



# ПОДГОТОВКА К ЕГЭ ПО ИНФОРМАТИКЕ

---

## Тема «ОСНОВЫ ЛОГИКИ»

### **Ведущие мастер-класса:**

Соколова Светлана Александровна,  
учитель информатики МБУ школы № 90

Банникова Ольга Алексеевна,  
учитель информатики МБУ гимназии № 77

г. Тольятти

---



# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

---

*Логика* – наука о формах и способах мышления. Основными формами мышления являются *понятие*, *суждение*, *умозаключение*.

*Понятие* – это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта.

*Высказывание* – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о реальных предметах, их свойствах и отношениях между ними.

*Высказывание может быть либо истинно, либо ложно.*

*Умозаключение* – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений (посылок) может быть получено новое суждение (вывод).



# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

---

**Логика** — это наука, изучающая законы и формы мышления.

**Алгебра логики** — это математический аппарат, с помощью которого записывают (кодируют), упрощают, вычисляют и преобразовывают логические высказывания.

**Высказывание** — это повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно. При этом считается, что высказывание удовлетворяет закону исключенного третьего, т.е. каждое высказывание или истинно, или ложно и не может быть одновременно и истинным, и ЛОЖНЫМ.

**Если высказывание:**

ИСТИННО - его значение равно 1 (True, T);

ЛОЖНО - 0 (False, F).



# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

---

*Высказывание* не может быть выражено повелительным или вопросительным предложением, так как оценка их истинности или ложности невозможна.

Для образования **сложных высказываний** наиболее часто используются базовые логические операции, выражаемые с помощью **логических связок И, ИЛИ и частицей НЕ**. Значение истинности **сложных высказываний** зависит от истинности входящих в них простых высказываний и объединяющих их связок.

*В математической логике не рассматривается конкретное содержание высказывания, важно только, **истинно** оно или **ложно**.*

---



# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

---

Поэтому высказывание можно представить некоторой переменной величиной, значением которой может быть **0** или **1**.

Если высказывание:

ИСТИННО - его значение равно **1 (True, T)**,

ЛОЖНО - **0 (False, F)**.

Простые высказывания называли логическими переменными, а сложные высказывания логическими функциями. Значения логической функции также только 0 или 1. Для простоты записи высказывания обозначаются латинскими буквами **A, B, C**.

Пример простых высказываний:

$A = "2+2=4"$  – истинно,

$B = "Земля не вертится"$  – ложно.



# ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

---

В основе булевой алгебры лежат 16 основных функций. Наиболее часто применяемые из них:

- логическое отрицание (инверсия) – «не»;  $\neg$  ;  $\bar{\phantom{x}}$  ;
- логическое умножение (конъюнкция) – «и»;  $\&$ ;  $\wedge$  ;  $\cdot$  ;
- логическое сложение (дизъюнкция) – «или»;  $+$ ;  $\vee$  ;
- логическое следование (импликация) –  $\rightarrow$  ;
- логическая операция эквивалентности –  $\sim$  ;  $\Leftrightarrow$  ;  $\leftrightarrow$  ;
- функция Вебба (отрицание дизъюнкции) – **ИЛИ-НЕ**;
- функция Шеффера (отрицание конъюнкции) – **И-НЕ**;
- сложение по модулю 2 (**M2**).



# ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Приведенные функции можно свести в таблицу истинности:

Аргументы		Функции								
A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$	ИЛИ-НЕ	И-НЕ	M2
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0



# ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

*Логическое отрицание* (инверсия):

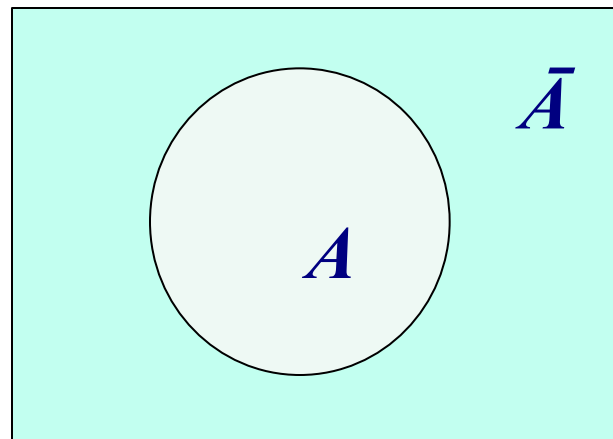
- в естественном языке соответствует словам *неверно, что...* и частице *не*;
- в языках программирования **Not**.

Обозначение  $\neg A$ ;  $\bar{A}$ .

