

лекция 7

**МАГНИТНОЕ ПОЛЕ
В ВАКУУМЕ**

определ

ение

Магнитным полем

называется одна

из форм материи, которая

проявля-

ется в силовом воздействии

на

двигающиеся электрические

заряды.



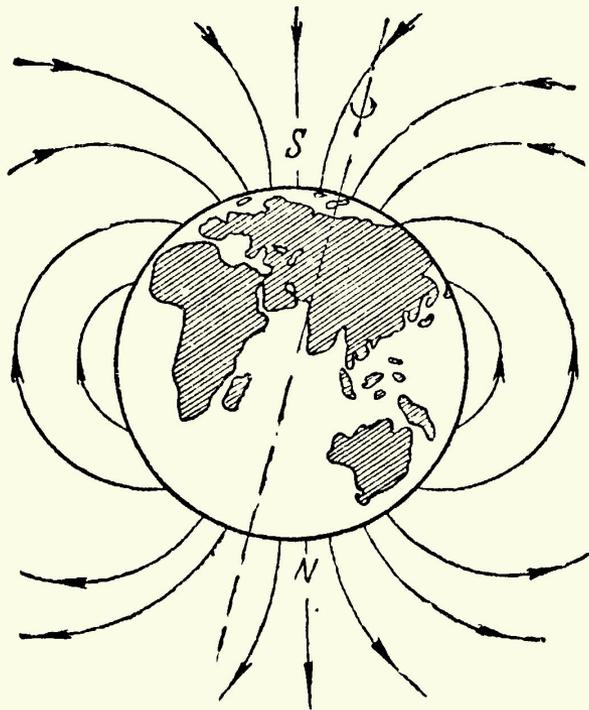
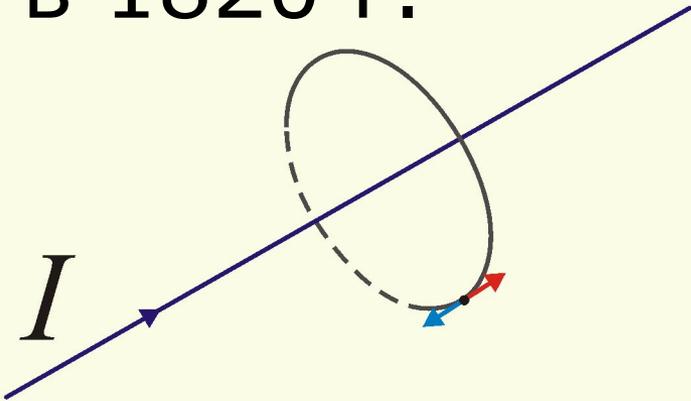


Рис. 218 Направление силовых
КЭ линий магнитного поля Земли. (..)



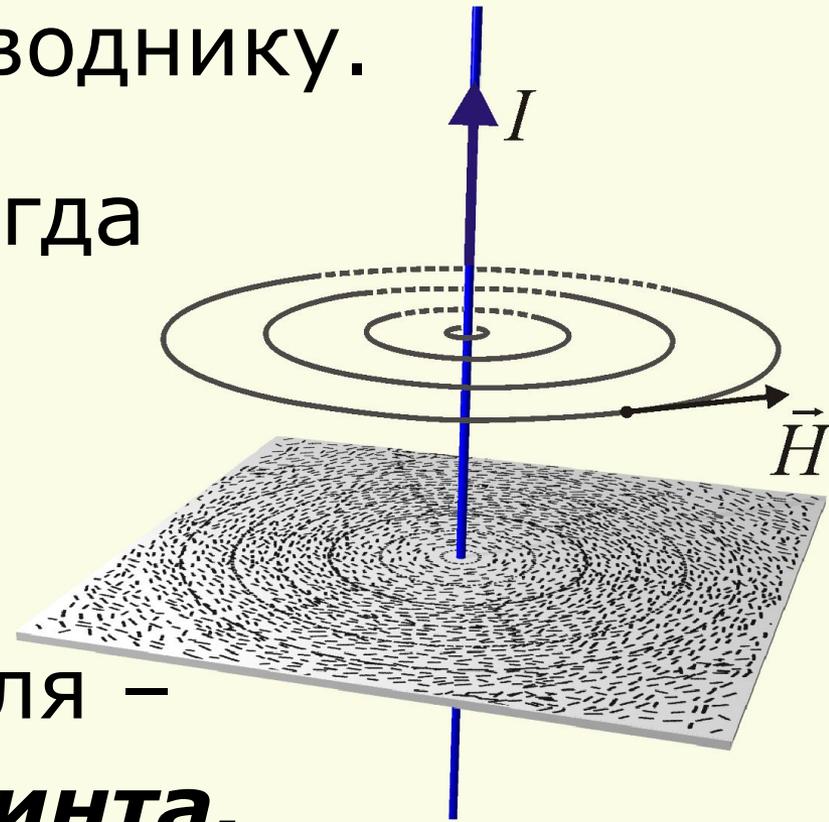
Магнитное поле было открыто Эрстедом в 1820 г.



Он наблюдал отклонение магнитной стрелки при пропускании тока по проводнику.

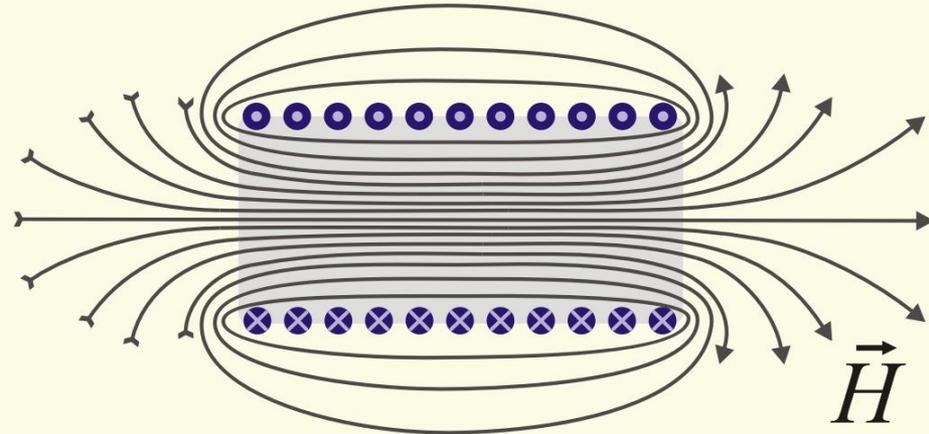
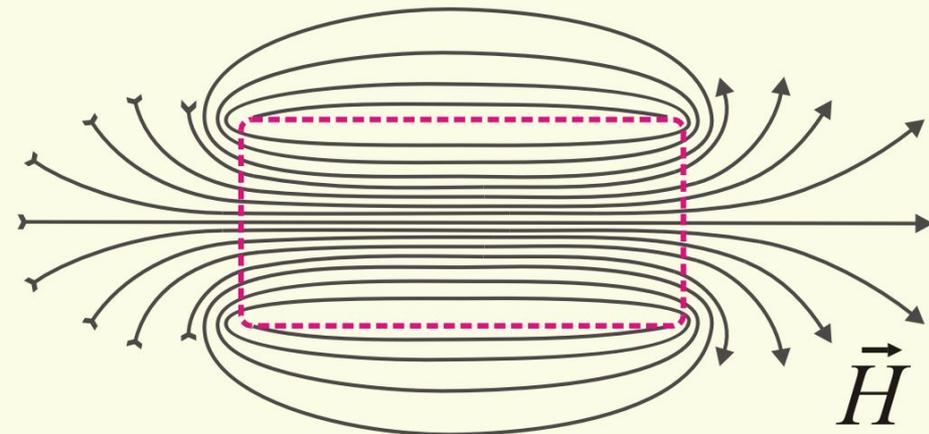
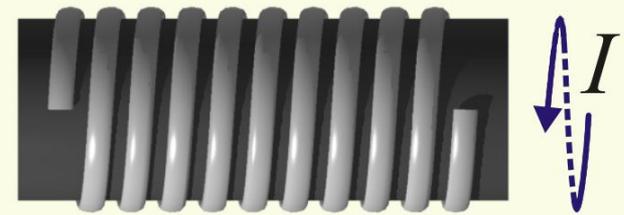
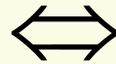
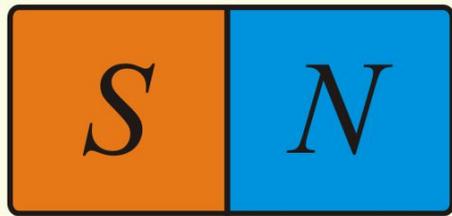
Силовые линии МП всегда **замкнуты**.

Для прямого тока направление силового вектора магнитного поля – по правилу **правого винта**.



В 1820 г. Ампер открыл взаимодействие электрических токов.

