A \vee 0 = A$

9. $A \wedge \overline{0} = A$

10. $A \wedge A = A$

1 – тождественно-истинное
высказывание

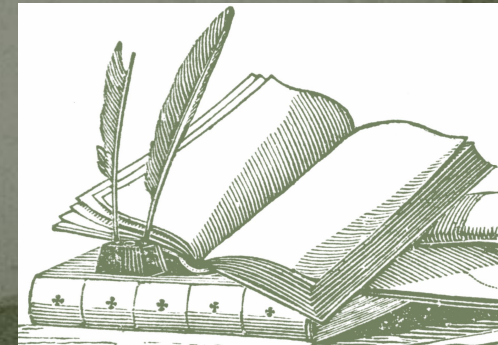
0 – тождественно-ложное



Отрицание

Отрицанием высказывания A называется такое высказывание, что \bar{A} ложно, когда A истинно и \bar{A} истинно, когда A ложно.

A	\bar{A}
1	0
0	1



5

Дизъюнкция

Дизъюнкцией высказываний А и В называется такое

A	B	$A \vee B$
и	и	и
и	л	и
л	и	и
л	л	л

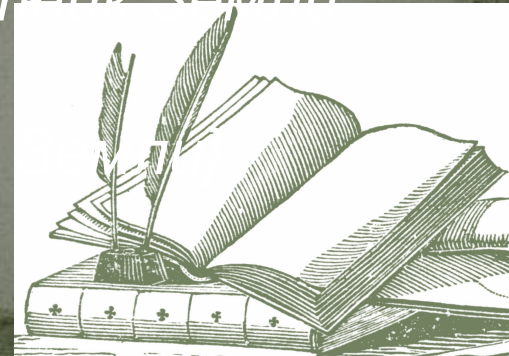


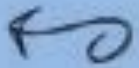
В

$A \equiv \{ \text{Луна - спутник}$

$B \equiv \{ \text{Солнце-}$

$A \vee B \equiv \{ \text{Луна - спутник Земли}$
или
 Солнце - спутник





ИМПЛИКАЦИЯ

Импликацией высказываний A и B называется такое высказывание $A \rightarrow B$, ложное лишь в том случае, когда высказывание A – истинное и B

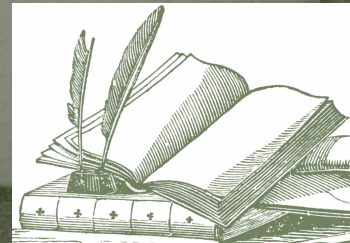
A	B	$A \rightarrow B$
и	и	и
и	л	л
л	и	и
л	л	и

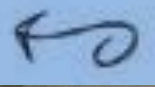


$A \equiv \{\text{Лето жаркое}\},$

$B \equiv \{\text{Зима будет холодной}\}$

$A \rightarrow B \equiv \{\text{Если лето жаркое, то зима будет холодной.}\}$





КОНЪЮНКЦИЯ

Конъюнкцией высказываний А и В называется такое высказывание $A \wedge B$, истинное лишь в том случае, если оба высказывания истинны

A	B	$A \wedge B$
и	и	и
и	л	л
л	и	л
л	л	л



$A \equiv \{ \text{Наталья учится в } 11 \text{ а классе} \}$

$B \equiv \{ \text{Людмила учится в } 11 \text{ а классе} \}$

$A \wedge B \equiv$
 {Наталья и Людмила
 учатся вместе
 в 11 а классе}



ЭКВИВАЛЕНЦИЯ

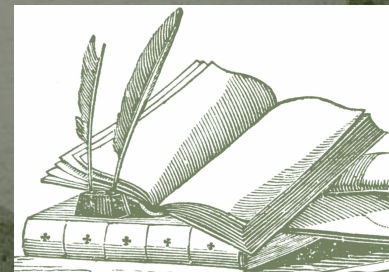
Эквиваленцией высказываний A и B называется такое высказывание $A \leftrightarrow B$, истинное когда A и B – оба истинные или оба ложные.

