

# Сетевые модели с вероятностной оценкой продолжительности работ

1. Необходимость использования вероятностных оценок продолжительности работ в СПУ
2. Детерминированные и вероятностные сетевые модели. Основные термины и определения
3. Методика PERT.
4. Оценка продолжительности работ.
5. Оценка продолжительности проекта.

# Необходимость вероятностных оценок в СПУ

**Детерминированные** сетевые модели — сетевые модели, события которых не имеют вероятностной характеристики, т.е. обязательно свершаются и свершаются в установленной последовательности, хотя продолжительность работ может иметь вероятностную оценку.

Вместе с тем встречаются проекты, в которых тот или иной комплекс последующих работ зависит от не известного заранее результата.

Например, может быть предусмотрено несколько вариантов продолжения исследования в зависимости от полученных опытным путем данных или несколько вариантов строительства предприятий различной мощности по обработке сырья в зависимости от результатов разведки запасов этого сырья. Такого рода сетевые модели называются **стохастическими**.

# Стохастические и детерминированные модели СПУ

Стохастические сети, так же как и детерминированные, могут характеризоваться детерминированными либо случайными продолжительностями работ.

Конечно, и при построении сетевых моделей с вероятностной оценкой продолжительности работ и при построении стохастических сетевых моделей мы имеем дело с одним и тем же явлением — с неопределенностью.

Таким образом, стохастические модели отличаются от детерминированных **по структуре**, а не по вероятности или детерминированности продолжительностей работ.

# Основы метода PERT

При расчете параметров сетевых моделей в условиях вероятностной оценки продолжительности работ и проекта в целом использовать математический аппарат ТВ и МС.

При расчете сетевых моделей методом PERT продолжительность работ является случайной величиной, подчиняющейся собственному закону распределения, а значит, обладающей собственными числовыми характеристиками. Такими характеристиками являются **средняя продолжительность**

**работы  $t_{ср}$  и дисперсия оценки продолжительности работы ( $\sigma^2$ ), дисперсия работы.**

# Основы метода PERT

Значения  $t_{cp}$  и  $(\sigma^2)$  рассчитываются при допущении, что распределение продолжительностей работ обладает тремя свойствами:

- непрерывностью;
- унимодальностью (наличием единственного максимума у кривой распределения);
- конечностью и неотрицательностью диапазона возможных значений продолжительности (кривая распределения имеет две точки пересечения  $t_{cp}$  с осью **O-X**, абсциссы которых неотрицательны).

# Основы метода PERT

Исходными данными для расчетов служат экспертные оценки продолжительностей работ:

- оптимистическая оценка  $t_{ij}^o$ , т.е. оценка продолжительности работы  $i-j$  при благоприятных условиях;
- пессимистическая оценка  $t_{ij}^п$ , т.е. оценка продолжительности работы  $i-j$  при неблагоприятных условиях;
- наиболее вероятная оценка  $t_{ij}^{cp}$ , т.е. оценка продолжительности работы  $i-j$  при нормальных условиях.

Определение времени выполнения работ в сетевом графике.

( $t_{ож}$  или  $t_{ср}$ ):

**1) метод двух оценок:**

$$t_{ож} = (3t_{min} + 2t_{max}) / 5,$$

$$\sigma^2 = 0,04(t_{max} - t_{min})^2;$$

**2) метод трёх оценок:**

$$t_{ож} = (t_{min} + 4t_{н.в} + t_{max}) / 6,$$

$$\sigma^2 = [(t_{max} - t_{min})/6]^2.$$

# Оценка продолжительности работ

Средняя продолжительность работы представляет собой наиболее вероятную продолжительность работы.

Дисперсия является мерой диапазона возможных значений продолжительности, или мерой разброса оценок.

Если дисперсия велика, это означает, что и неопределенность продолжительности выполнения работ велика. (Иными словами, различные значения продолжительности имеют почти равную вероятность.)

Если дисперсия мала, это означает, что неопределенность продолжительности выполнения работы мала, т.е. время выполнения работы определено более или менее точно.

# Оценка продолжительности работ

Работа, не лежащая на критическом пути, но обладающая большей дисперсией, чем критическая работа, может превратиться в критическую работу и существенно изменить весь сетевой график проекта. Определить  $t^{cp}$  и  $\sigma^2$

$\sigma^2$	Оценка	Работа	
		a	b
	Оптимистическая	4	5
	Наиболее вероятная	6	6
	Пессимистическая	8'	7

# Оценка продолжительности работ

Дисперсия работы **b** в четыре раза меньше дисперсии работы **a**. Это означает, что вероятность завершения работы **b** в 6 дней в четыре раза выше, чем вероятность завершения в этот же срок работы **a**.

Вероятностные характеристики продолжительности отдельных работ используются для определения параметров всего проекта в целом.

Когда средняя продолжительность каждой работы определена, продолжительность (и прочие показатели) проекта рассчитывается с помощью уже известных алгоритмов, только при этом в качестве продолжительности работ используется **средняя продолжительность**.

# Оценка продолжительности проекта

При этом необходимо понимать, что по своей сути все эти параметры будут являться средними значениями соответствующих случайных величин.

Обобщенной вероятностной оценкой продолжительности всего проекта является средняя длина критического пути сетевого графика, которая вычисляется как сумма всех средних продолжительностей работ, лежащих на критическом пути:

$$L^{CP} = \sum t^{cp}$$

# Оценка продолжительности проекта

Ожидаемая продолжительность выполнения проекта (средняя продолжительность критического пути сетевого графика проекта) может оказаться неприемлемой.

Тогда вместо нее выбирается директивная продолжительность  $L^{ДР}$  и возникает необходимость оценить вероятность того, что проект завершится не позднее директивно установленного срока:  $L^{ДР}$

# Оценка вероятности завершения проекта

Для решения этой задачи необходимо:

- определить среднее квадратическое (стандартное) отклонение длины критического пути

$$\sigma_{\text{Лкр}} = \sqrt{\sum \sigma_{\text{кр}}^2}.$$

- рассчитать аргумент функции Лапласа (интеграла вероятностей) Z:

$$Z = (T_{\text{дир}} - T_{\text{ср}}) / \sigma_{\text{Лкр}}$$

- найти значение функции Лапласа  $\Phi(Z)$  (по таблицам стандартного нормального распределения (таблицам значения интеграла вероятностей));
- вычислить вероятность соблюдения директивных сроков выполнения проекта:

$$P(T_{\text{кр}} \leq T_{\text{дир}})$$