Им была доказана эквивалентность поля постоянного магнита и соленоида.



Основные выводы

- 1) разделение магнита невозможно (магнитные заряды не найдены)
- 2) все магнитные взаимодействия сводятся к взаимодействию элементов тока
- 3) источником магнитного поля является движущийся заряд (переменное электрическое поле)

§§ Закон Био-Савара-Лапласа

1820 г., J.V.Biot, F.Savart проводили измерение силы dF , с которой элемент тока IdL действует на магнитный полюс, удаленный на расстояние r :

$$dF \sim (IdL) f_1(\alpha) f_2(r)$$

Результаты были проанализированы и обобщены Лапласом (*P.Laplace*):

- 1) магнитное поле пропорционально силе тока;
- 2) убывает с расстоянием от тока;
- 3) напряженность поля можно вычислить суммированием вкладов от малых элементов тока.

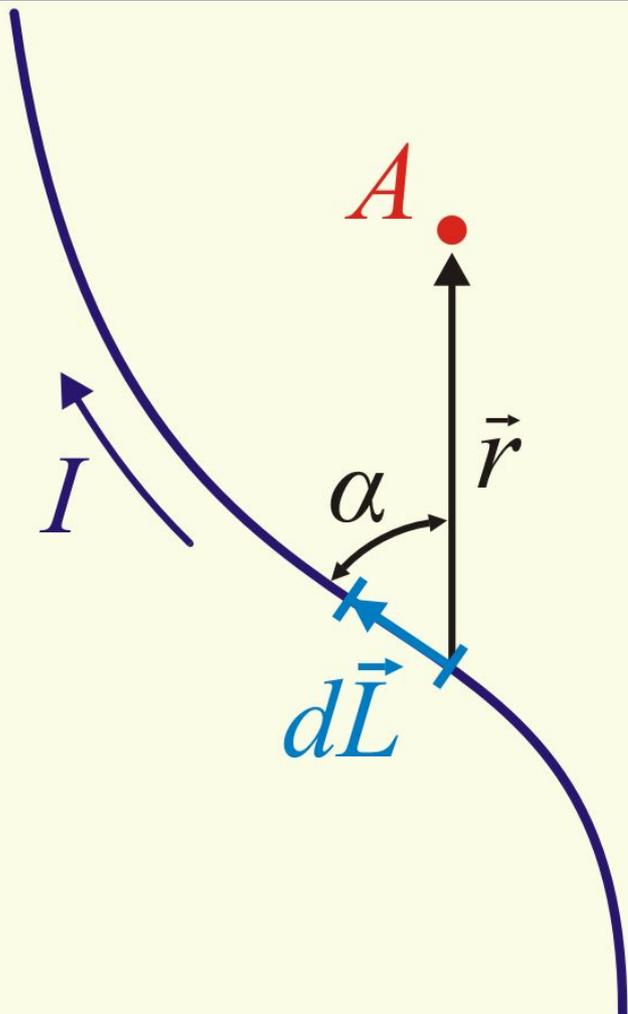
Пусть

A – точка наблюдения
(где необходимо
вычислить \vec{H})

dL – длина элемента
с током $d\vec{L} \uparrow \uparrow I$

\vec{r} – радиус-вектор, проведенный от
элемента в точку наблюдения

α – угол между $d\vec{L}$ и \vec{r}



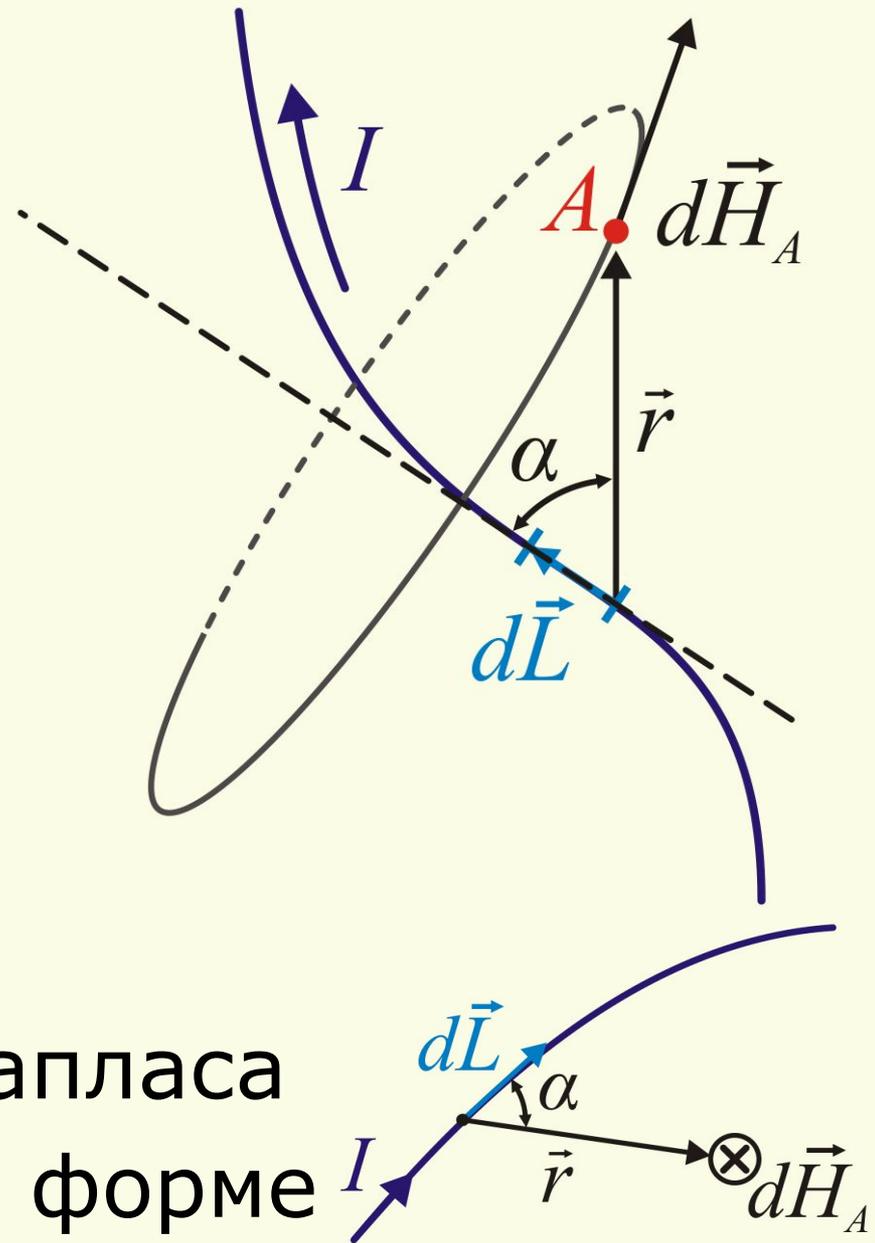
Тогда

$$d\vec{H}_A = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

или

$$dH_A = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{dL \sin \alpha}{r^2}$$

Закон Био–Савара–Лапласа
в дифференциальной форме



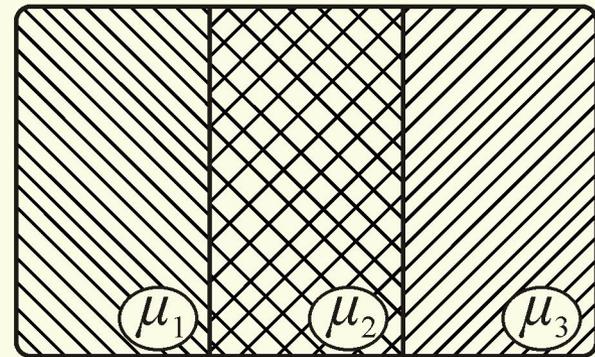
\vec{H} – называется **напряженностью**
магнитного поля