\leftrightarrow

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

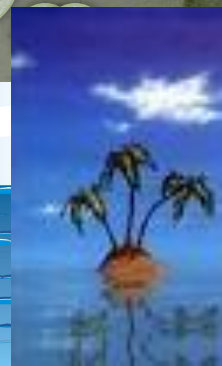
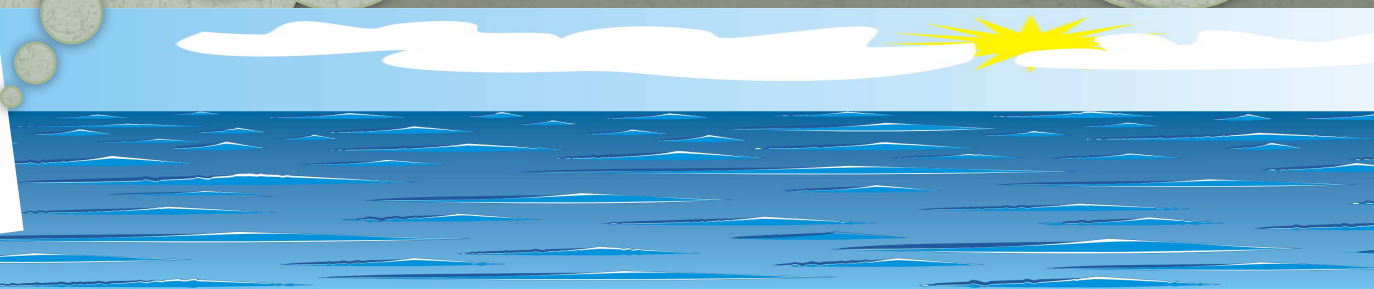
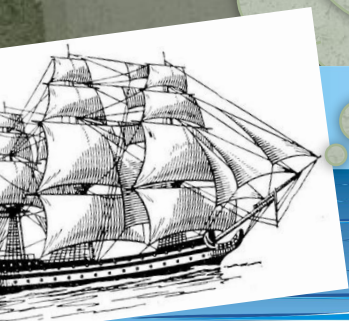
$A = \{\text{убийство раскрыто, свидетели}\}$
 $B = \{\text{свидетели}\}$

Для того чтобы раскрыть убийство необходимо и достаточно найти свидетелей.



Вы готовы
?

Так точно,
капитан!



Согласно инструкции я должен находиться на судне всегда, за исключением случаев, когда с судна выгружают груз, если же груз не выгружают, то рулевой никогда не отсутствует, если не отсутствует и я. В каких случаях рулевой обязан



проверим

Пусть $A \equiv \{\text{Капитан присутствует на судне}\}$,
 $B \equiv \{\text{С судна выгружают груз}\}$,
 $C \equiv \{\text{Рулевой присутствует на судне}\}$,



тогда

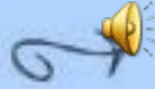
$(B \rightarrow A)$ и $(B \rightarrow (A \rightarrow C))$ – истинные высказывания.

Конъюнкция истинных высказываний истинна, т.е.

$$\begin{aligned} (B \rightarrow A) \wedge (B \rightarrow (A \rightarrow C)) &= (B \vee A)(B \rightarrow (A \vee C)) = \\ &= (B \vee A)(B \vee (A \vee C)) = B \vee A(A \vee C) = B \vee A \\ &\vee AC = B \rightarrow AC. \end{aligned}$$

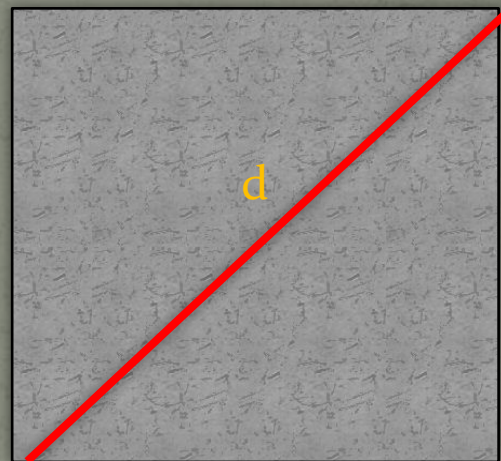


↻ зависящее от

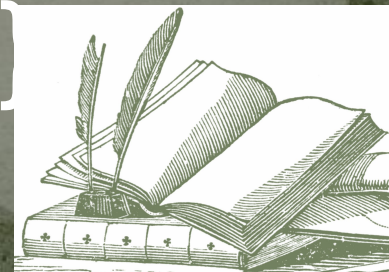


Предикаты

переменной,
заданной на
определенном
множестве и
обращающееся в
верное
высказывание при
конкретном
значении
переменной,
называется
неопределенным



$$A(x) \equiv \{d=x+34\}$$

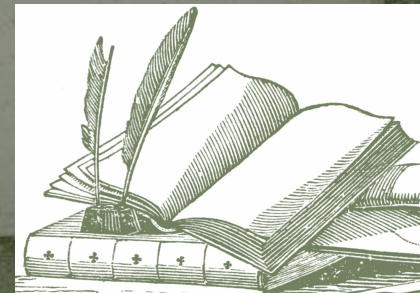


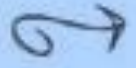
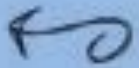
МНОЖЕСТВОМ
ИСТИННОСТИ
предиката $P(x)$,
заданного на
множестве M ,
называют
множество таких
значений x , при
которых
высказывание P
(x) ИСТИННО.

$A \equiv \{\text{Город } X \text{ находится в}\}$
 $\text{Российской Федерации}\}$



■ -города Российской
Федерации.





