

Методическая разработка урока геометрии
в 11 классе по теме
«Уравнение плоскости»
(профильный уровень)
урок №2.

Автор разработки:
Малинская Елена Геннадьевна
учитель математики
МАОУ гимназии № 40 имени Ю. А. Гагарина
г. Калининград, 2015 г.

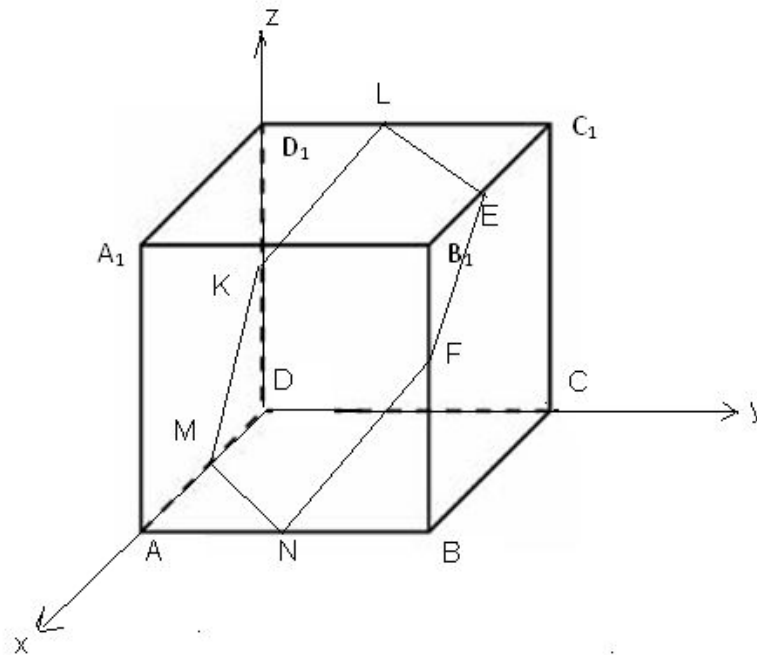


Цели:

- *Повторить понятия общего уравнения плоскости, матрицы и определителя.*
- *Изучить новые способы нахождения определителя квадратных матриц третьего порядка.*
- *Закрепить умение записывать уравнение плоскости, проходящей через три различные точки.*

Опрос по домашней работе

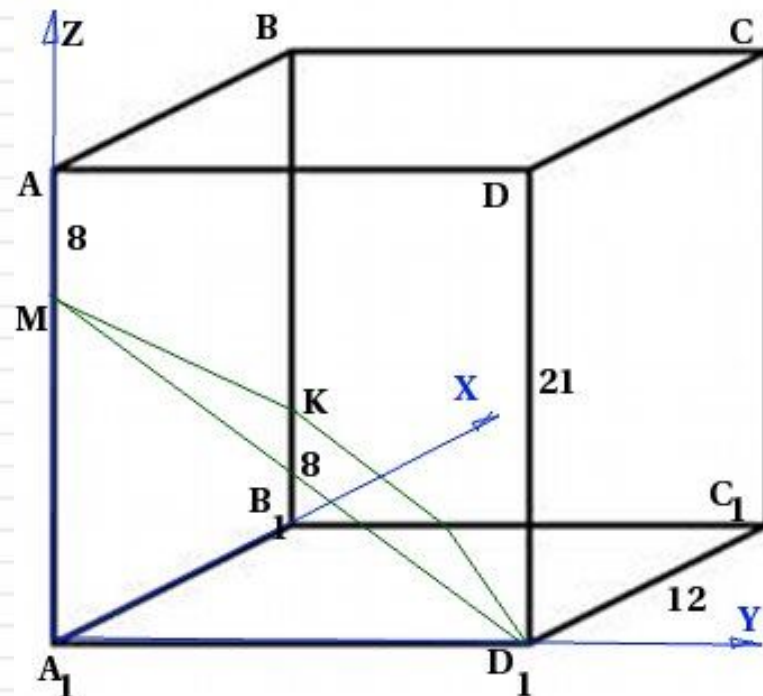
- В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на серединах ребер AB , BB_1 , $B_1 C_1$, $C_1 D_1$, $D_1 D$, DA взяли точки.
- Найдите
- б) Составить уравнения плоскостей $A_1 B D$ и $K M N$



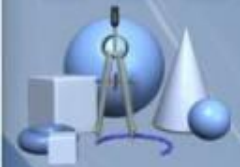
Ответ: $-x+y+z=0$ ($A_1 B D$)
 $-0,25x+0,25y-0,25z=0$ ($K M N$)

Опрос по домашней работе

- В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со стороной основания 12 и высотой 21 на ребре AA_1 взята точка M так, $AM = 8$, на ребре BB_1 взята точка K так, что $B_1 K = 8$.
- Написать уравнение плоскости $D_1 M K$.