$$[H] = 1 \text{ А/м (ампер на метр)}$$

\vec{B} – **вектор магнитной индукции**

$$B = \mu\mu_0 H$$

$$[B] = 1 \text{ Тл (Тесла)}$$

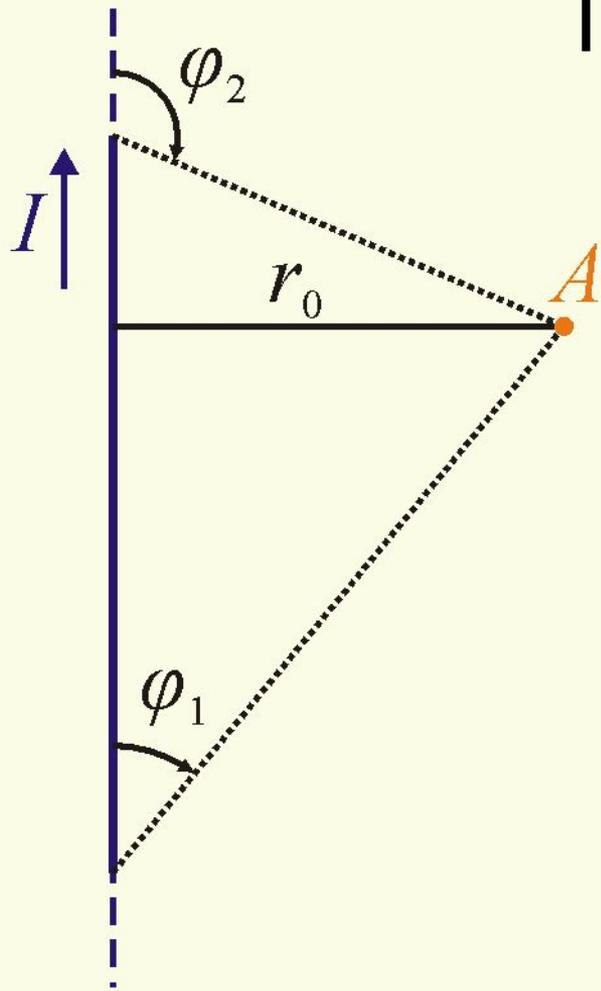


$$H_1 = H_2 = H_3 = H$$

μ – **магнитная проницаемость** среды

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м (генри на метр)}$$

§§ Поле прямого тока

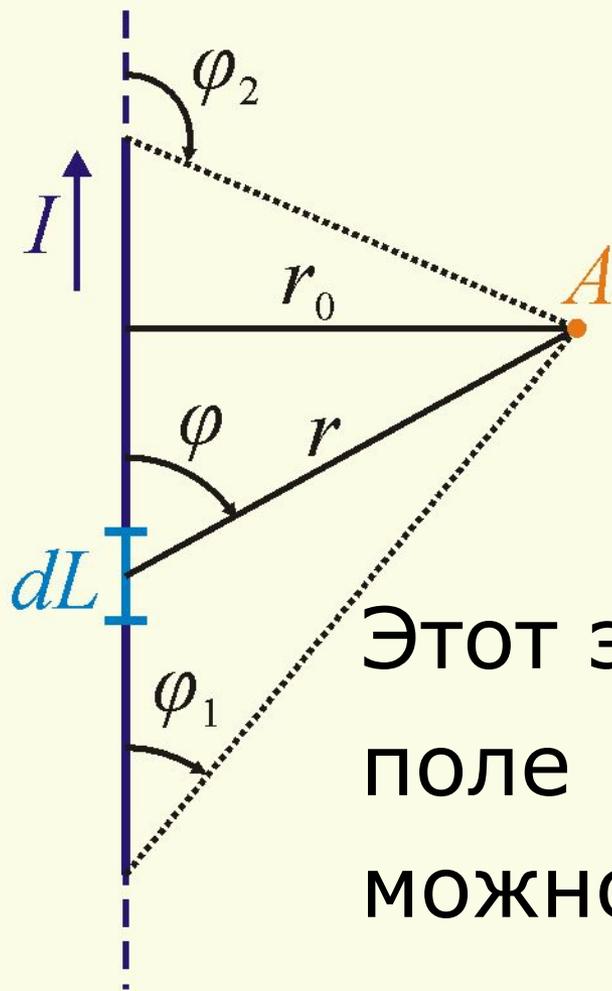


Пусть

I – ток в проводнике

r_0 – расстояние от
тока до точки
наблюдения A

φ_1, φ_2 – углы, под
которыми видны
концы проводника



Выделим на проводнике
малый элемент:

dL – его длина

r – расстояние от него
до точки A

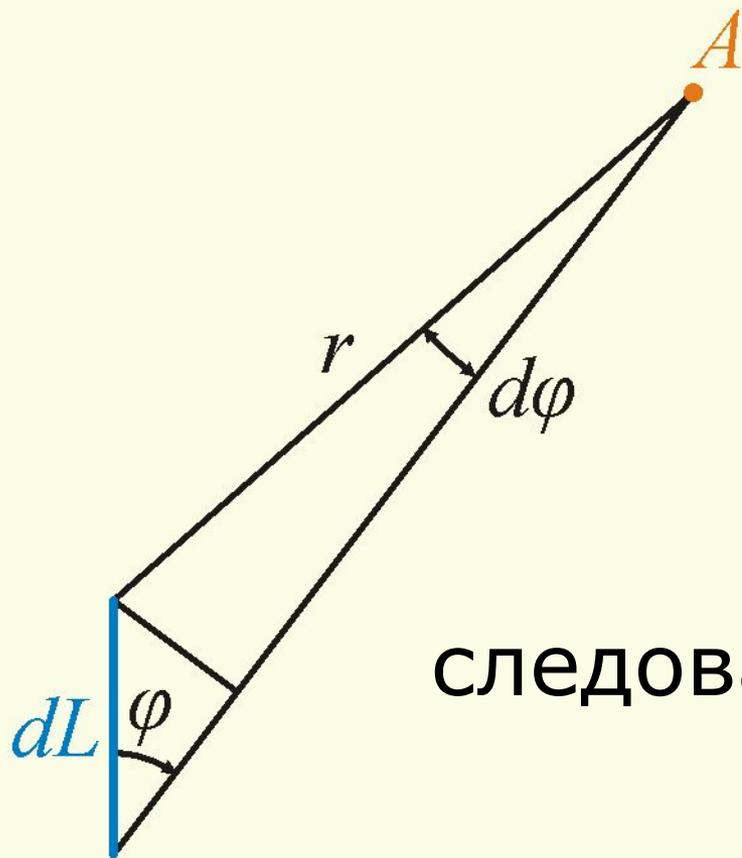
φ – угол наблюдения

Этот элемент создает в точке A
поле $\otimes d\vec{H}_A$, модуль которого
можно найти из закона Б-С-Л:

$$dH_A = \frac{I}{4\pi} \frac{dL \sin \varphi}{r^2}$$

Из рисунка видно, что $r = \frac{r_0}{\sin \varphi}$

$$dL \cdot \sin \varphi \approx r \cdot d\varphi$$



следовательно

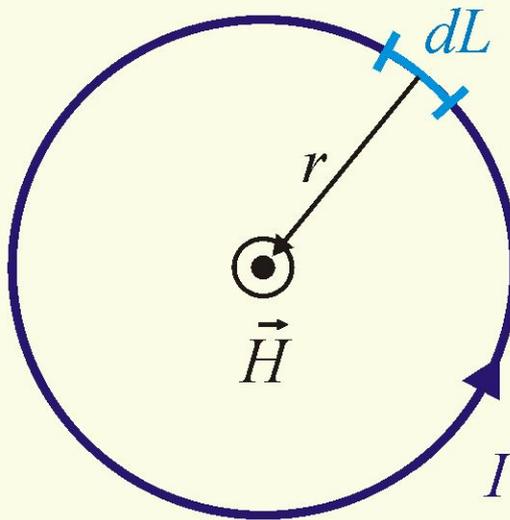
$$dH_A = \frac{I}{4\pi r_0} \sin \varphi d\varphi$$

$$H_A = \int dH_A = \frac{I}{4\pi r_0} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi d\varphi$$
$$= \frac{I}{4\pi r_0} [\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2]$$

При $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$ получаем поле
бесконечного прямого тока
на расстоянии r_0 от него:

$$H_A = \frac{I}{2\pi r_0}$$

§§ Магнитное поле кругового витка



$$dH = \frac{I}{4\pi} \frac{dL \sin \varphi}{r^2}$$

$$\sin \varphi = 1, \quad d\vec{L} \perp \vec{r}$$

$$H = \int dH = \frac{I}{4\pi r^2} \int dL$$

$$H = \frac{I}{2r}$$

– поле кругового витка

§§ Магнитный момент

Рассмотрим поле на оси диполя



$$E = k \frac{q}{r^2} - k \frac{q}{(r+L)^2} = kq \frac{(r+L)^2 - r^2}{r^2 (r+L)^2}$$

$$\approx kq \frac{2rL}{r^4} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{p}{2\pi r^3}$$