Таблица истинности:

$A$	$\bar{A}$
0	1
1	0

Диаграмма Эйлера-Венна







# ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

*Логическое сложение* (дизъюнкция):

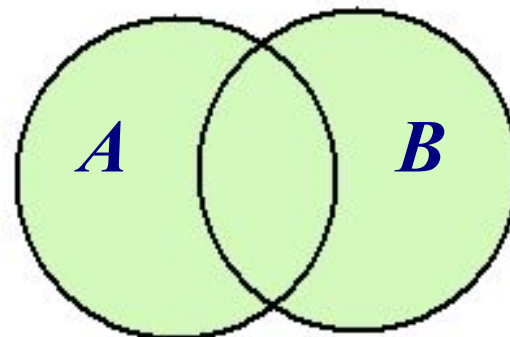
- В естественном языке соответствует союзу **или**;
- в языках программирования **Or**.

Обозначение  $+$ ;  $\vee$ .

Таблица истинности:

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A <math>\vee</math> B</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Диаграмма Эйлера-Венна





# ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

*Логическое умножение* (конъюнкция):

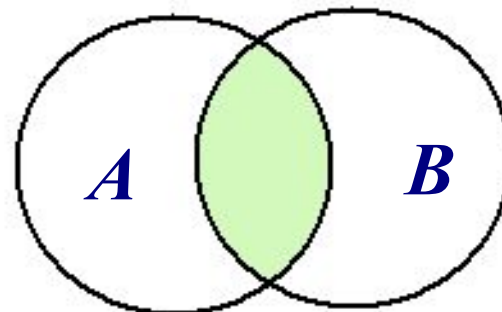
- в естественном языке соответствует союзу **и**;
- в языках программирования **And**.

Обозначение **&**;  $\wedge$ ;  $\cdot$  .

Таблица истинности:

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A<math>\wedge</math>B</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Диаграмма Эйлера-Венна





# ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

**Логическое следование** (импликация) - логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющимся **ЛОЖНЫМ** тогда и только тогда, когда из **истинной предпосылки** (первого высказывания) следует **ЛОЖНЫЙ ВЫВОД** (второе высказывание). В естественном языке соответствует обороту «если ..., то ...».

Обозначение  $\rightarrow$ .

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A <math>\rightarrow</math> B</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>



# ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

---

*Логическое следование* соответствует высказыванию  
**не А или В**

Сравним таблицы истинности:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	$\neg A$	$\neg A \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

Логические выражения, у которых последние столбцы истинности совпадают, называются ***равносильными***.

---



## ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

*Логическая операция эквивалентности* (равнозначность)

- Логическое равенство образуется соединением двух простых высказываний в одно с помощью оборота речи

*«... тогда и только тогда, когда ...».*

Обозначение  $\sim$  ;  $\Leftrightarrow$  ;  $\leftrightarrow$  .

*Составное высказывание, образованное с помощью логической операции эквивалентности, **истинно** тогда и только тогда, когда оба высказывания **одновременно либо ложны, либо истинны.***

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# ПРИОРИТЕТ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

---

- Логическое отрицание (инверсия) – «не»;  $\neg$  ;  $\bar{\quad}$  .
- Логическое умножение (конъюнкция) – «и»;  $\&$ ;  $\wedge$  ;  $\cdot$  .
- Логическое сложение (дизъюнкция) – «или»;  $+$ ;  $\vee$  .
- Логическое следование (импликация) –  $\rightarrow$  .
- Логическая операция эквивалентности –  $\sim$  ;  $\Leftrightarrow$  ;  $\leftrightarrow$  .

Для изменения указанного порядка могут использоваться скобки.



# ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

---

**Таблица истинности** определяет истинность или ложность логической функции при всех возможных комбинациях исходных значений простых высказываний.

## *Правила построения таблиц истинности.*

- 1) Подсчитать количество переменных ***n*** в логическом выражении.
- 2) Определить количество **строк** в таблице, которое равно  
$$m=2^n$$
- 3) Подсчитать количество операций в логическом выражении и определить количество **столбцов** в таблице:  
***k* = количество переменных (*n*) + количество операций.**
- 4) Ввести названия столбцов таблицы в соответствии с последовательностью выполнения логических операций с учетом скобок и приоритетов.
- 5) Заполнить столбцы логических переменных наборами значений.
- 6) Провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя базовые логические операции в соответствии с установленной в п. 4 последовательностью.



# ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

---

**Пример.** Определить истинность формулы

$$F = ((C \vee B) \rightarrow B) \wedge (A \wedge B) \rightarrow B$$

Формула является **тождественно истинной**, если все значения строк результирующего столбца будут равны **1**.