Ответ: $5x + 13y + 12z - 156 = 0$



Проверка

$$M(0, 0, 13)$$

$$K(12, 0, 8)$$

$$D_1(0, 12, 0)$$

$$\begin{cases} 0 \times A + 0 \times B + 13C + 1 = 0 \\ 12A + 0 \times B + 8C + 1 = 0 \\ 0 \times A + 12B + 0 \times C + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13C + 1 = 0 \\ 12A + 8C + 1 = 0 \\ 12B + 1 = 0 \end{cases}$$

$$C = -\frac{1}{13}$$

$$B = -\frac{1}{12}$$

$$A = \frac{-5}{12 \times 13}$$

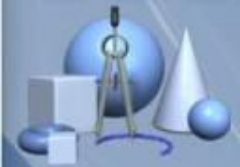
$$\frac{-5}{12 \times 13} x - \frac{1}{12} y - \frac{1}{13} z + 1 = 0$$

Ответ: $5x + 13y + 12z - 156 = 0$



Фронтальный опрос

- 1. Записать на доске общее уравнение плоскости;*
- 2. Записать систему уравнений для нахождения уравнения плоскости, проходящей через точки $M(x_1, y_1, z_1)$, $N(x_2, y_2, z_2)$, $K(x_3, y_3, z_3)$;*
- 3. Записать матрицу для нахождения уравнения плоскости, проходящей через точки $M(x_1, y_1, z_1)$, $N(x_2, y_2, z_2)$, $K(x_3, y_3, z_3)$;*
- 4. Записать формулу, для нахождения определителя матрицы второго порядка;*
- 5. Рассказать правило треугольника, для вычисления определителя матрицы третьего порядка.*



Миноры

Понижение порядка определителя

Решить определитель третьего порядка можно еще раскрыв его *по любой строке или по любому столбцу*, т. о. он сводится к решению трех маленьких определителей, или как их еще называют, ***миноров***.

Алгоритм:

Определитель матрицы равен сумме произведений элементов строки (столбца) на соответствующие алгебраические дополнения.

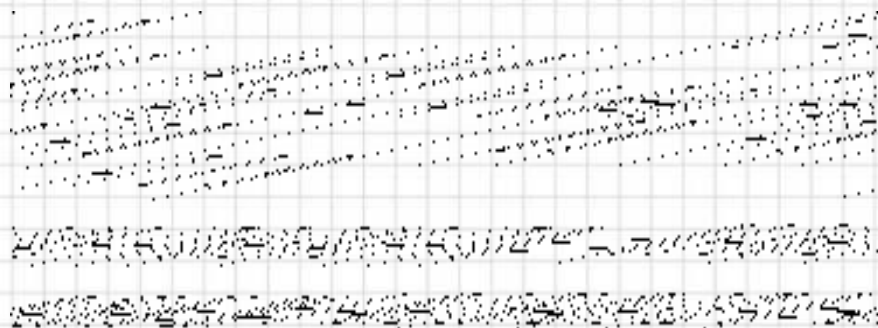
Рекомендации:

Преимущества имеет строка или столбец, содержащие **0** и **1**



Раскроем определитель по первой строке

Матрица знаков



КАК получить?

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix}$$

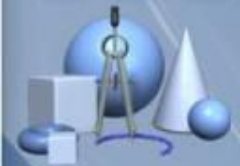
$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -7 & 8 \end{vmatrix}$$

Остальные действия не представляют трудностей, поскольку определители «два на два» мы считать уже умеем. **НЕ ПУТАЕМСЯ В ЗНАКАХ!**



Задача №1.

Даны координаты вершин тетраэдра:

$A(1; 1; 1)$, $B(0; 2; 5)$, $C(3; -1; 4)$, $D(4; 2; 1)$.

Вывести уравнение плоскости BCD способом миноров.