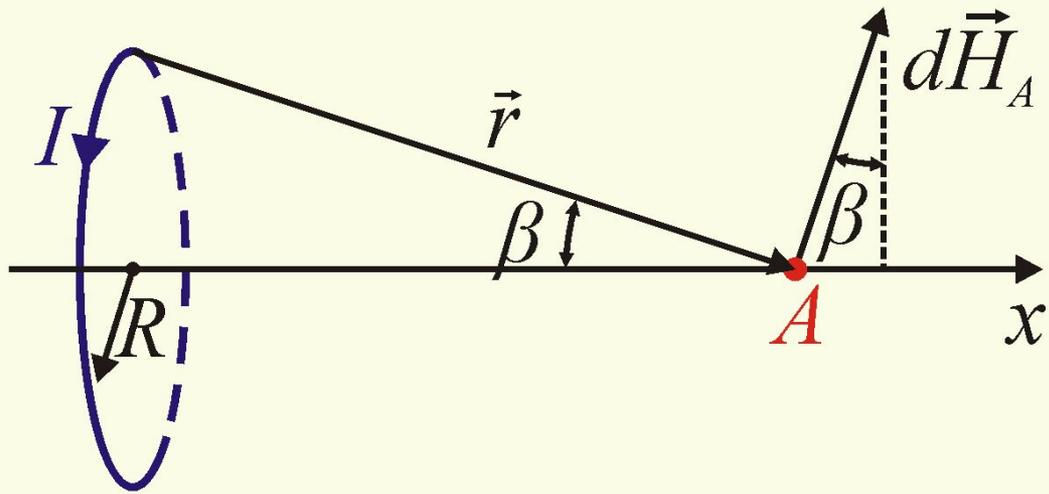
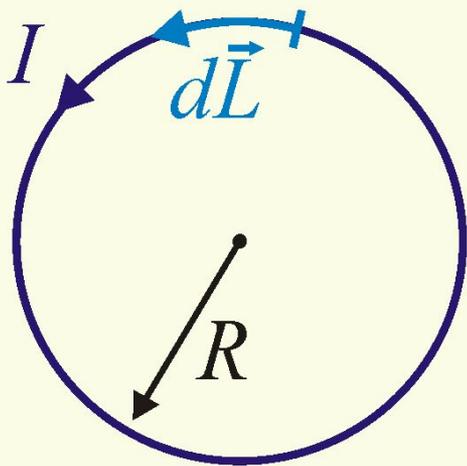
Электрическое смещение на оси диполя
на расстоянии $r \gg L$ от него

$$D = \varepsilon_0 E = \frac{p}{2\pi r^3}$$

Рассмотрим круговой виток с током I .

Пусть его радиус – R будет мал, т.е.

будем рассматривать **элементарный ток**.



Результирующее поле направлено
вдоль оси x :

$$dH_x = \frac{I}{4\pi} \frac{dL \sin \varphi}{r^2} \sin \beta$$

$$\sin \varphi = 1, \quad d\vec{L} \perp \vec{r}$$

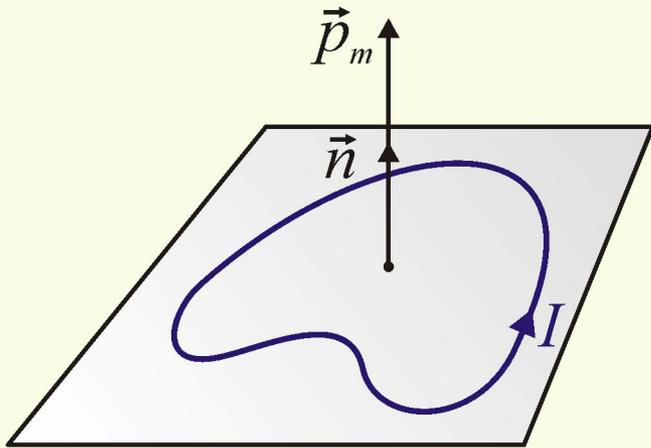
$$r \sin \beta = R$$

$$\Rightarrow dH_x = \frac{I}{4\pi} \frac{R}{r^3} dL$$

$$H_x = \int dH_x = \frac{I}{4\pi} \frac{R}{r^3} 2\pi R = \frac{IS}{2\pi r^3} = \frac{p_m}{2\pi r^3}$$

p_m – магнитный момент контура с током

Для плоского контура

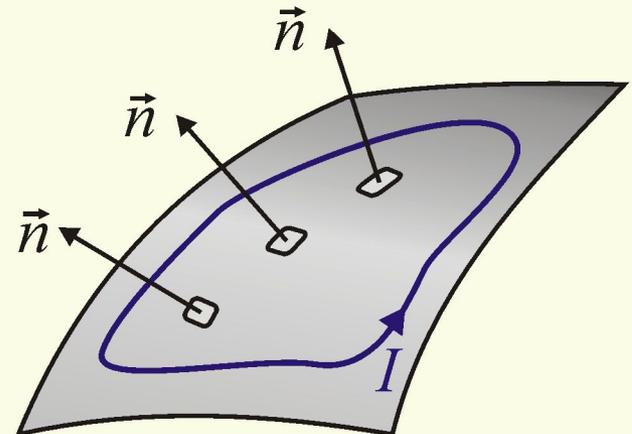


$$p_m = ISn$$

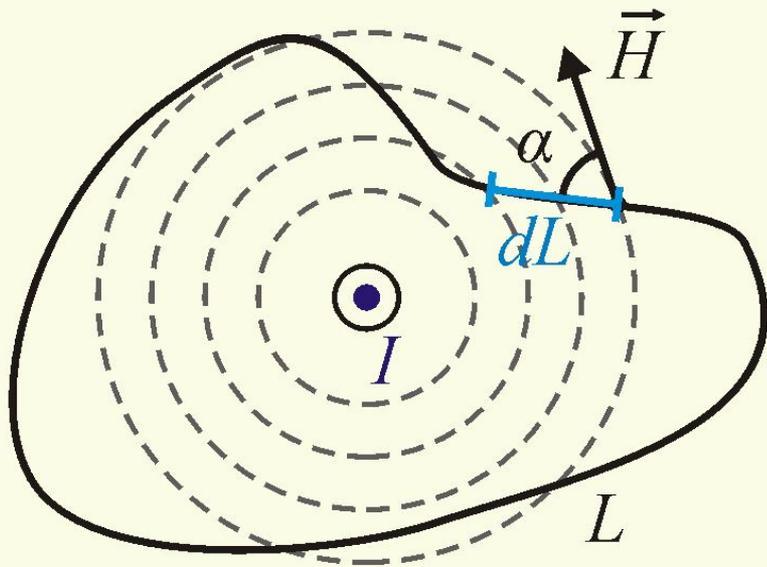
n – нормаль

В произвольном случае

$$p_m = I \int_S n dS$$



§§ Закон полного тока

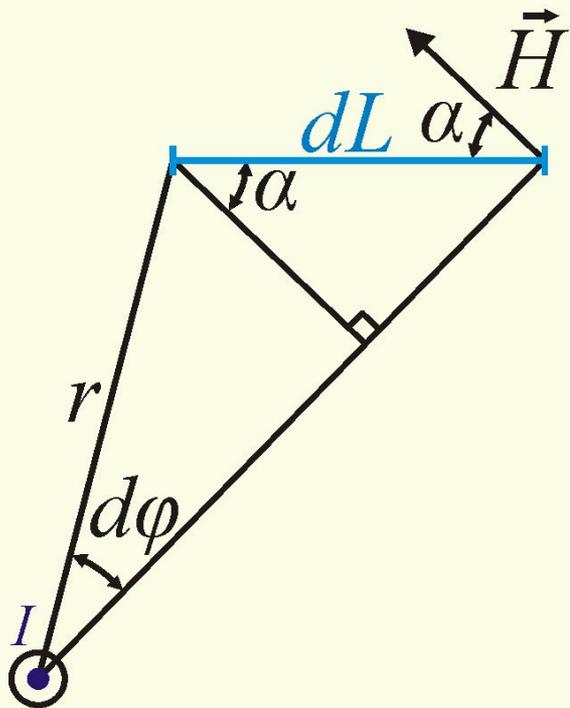


Рассмотрим бесконечный прямой ток

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

Вычислим циркуляцию вектора \vec{H} вдоль произвольного контура L

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = \oint_L H dL \cos \alpha$$



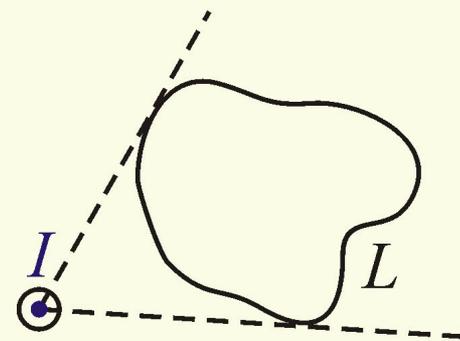
$$= |rd\varphi \approx dL \cos \alpha|$$

$$= \oint H r d\varphi = \frac{I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = I$$

т.е. циркуляция равна
величине тока

Если контур L не охватывает
ток, тогда

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = \frac{I}{2\pi} \left[\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} + \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \right] = 0$$



Если контур охватывает несколько токов:

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = \oint_L \left(\sum \vec{H}_i \cdot d\vec{L} \right) = \sum_L \oint (\vec{H}_i \cdot d\vec{L})$$