*1 шаг.* Определяем количество **строк** в таблице:

$$m = 2^3 = 8$$

*2 шаг.* Определяем количество **столбцов** в таблице:

$$k = 3 + 5 = 8$$





# ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ

$$F = ((C \vee B) \rightarrow B) \wedge (A \wedge B) \rightarrow B$$

1	2	3	4=3 $\vee$ 2	5=4 $\rightarrow$ 2	6=1 $\wedge$ 2	7=5 $\wedge$ 6	8=7 $\rightarrow$ 2
A	B	C	C $\vee$ B	(C $\vee$ B) $\rightarrow$ B	A $\wedge$ B	((C $\vee$ B) $\rightarrow$ B) $\wedge$ (A $\wedge$ B)	F
0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1



# ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

название	для И	для ИЛИ
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 0 = 0, A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A, A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$



## A7 (повышенный уровень, время – 3 мин)

---

Для какого из указанных значений  $X$  истинно  
высказывание

$$\neg((X > 2) \rightarrow (X > 3))?$$

- 1) 1      2) 2      3) 3      4) 4



## Решение

### (Вариант 1. Прямая подстановка)

---

- 1) Определим порядок действий: сначала вычисляются результаты отношений в скобках, затем выполняется импликация (поскольку есть «большие» скобки), затем – отрицание (операция «НЕ») для выражения в больших скобках.

$$\neg((X > 2) \rightarrow (X > 3))$$



## Решение

(Вариант 1. Прямая подстановка)

2) Выполняем операции для всех приведенных возможных ответов (1 обозначает истинное условие, 0 – ложное); определяем результаты сравнения в двух внутренних скобках:

$x$	$x > 2$	$x > 3$	$(x > 2) \rightarrow (x > 3)$	$\neg((x > 2) \rightarrow (x > 3))$
1	0	0	1	0
2	0	0	1	0
3	1	0	0	1
4	1	1	1	0

Таким образом, ответ – 3.



## Возможные ловушки и проблемы

---

- 1) Можно «забыть» отрицание (помните, что правильный ответ – всего один!)
- 2) Можно перепутать порядок операций (скобки, «НЕ», «И», «ИЛИ», «импликация»)
- 3) Нужно помнить таблицу истинности операции «импликация», которую очень любят составители тестов.
- 4) Этот метод проверяет только заданные числа и не дает общего решения, то есть не определяет все множество значений  $X$ , при которых выражение истинно.



## Решение

(Вариант 2. Упрощение выражения)

$$\neg((X > 2) \rightarrow (X > 3))$$

---

1. Обозначим простые высказывания буквами:

$$A = X > 2, \quad B = X > 3$$

2. Тогда можно записать все выражение в виде:

$$\neg(A \rightarrow B) \quad \text{или} \quad \overline{A \rightarrow B}$$

3. Выразим импликацию через «НЕ» и «ИЛИ»:

$$A \rightarrow B = \neg A + B = \neg A \vee B \quad \text{или} \quad \overline{A \rightarrow B} = \overline{\neg A + B}$$

4. Раскрывая по формуле де Моргана, получаем:

$$\neg(\neg A \vee B) = A \wedge \neg B \quad \text{или} \quad \overline{\neg A + B} = A \cdot \overline{B}$$

5. Таким образом, данное выражение истинно только тогда,

когда  $A$  истинно ( $X > 2$ ), а  $B$  – ложно ( $X \leq 3$ ),

то есть для всех  $X$ , таких что  $2 < X \leq 3$

**Таким образом, ответ – 3.**

---



## Возможные проблемы

---

1. Нужно помнить законы логики (например, формулы де Моргана).
2. При использовании формул де Моргана нужно не забыть заменить «И» на «ИЛИ» и наоборот.
3. Нужно не забыть, что инверсией (отрицанием) для выражения  $X > 3$  является  $X \leq 3$ , а не  $X < 3$





## Выводы

---

1. В данном случае, наверное, проще первый вариант решения (прямая подстановка всех предложенных ответов).
2. Второй вариант позволяет не только проверить заданные значения, но и получить *общее решение* – *все множество  $X$* , для которых выражение истинно; это более красиво для человека, обладающего математическим складом ума.