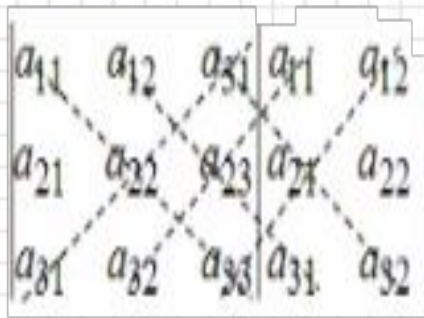
$$\begin{vmatrix} x-0 & y-2 & z-5 \\ 3-0 & -1-2 & 4-5 \\ 4-0 & 2-2 & 1-5 \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} x & y-2 & z-5 \\ 3 & -3 & -1 \\ 4 & 0 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

$$x \cdot \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} - (y-2) \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -4 \end{vmatrix} + (z-5) \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$12x + 8(y-2) + 12(z-5) = 0 \quad 3x + 2y + 3z - 19 = 0$$



Правило Саррюса



$$\begin{aligned} &= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ &- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \end{aligned}$$

Справа от определителя дописывают первых два столбца и произведения элементов на главной диагонали и на диагоналях, ей параллельных, берут со знаком "плюс"; а произведения элементов побочной диагонали и диагоналей, ей параллельных, со знаком "минус":



Задача №2.

*Вычислить определитель
с помощью правила Саррюса.*

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}$$

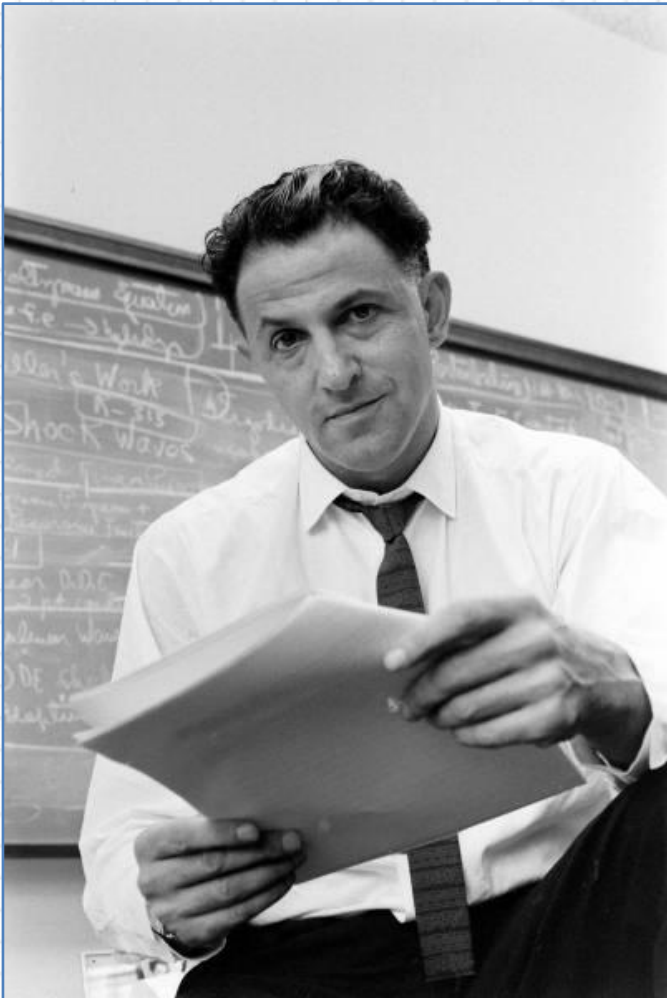
Решение.

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 \cdot 1 +$$

$$+ (-1) \cdot 4 \cdot (-2) - (-1) \cdot 1 \cdot 1 - 3 \cdot 3 \cdot (-2) - 3 \cdot 4 \cdot (-2) = 54$$



Страницы истории

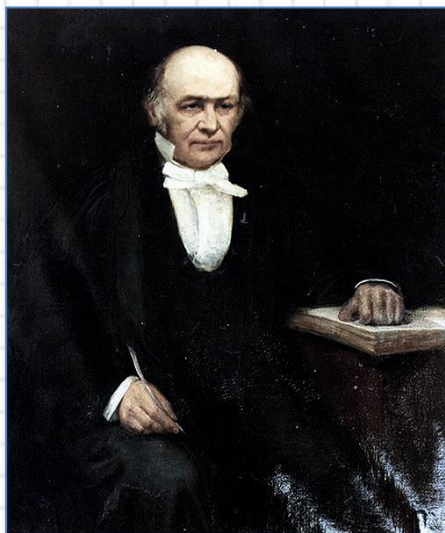


Завершая первоначальное знакомство с матрицами, нельзя не сказать о той роли, которую играет алгебра матриц.