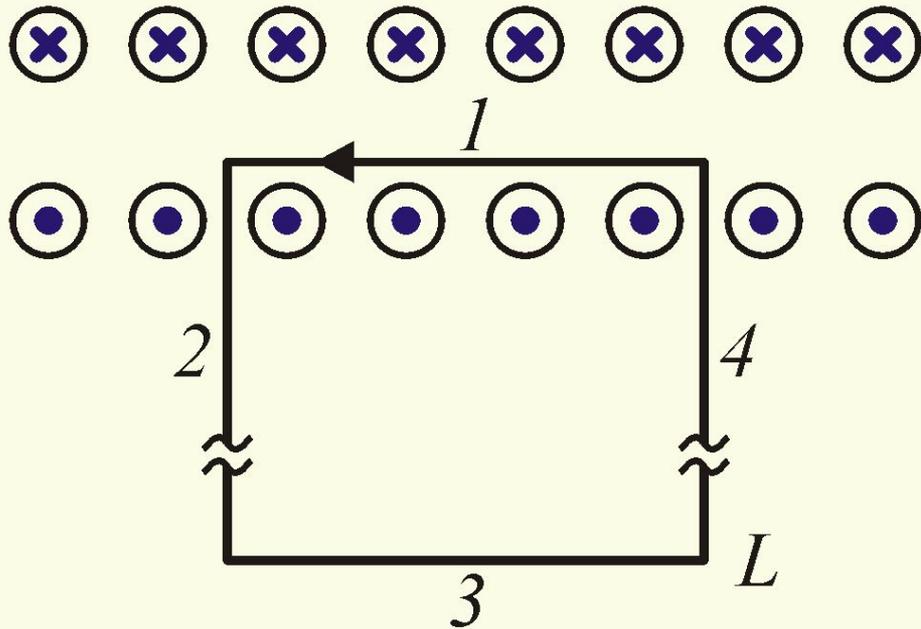
$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = \sum_i I_i$$

$$\sum_i I_i$$

Закон полного тока

Циркуляция вектора \vec{H} магнитного поля постоянного тока вдоль произвольного замкнутого контура равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром

§§ Магнитное поле соленоида



Выберем прямоугольный контур и посчитаем циркуляцию вектора H

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = \int_1 + \int_2 + \int_3 + \int_4 = \int_1 = H L$$

~~\int_2~~ ~~\int_3~~ ~~\int_4~~

(∞)

Если N – число витков, охватываемых контуром, то

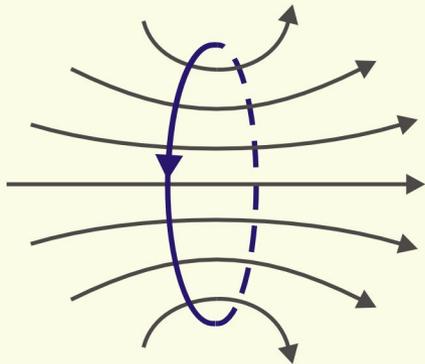
$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = NI$$

следовательно

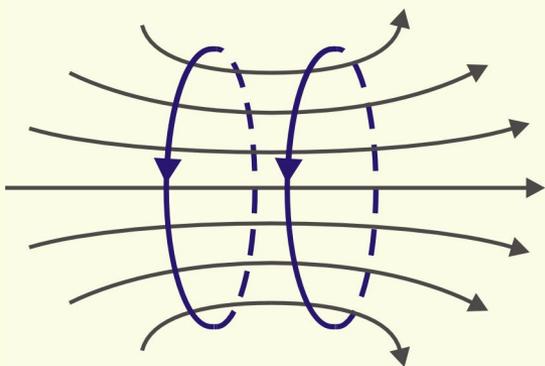
$$HL = NI \Rightarrow H = \frac{N}{L} I = nI$$

n – плотность намотки витков

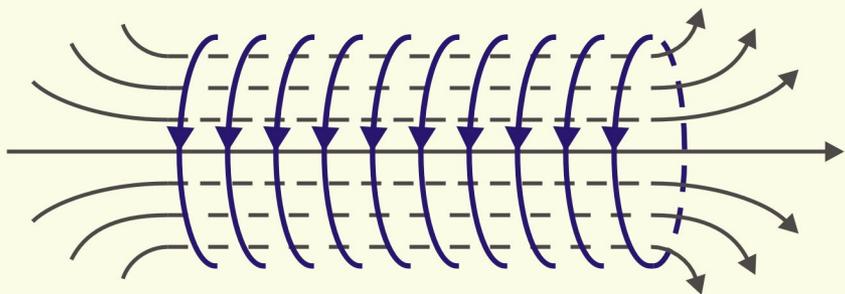
Вне соленоида $H = 0$.



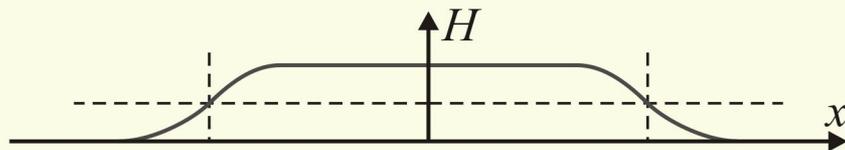
Поле одного витка можно
вычислить из закона
Био–Савара–Лапласа



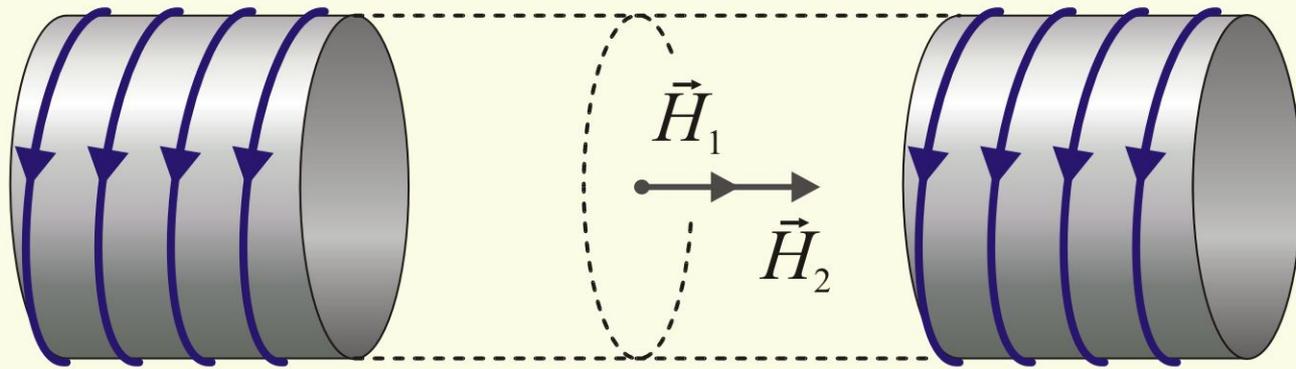
Поле двух витков –
по принципу суперпозиции



Поле соленоида
конечной длины
может быть найдено
прямым расчетом

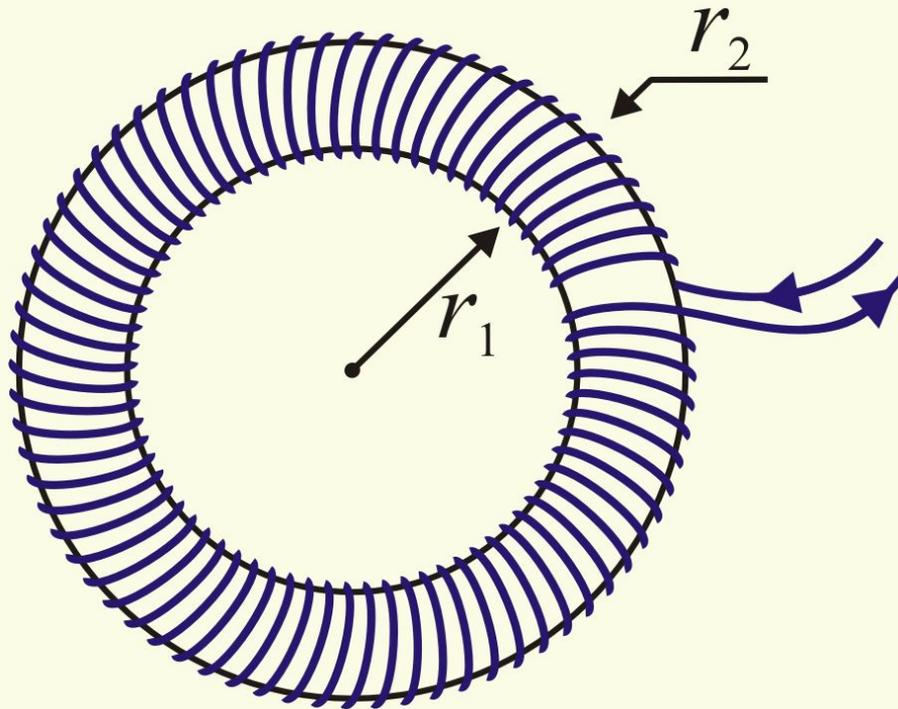


Оценим значение напряженности МП на границе соленооида



В точке соединения вклады от обеих половин одинаковы и, следовательно, поле на краю $\approx 1/2$ от поля в его центре.

