

**Федеральное государственное казенное военное
образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Военная академия связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного»
Министерства обороны Российской Федерации**

2 кафедра

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ

**по учебной дисциплине «Электроника, электротехника и схемотехника»
(Д-0201-2)**

Раздел № 1

Электротехника

Тема № 2

**Режим гармонических колебаний
в линейных электрических цепях**

Занятие №8

**Расчет гармонических колебаний
в электрических цепях**

Санкт-Петербург

УЧЕБНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Анализ гармонических колебаний в простейших электрических цепях
2. Анализ гармонических колебаний в сложных электрических цепях
3. Контроль усвоения изученного материала

ЛИТЕРАТУРА:

- 1) *Улахович Д.А.* Основы теории линейных электрических цепей: Учебное пособие. - СПб.: БХВ-Петербург, 2009.
- 2) *Бабкова Л.А., Киселев О.Н.* Методические рекомендации к практическим занятиям и руководство к лабораторным работам по дисциплине «Основы теории цепей»: Учеб. пособие.– СПб.: ВАС, 2011, стр.19-27.

Вопрос №1. Анализ гармонических колебаний в простейших электрических цепях

Задача 1

Определить амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, представляющего собой сумму двух гармонических колебаний одинаковой частоты:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 1,5 \cos(\omega t + 30^\circ) + 2,4 \cos(\omega t + 120^\circ)$$

Решение

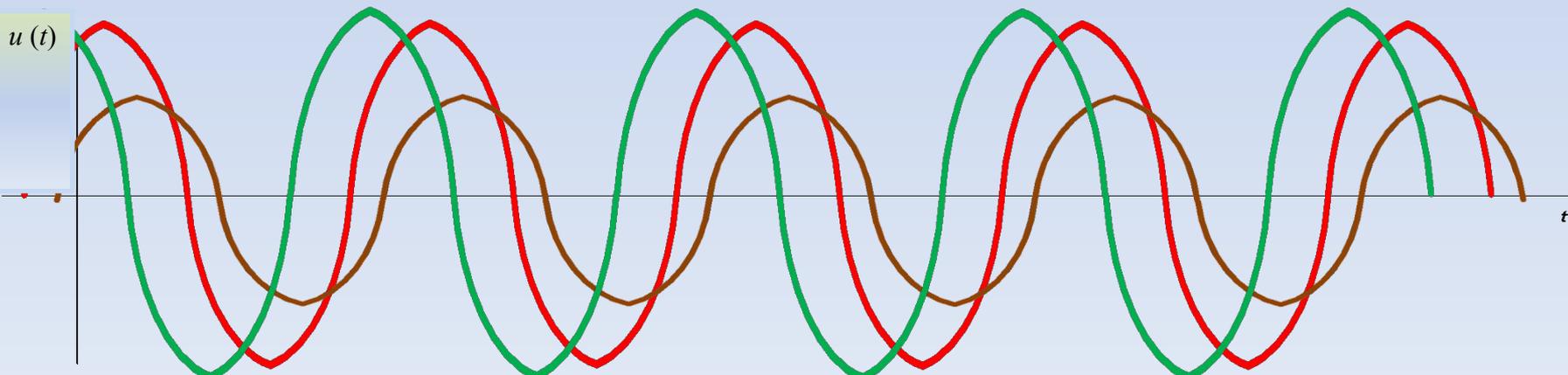
1) Переведем гармонические колебания $u_1(t)$ и $u_2(t)$ в комплексные значения амплитуды напряжения:

$$u_1(t) = 1,5 \cos(\omega t + 30^\circ) \rightarrow \dot{U}_{m1} = 1,5 \cos 30^\circ + j1,5 \sin 30^\circ \rightarrow \dot{U}_{m1} = 1,29 + j0,75$$

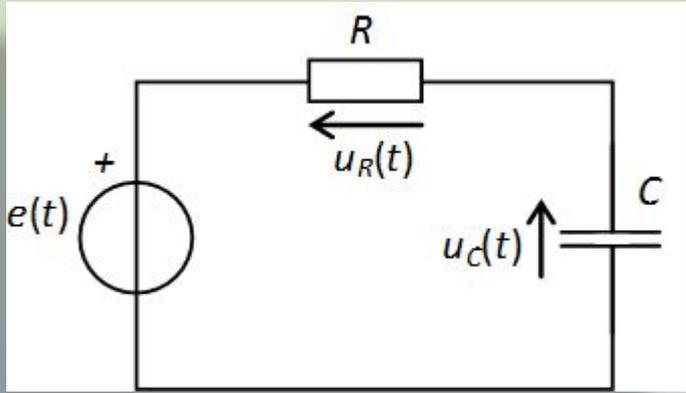
$$u_2(t) = 2,4 \cos(\omega t + 120^\circ) \rightarrow \dot{U}_{m2} = 2,4 \cos 120^\circ + j2,4 \sin 120^\circ \rightarrow \dot{U}_{m2} = -1,2 + j2,06$$