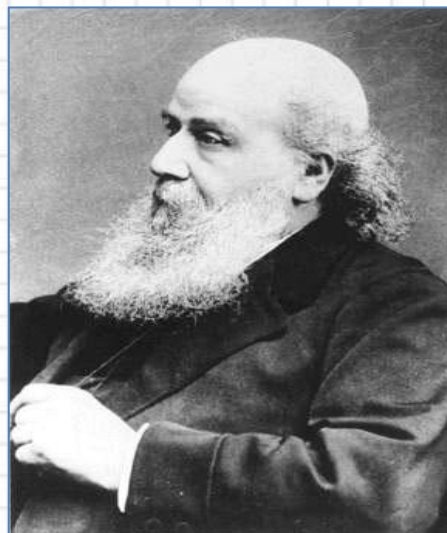
Американский математик Ричард Беллман называл теорию матриц **«арифметикой высшей математики»**. Это сравнительно «молодой» раздел математики.

Страницы истории

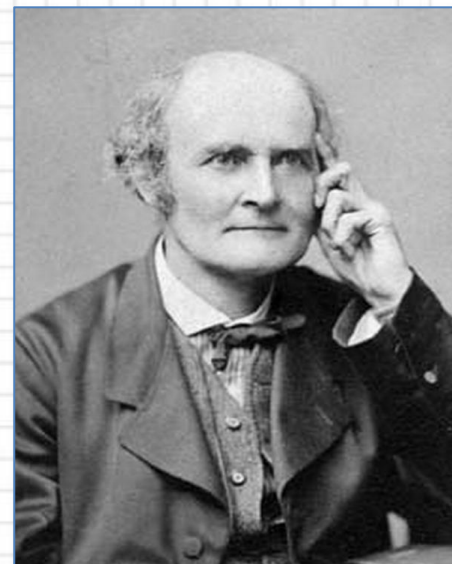
Уильям Гамильтон
(1805-1865)



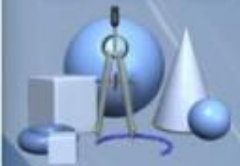
Джеймс Сильвестр
(1814-1897)



Артур Кэли
(1821-1895)



Упоминание о матрицах впервые встречается в середине XIX века в работах ирландского астронома и математика У. Гамильтона и у английских математиков Дж. Сильвестра и А. Кэли.



Страницы истории

**Карл Вейерштрасс
(1815-1897)**



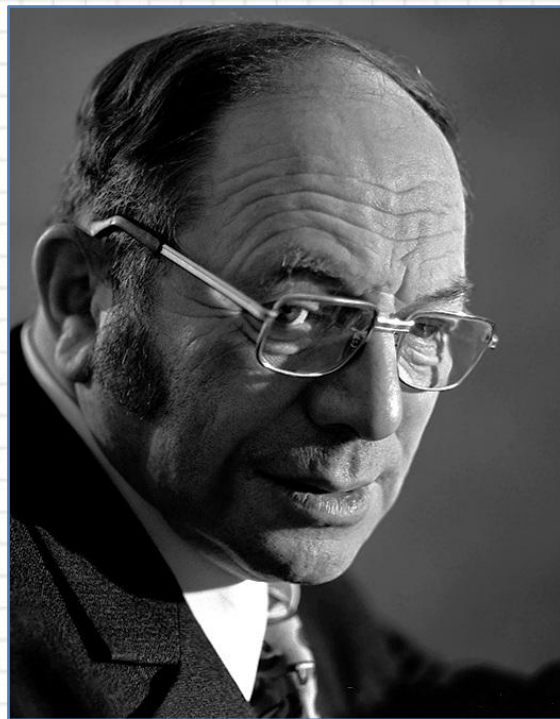
Основы теории матриц были заложены во второй половине XIX века немецкими математиками К. Вейерштрассом и Фробениусом