§§ Магнитное поле тороида

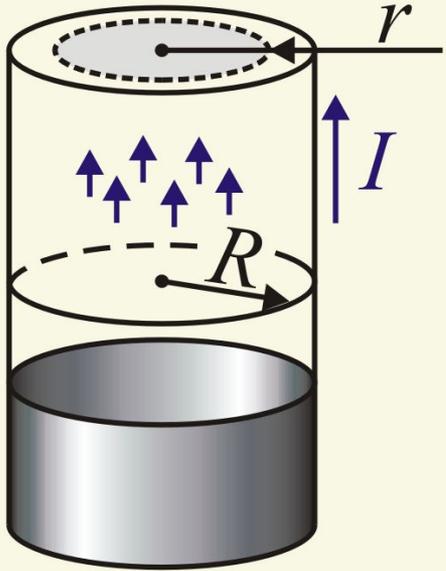


Пусть r – радиус контура, который выбран внутри катушки

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = I$$

$$2\pi r H = NI \Rightarrow H = \frac{N}{2\pi r} I$$

§§ Поле прямого тока



Плотность тока в проводнике

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi R^2}$$

Если r – радиус контура, то

$$H 2\pi r = j\pi r^2 \Rightarrow H = \frac{Ir}{2\pi R^2} \quad (r < R)$$

для $r > R$ получаем $H(r) = \frac{I}{2\pi r}$

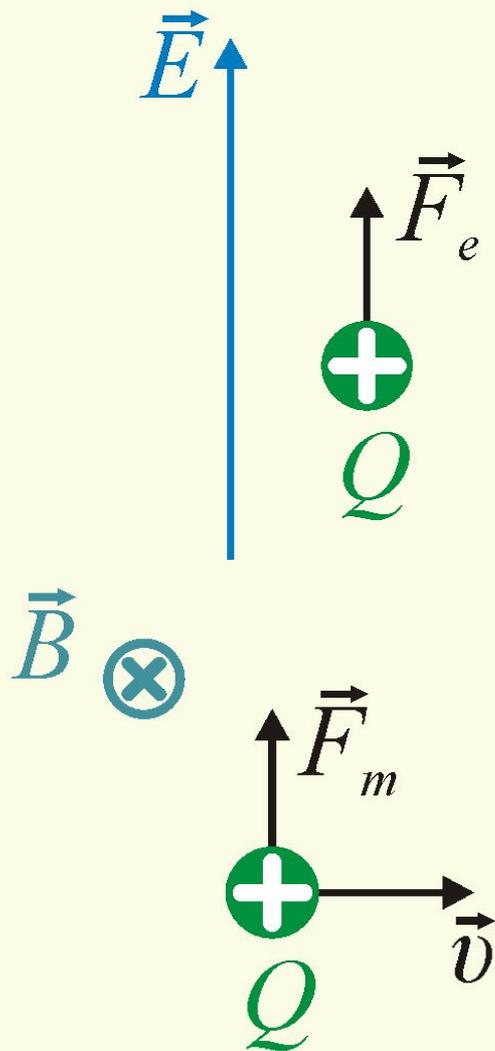
§§ Сила Лоренца

В электрическом поле на заряженную частицу действует сила Кулона

$$\vec{F}_e = Q\vec{E}$$

При движении в МП на нее действует сила

$$\vec{F}_m = Q[\vec{v}, \vec{B}]$$

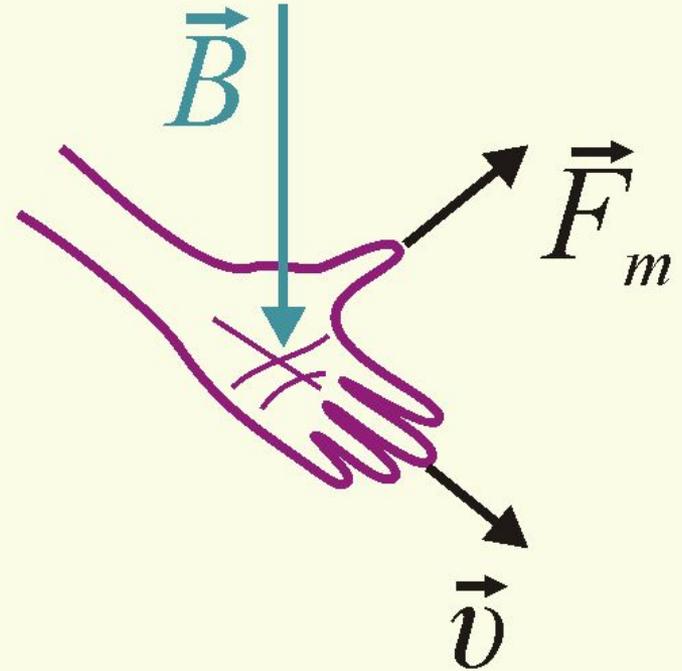


Эта сила вычисляется по правилу
левой руки

Модуль силы

$$F_m = QvB \sin \alpha$$

где α – угол между
векторами \vec{v} и \vec{B} .



Сила Лоренца:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = Q \left(\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}] \right)$$

Разделение силы на Э и М составляющие без указания СО смысла не имеет

§§ Сила Ампера

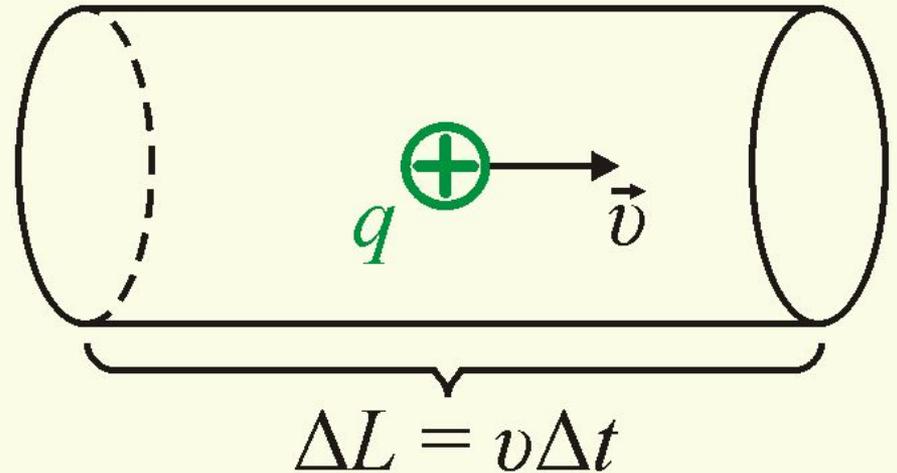
Пусть

q – заряд частицы

v – ее скорость

n – концентрация
носителей тока

$\vec{B} \otimes$



Рассмотрим небольшой участок проводника длиной ΔL , который заряд проходит за время Δt .

Заряд, проходящий через поперечное сечение проводника

$$\Delta Q = n(v \Delta t S)q$$

На него действует сила Лоренца

$$\Delta \vec{F}_m = \Delta Q [\vec{v}, \vec{B}] = n(v \Delta t S)q [\vec{v}, \vec{B}]$$

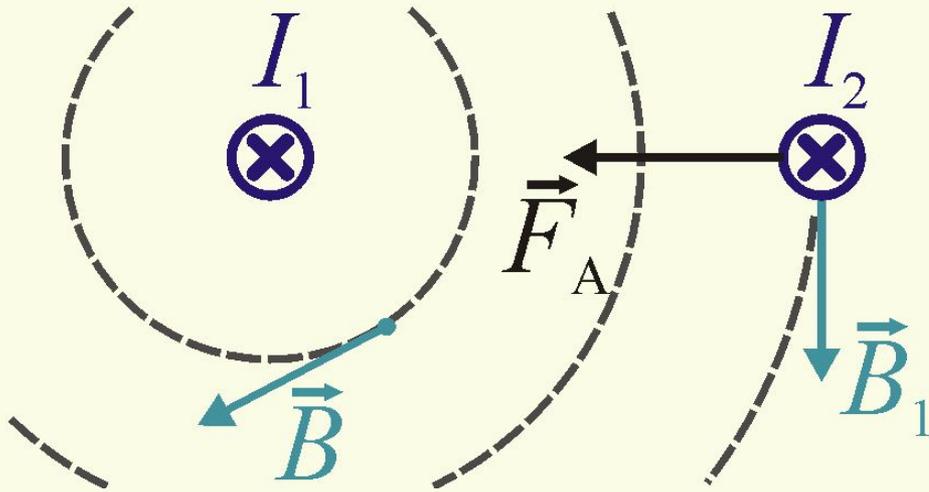
$$= n v q S [\Delta \vec{L}, \vec{B}] = I [\Delta \vec{L}, \vec{B}]$$

$$d\vec{F}_A = I [d\vec{L}, \vec{B}]$$

– сила, действующая на элемент тока в м.п.