ПРЕДИКАТЫ

Для предикатов характерны те же действия, что и для высказываний, а именно:

Конъюнкция

Дизъюнкция

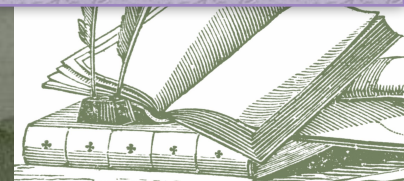
Импликация

Эквиваленция и

К примеру, система уравнений есть конъюнкция предикатов:

{	$x-1=5;$	$P1(x)=x-1=5;$
	$x^2=36;$	$P2(x)=x^2=36;$
	$x=6;$	$P1(x) \wedge P2(x)=6;$
	$x=-6;$	$(x-1=5) \wedge (x^2=36);$
	$x=6;$	$(x=6) \wedge ((x=-6) \vee (x=6));$
	$x=6$	$x=6$

Ответ: {6}



Кванторы

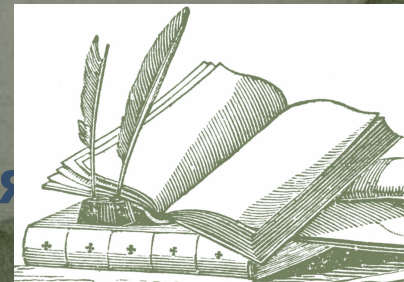
Одним из способов получения высказываний из предикатов является навешивание кванторов. Для этого перед предикатом пишут кванторы – слова, описывающие его множество истинности.

∀

Квантор
всеобщно
сти

∃

Квантор
существования



« ∃ »

Квантор существования — это символ, обозначающий единственное существование и



«существует» или

Из предиката {Студент
для некоторого}

по математике на 100

баллов } получают
{Найдется такой студент в
высказывание:
15-й группе, который сдаст
тест по математике на 100
баллов}



Квантор всеобщности

« \forall »

Квантор всеобщности — это символ, обозначающий всеобщность и читается как «для любого» или «для всех».

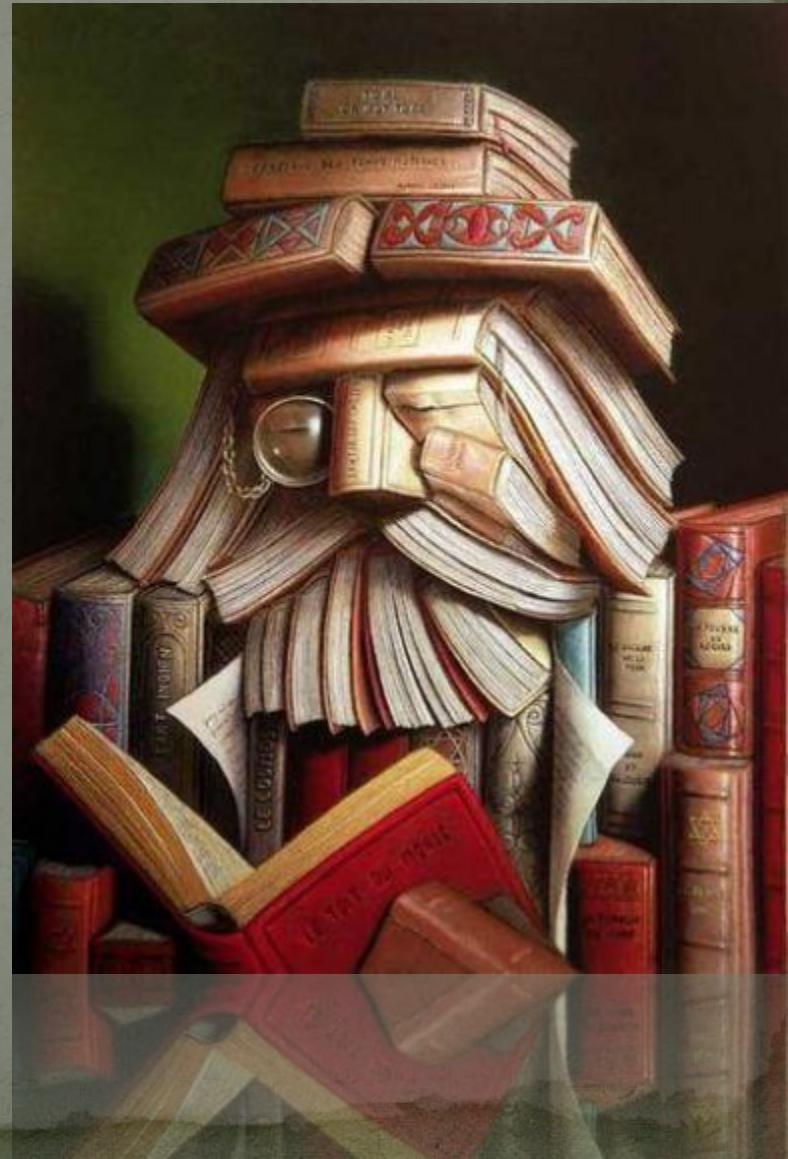
Из предиката {Студент 15-й группы сдал тест по математике на 100 баллов

} получают
высказывание:
{Все студенты 15-й группы сдали тест по математике на 100



Заключение

Таким образом, мы познакомились с основными понятиями алгебры логики, научились выполнять операции с высказываниями, определенными и неопределёнными. Надеемся, эта презентация поможет



Использованная литература

- Шабунин М.И. *Математика.*
- *Алгебра. Начала анализа.*

<http://ru.wikipedia.org>