**Фердинанд Георг
Фробениус (1849 – 1917)**





Канторович Леонид Витальевич



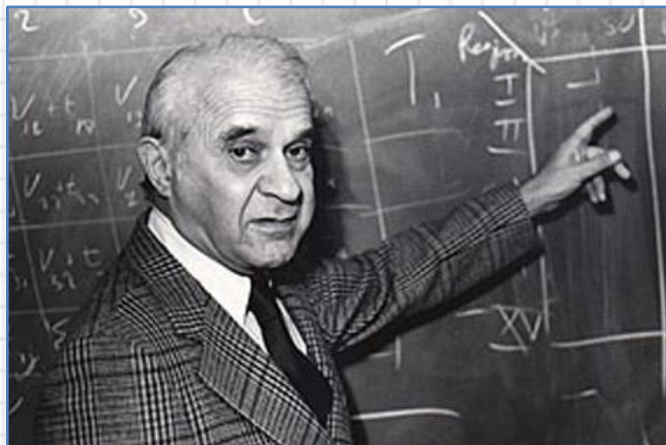
Теория матриц продолжает развиваться до сих пор. Этому способствуют многочисленные и разнообразные *приложения матриц*.

Особенно широкое применение получили методы линейной алгебры и теории матриц при математическом моделировании экономических процессов.

В 40-х годах возникли методы, позволяющие решать экстремальные задачи экономики. Один из таких разделов математики называется *линейным программированием*. Большую роль в развитии методов линейного программирования сыграли работы советского академика Л.В. Канторовича. За эти работы он был удостоен Нобелевской премии по экономике в 1975 г.

19.01.1912 г. – 7.04.1986 г.

Василий Васильевич Леонтьев



Основной задачей при математическом моделировании экономических процессов является задача создания модели межотраслевого баланса. Модель эта называется моделью Леонтьева (по имени ее создателя) и активно используется для управления народным хозяйством.

(5.08.1906- 5.02. 1999)
Американский экономист
русского
происхождения
Нобелевская премия по
экономике

Составление и исследование системы является сложной и трудоемкой задачей потому, что для хорошего описания сложной экономической системы приходится иметь дело с матрицами очень большой размерности (американская экономика в настоящее время использует матрицу A размером 450×450).



Домашнее задание

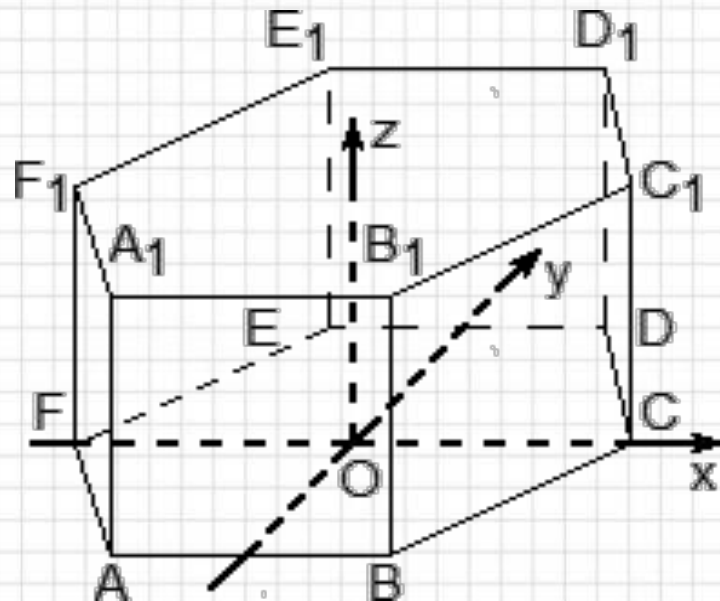
- *Повторить координаты основных пространственных фигур*
- *Выучить теоретический материал по данной теме*
- *Решить задачи № 2(б) и 4(б)
(приложение № 1)*
- *Создать в программе « Microsoft Publisher» буклет- справочник по данной теме
(необязательное задание)*



Домашнее задание (дополнительно)

Дано: В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ сторона основания равна 4, и диагональ боковой грани равна 5.

Написать уравнение плоскости $A_1 B_1 E$ и плоскости основания призмы.



Ответ:



Самостоятельная работа

А. Вычислить определитель второго порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}.$$

Б. Вычислить определитель третьего порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

В. Решить уравнение:

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0; \quad 2) \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$