2) Произведем сложение комплексных значений амплитуд напряжения:

$$\dot{U}_{m1,2} = 1,29 + j0,75 + (-1,2) + j2,06 = 0,09 + j2,81 \rightarrow 2,83 \text{В}^{j88^\circ}$$



Задача 2



В цепи определить гармоническое напряжение на резистивном элементе и элементе емкости, если:

$$e(t) = 10 \cos(2000t + 30^\circ) \text{ В};$$

$$R = 100 \text{ Ом};$$

$$C = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Решение

1) Определим комплексную амплитуду воздействия:

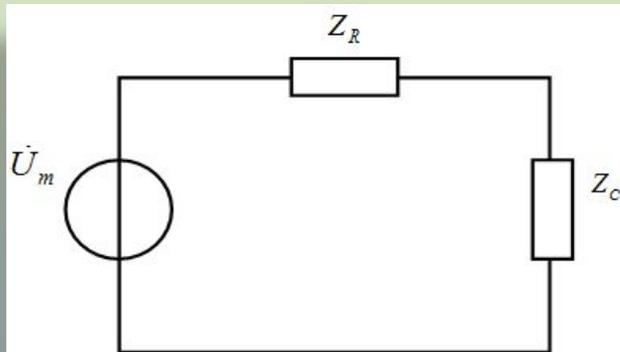
$$e(t) = 10 \cos(2000t + 30^\circ) \longrightarrow \dot{B}_m = 10e^{j30^\circ}$$

2) Рассчитаем комплексные сопротивления элементов:

$$\mathcal{O}_R = R = 100$$

$$\mathcal{O}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j333,3 = 333,3e^{-j90^\circ}$$

3. Схема замещения цепи будет выглядеть следующим образом:



4) Произведем расчет комплексных амплитуд реакции.

3.1) Определим эквивалентное комплексное сопротивление:

$$\dot{Z}_{RC} = Z_R + Z_C = R + \frac{1}{j\omega C} = 100 - j333,3$$

Переведем в показательную форму:

$$\dot{Z}_{RC} = 348 \angle -j73,3^\circ$$

3.2) Определим комплексное амплитудное значение тока (первую реакцию).

Применим закон Ома в комплексной форме:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{\dot{Z}_{RC}} = \frac{10e^{j30^\circ}}{348 \angle -j73,3^\circ} = 0,02873 \angle j103,3^\circ$$

3.3) Определим комплексное амплитудное значение напряжения на элементе сопротивления (вторую реакцию).

$$\dot{U}_{mR} = \dot{I}_m Z_R = 0,02873 \angle j103,3^\circ \text{ В} \times 100 = 2,873 \angle j103,3^\circ$$

3.4) Определим комплексное амплитудное значение напряжения на элементе емкости (третью реакцию).

$$\dot{U}_{mC} = \dot{I}_m Z_C = 0,02873 e^{j103,3^\circ} \times 333,3 e^{-j90^\circ} = 9,578 e^{j13,3^\circ}$$

Проведем проверку полученных результатов по второму закону Кирхгофа в комплексной форме:

$$U_{\dot{u}} - U_{mR} - U_{im} = 0_{mR} \Rightarrow U_{mC} = U_{mR} + U_{im}$$

$$10 e^{j30^\circ} = 2,873 e^{j103,3^\circ} + 9,578 e^{j13,3^\circ}$$

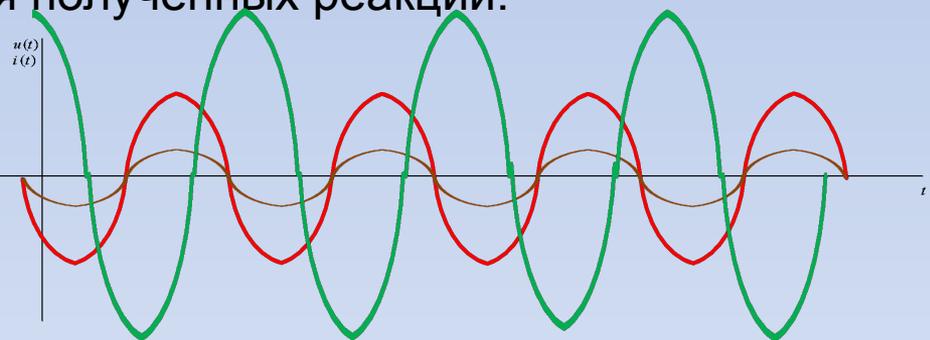
$$10 \cos 30 + j10 \sin 30 = 2,873 \cos(103,3) + j2,873 \sin(103,3) + 9,578 \cos 13,3 + j9,578 \sin 13,3$$