(сила Ампера)

Рассмотрим взаимодействие двух
прямых бесконечных токов



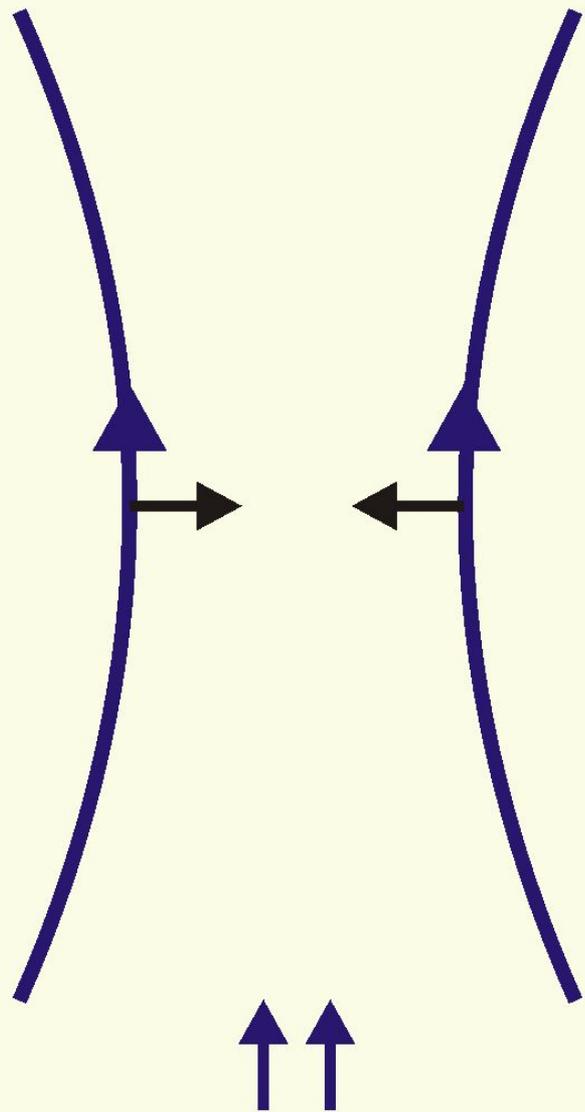
$$F_A = I_2 B_1 L \sin \alpha$$

$$B_1 = \mu \mu_0 \frac{I_1}{2\pi r}$$

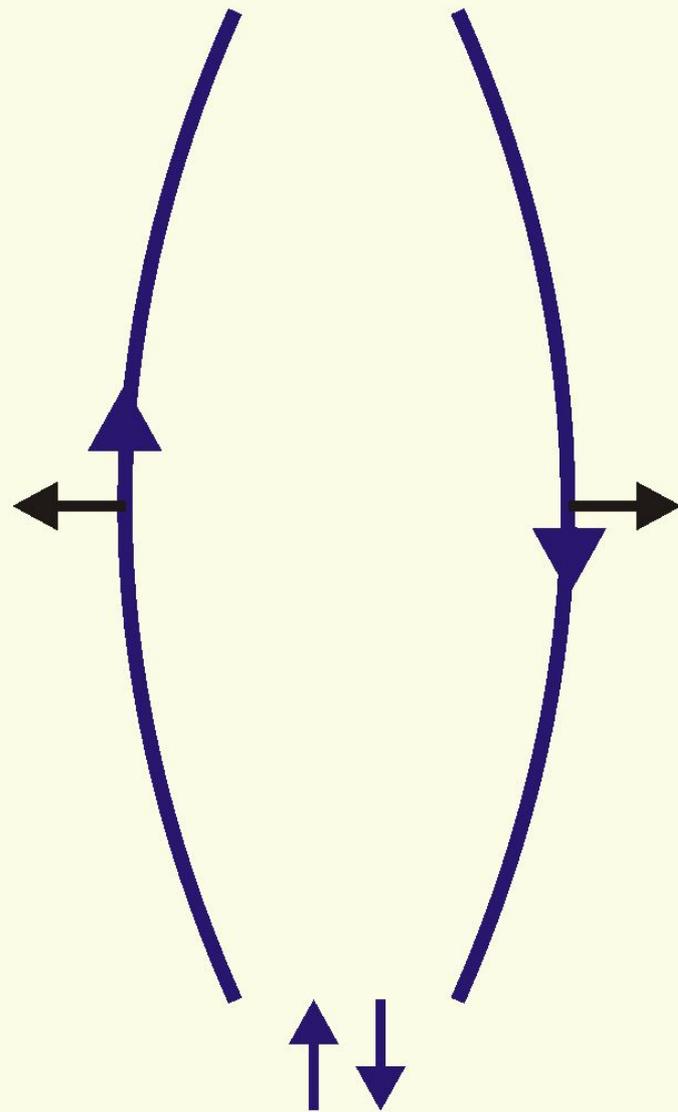
Сила взаимодействия, в расчете на
единицу длины проводников

$$F_A = \mu \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$



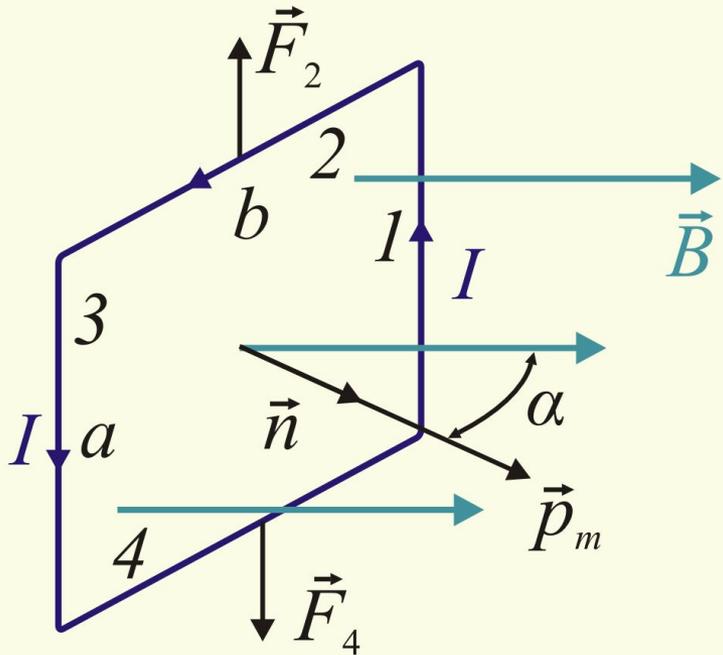
притяжение



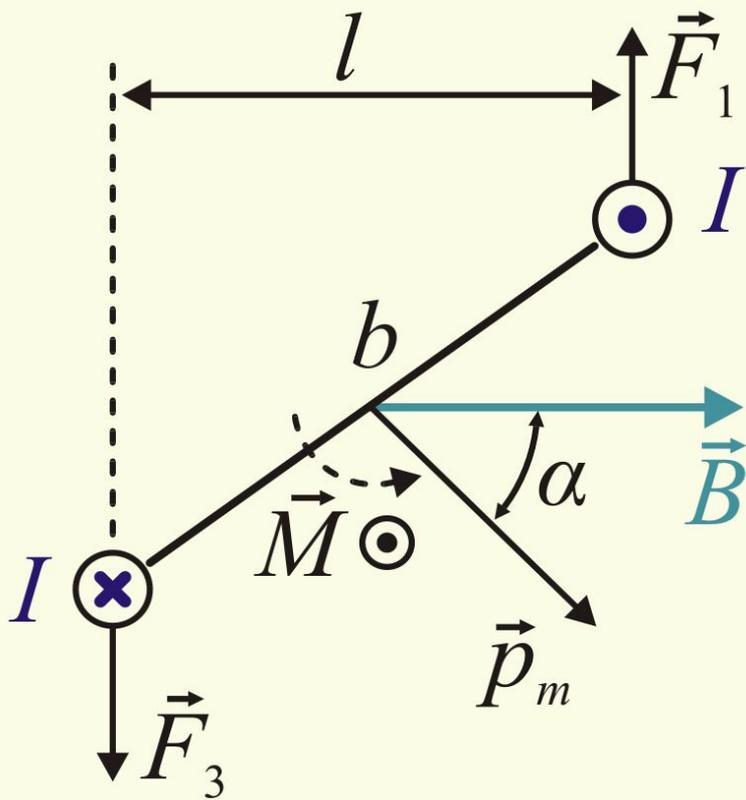
отталкивание

§§ Контур с током в МП

Известно, что прямоугольная рамка с током поворачивается так, что ее плоскость располагается перпендикулярно вектору \vec{B} .