4) Запишем мгновенные значения полученных реакций:

$$i(t) = 0,02873 \cos(2000t + 103,3^\circ) \text{ A}$$

$$u_R(t) = 2,873 \cos(2000t + 103,3^\circ) \text{ B}$$

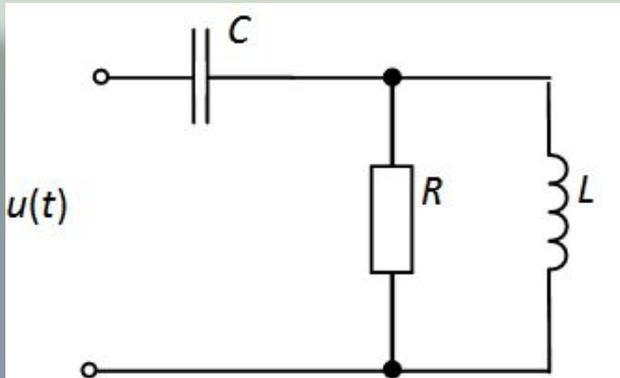
$$u_C(t) = 9,578 \cos(2000t + 13,3^\circ) \text{ B}$$



5) Вывод: а) анализируя мгновенное значение напряжения на элементе сопротивления можно видеть, что данный элемент частотно независимый, и начальная фаза совпадает с начальной фазой тока; б) анализируя мгновенное значение напряжения на элементе емкости можно видеть, что начальная фаза отстает от начальной фазы тока на 90° .

Вопрос №2. Анализ гармонических колебаний в сложных электрических цепях

Задача 3



Для электрической цепи определить мгновенное значение $i_L(t)$, если известно:

$$u(t) = 4 \cos(10^6 t - 40^\circ) \text{ В};$$

$$R = 1 \text{ Ом};$$

$$C = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$$

$$L = 10^{-6} \text{ Г}.$$

Решение

1) Определим комплексную амплитуду воздействия:

$$u(t) = 4 \cos(10^6 t - 40^\circ) \longrightarrow \dot{U}_m = 4e^{-j40^\circ} \text{ В}$$

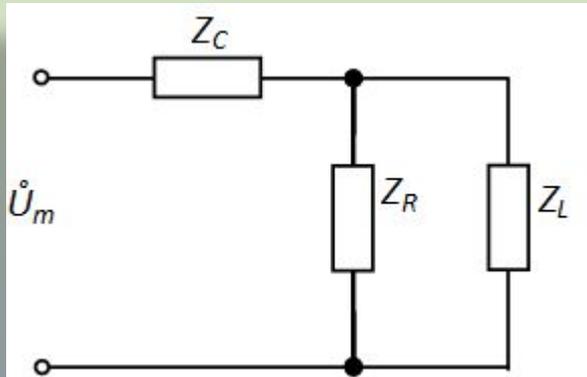
2) Рассчитаем комплексные сопротивления элементов:

$$\mathcal{O}_R = R = 1$$

$$\mathcal{O}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j2 = 2e^{-j90^\circ}$$

$$\mathcal{O}_L = j\omega L = j = e^{j90^\circ}$$

Схема замещения цепи будет выглядеть следующим образом:



3) Произведем расчет комплексных амплитуд реакции.

3.1) Определим эквивалентное комплексное сопротивление:

$$\mathcal{Z}_{RL} = \frac{Z_R Z_L}{Z_R + Z_L} = \frac{1j}{1+j} = \frac{j(1-j)}{(1+j)(1-j)} = \frac{1+j}{1} = 1+j$$

$$\mathcal{Z}_{CRL} = Z_C + Z_{RL} = 1+j-j2 = 1-j$$

Переведем в показательную форму:

$$Z_{CRL} = 1-j = 1,41e^{-j45^\circ}$$

3.2) Определим комплексное амплитудное значение тока.

Применим закон Ома в комплексной форме:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z_{RCL}} = \frac{4e^{-j40^\circ}}{1,41^{-j45^\circ}} = 2,83 e^{j5^\circ}$$

3.3) Определим комплексное амплитудное значение напряжения на элементе емкости.

$$\dot{U}_{mC} = \dot{I}_m Z_C = 2,83 e^{j5^\circ} \times 2 e^{-j90^\circ} = 5,66 e^{-j85^\circ}$$

Применим второй закон Кирхгофа в комплексной форме:

$$\dot{U}_{\omega} - \dot{U}_{mRL} - \dot{U}_{mRL} = 0_m \Rightarrow \dot{U}_{mC} = \dot{U} - \dot{U}$$

$$\dot{U}_{mRL} = 4 e^{-j40^\circ} - 5,66 e^{-j85^\circ} = j(3,06 - 2,57) - (0,5 - 5,64) = 2,56 + j3,07 = 4 e^{j50^\circ}$$

Т.к. элемент сопротивления и элемент емкости соединены параллельно, то

$$\dot{U}_{mRL} = \dot{U}_{mR} = \dot{U}_{mL}$$

3.4) Определим комплексное амплитудное значение тока на элементе индуктивности.

$$\dot{I}_{mL} = \frac{\dot{U}_{mRL}}{Z_L} = \frac{4e^{j50^\circ}}{e^{j90^\circ}} = 4e^{-j40^\circ}$$

4) Запишем мгновенное значение полученной реакции:

$$i_L(t) = 4 \cos(10^6 t - 40^\circ) \text{ A}$$

5) Вывод: анализируя мгновенное значение тока на элементе индуктивности можно видеть, что колебания тока и напряжения одинаковы, а начальная фаза тока отстает от начальной фазы напряжения на 90° .