Найдем выражение для момента сил, действующих на рамку в однородном магнитном поле



$$F_1 = F_3 = B I a$$

Эти силы образуют пару сил, момент которой:

$$M = F_1 l = F_3 l,$$

где $l = b \sin \alpha$

Тогда $M = B I a b \sin \alpha$

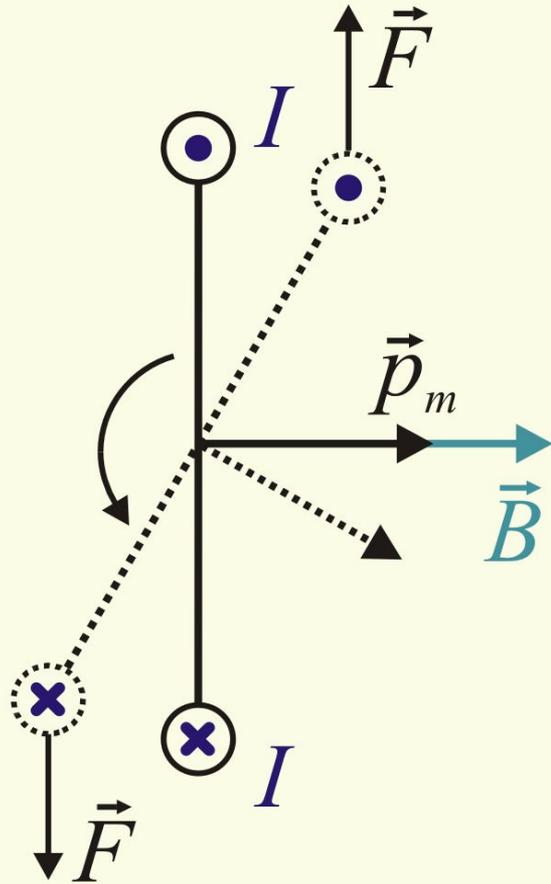
$$= B I S \sin \alpha = p_m B \sin(\overset{\vee}{p}_m, \overset{\leftarrow}{B})$$

следовательно:

$$M = \left[\overset{\vee}{p}_m, \overset{\leftarrow}{B} \right]$$

Рассмотрим два случая, когда $M = 0$

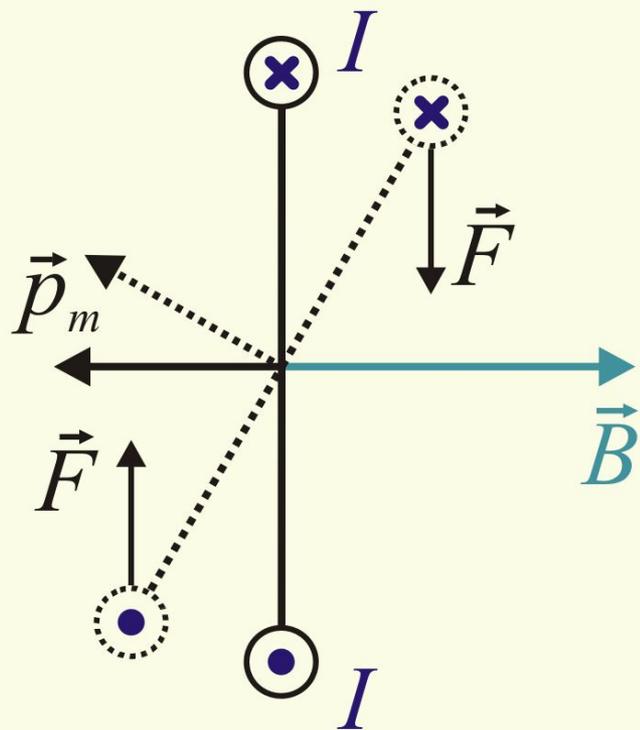
1) векторы \vec{p}_m и \vec{B} параллельны



Выведение рамки из этого положения приводит к появлению вращающего момента, который стремится вернуть рамку в исходное положение.

В этом случае равновесие будет **устойчивым**

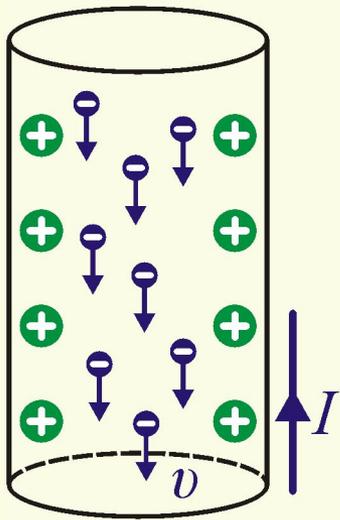
2) векторы \vec{p}_m и \vec{B} антипараллельны



В этом случае
равновесие будет
неустойчивым

Явление вращения рамки с током в МП используется при создании электродвигателей и электроизмерительных приборов.

§§ Релятивистская природа магнитного поля



Рассмотрим неподвижный проводник с током.

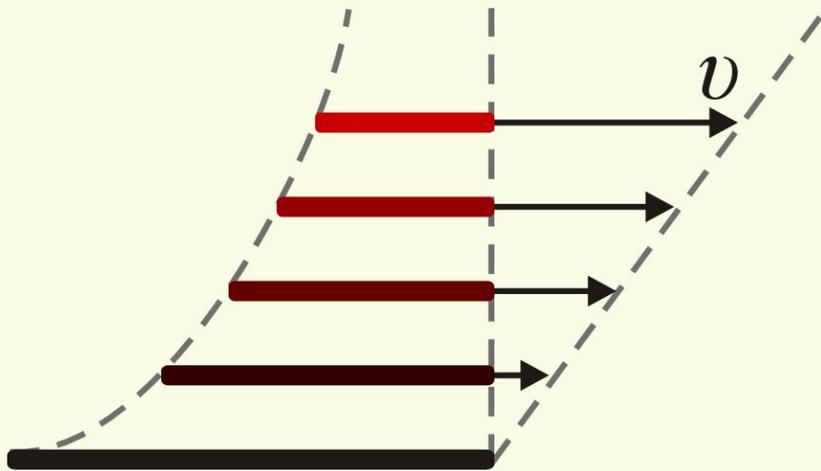
При пропускании тока он остается электронейтральным

$$n_+ = n_-$$

Пусть V – скорость заряда Q .

Перейдем в СО, в которой Q неподвижен

$V_+ = V$, $V_- = V + v$, v – скорость дрейфа



Сокращение длины:

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

линейная плотность зарядов
на проводнике:

$$\tau = \tau_+ + \tau_- =$$

$$= \tau_+ \left[\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - (V + v)^2/c^2}} \right]$$

$$\approx \tau_+ \left[1 + \frac{V^2}{2c^2} - 1 - \frac{(V + v)^2}{2c^2} \right]$$

$$\approx \frac{\tau_+}{2c^2} [-2Vv] = -\frac{\tau_+ v V}{c^2}$$

где знак «-» означает, что для $\oplus Q$ проводник является заряженным **отрицательно**.

Поле заряженной нити: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\tau}{r}$

Сила взаимодействия:

$$F_k = QE = -Q \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{QV}{\epsilon_0 c^2} \cdot \frac{\tau_+ v}{2\pi r}$$

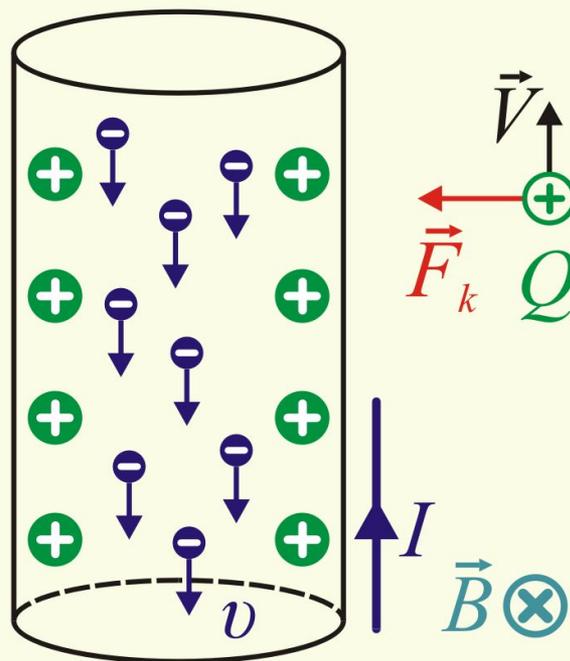
$$= -\frac{QV}{\epsilon_0 c^2 \mu_0} \cdot \mu_0 \frac{I}{2\pi r} = -\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0 c^2} \boxed{QVB}$$

Сравним полученное выражение с выражением для силы Лоренца:

$$F_m = \left| Q \left[\overset{\vee}{V}, \overset{\vee}{B} \right] \right| = \boxed{QVB}$$

Выводы:

- 1) МП – **релятивистская поправка** к ЭП движущегося заряда



- 2) скорость света (электромагнитного возмущения) в вакууме:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 299\,792\,458 \text{ м/с}$$