## A8 (базовый уровень, время – 1 мин)

---

*Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению*

$$A \wedge \neg(\neg B \vee C)$$

- 1)  $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$
- 2)  $A \vee \neg B \vee \neg C$
- 3)  $A \wedge B \wedge \neg C$
- 4)  $A \wedge \neg B \wedge C$



## Решение

(Вариант 1. Использование законов де Моргана)

---

1. Перепишем заданное выражение в других обозначениях:  $A \wedge \neg(\neg B \vee C) = A \cdot (\overline{B} + C)$
2. Применим формулу де Моргана, а затем закон двойного отрицания:  $A \cdot (\overline{B} + C) = A \cdot \overline{\overline{B}} \cdot \overline{\overline{C}}$

$$A \cdot \overline{\overline{B}} \cdot \overline{\overline{C}} = A \cdot B \cdot \overline{C}$$

3. Перепишем ответы в других обозначениях:

$$1) \quad \neg A \vee \neg B \vee \neg C = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$

$$2) \quad A \vee \neg B \vee \neg C = A + \overline{B} + \overline{C}$$

$$3) \quad A \wedge B \wedge \neg C = A \cdot B \cdot \overline{C}$$

$$4) \quad A \wedge \neg B \wedge C = A \cdot \overline{B} \cdot C$$

4. Таким образом, **правильный ответ – 3**.
-



## Возможные ловушки и проблемы

---

- 1) Серьезные сложности представляет применяемая в заданиях ЕГЭ форма записи логических выражений, поэтому рекомендуется сначала внимательно перевести их в удобный вид; потом сразу становится понятно.
  - 2) При использовании законов де Моргана часто забывают, что нужно заменить «И» на «ИЛИ» и «ИЛИ» на «И».
  - 3) Иногда для решения нужно упростить не только исходное выражение, но и заданные ответы, если они содержат импликацию или инверсию сложных выражений.
-



## Решение

(Вариант 2. Через таблицы истинности,  
если забыли формулы де Моргана)

---

1. Перепишем заданное выражение в других обозначениях:  $A \wedge \neg(\neg B \vee C) \Rightarrow A \cdot (\overline{B} + C)$
  2. Перепишем ответы в других обозначениях:
    - 1)  $\neg A \vee \neg B \vee \neg C \Rightarrow \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$
    - 2)  $A \vee \neg B \vee \neg C \Rightarrow A + \overline{B} + \overline{C}$
    - 3)  $A \wedge B \wedge \neg C \Rightarrow A \cdot B \cdot \overline{C}$
    - 4)  $A \wedge \neg B \wedge C \Rightarrow A \cdot \overline{B} \cdot C$
  3. Для доказательства равносильности двух логических выражений достаточно показать, что они принимают равные значения при всех возможных комбинациях исходных данных.
-



## Решение

(Вариант 2. Продолжение)

---

4. Поэтому можно составить таблицы истинности для исходного выражения и всех ответов и сравнить их.
5. Здесь 3 переменных, каждая из которых принимает два возможных значения (всего 8 вариантов).



## Решение.

(Вариант 2. Продолжение)

A	B	C	$A \cdot \overline{(B+C)}$	$\overline{A+B+C}$	$A+\overline{B+C}$	$A \cdot B \cdot \overline{C}$	$A \cdot \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0

Таким образом, правильный ответ – 3 .



**Решение**  
**(комментарий к таблице)**

---

- 6) Исходное выражение  $A \cdot \overline{(\overline{B} + C)}$  истинно только тогда, когда  $\overline{B} + C = 0$  и  $A = 1$ , то есть только при  $A = 1, B = 1, C = 0$  (в таблице истинности одна единица, остальные – нули)
- 7) Выражение  $\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$  истинно, если хотя бы одна из переменных равна нулю, то есть, оно будет ложно только при  $A = B = C = 1$  (в таблице истинности один нуль, остальные – единицы).





**Решение**  
(комментарий к таблице)

---

- 8) Аналогично выражение  $A + \overline{B} + \overline{C}$  ложно только при  $A = 0, B = C = 1$ , а в остальных случаях – истинно.
- 9) Выражение  $A \cdot B \cdot \overline{C}$  истинно только при  $A = B = 1, C = 0$ , а в остальных случаях – ложно.
- 10) Выражение  $A \cdot \overline{B} \cdot C$  истинно только при  $A = 1, B = 0, C = 1$ , а в остальных случаях – ложно.



## Возможные проблемы Выводы

---

- Сравнительно большой объем работы.
- Очевидно, что **проще использовать первый** вариант решения (упрощение исходного выражения и, если нужно, ответов), но для этого нужно помнить формулы.
- Если формулы забыты, всегда есть простой (хотя и более трудоемкий) вариант решения через таблицы истинности.



## В4 (высокий уровень)

---

Укажите значения переменных  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , при которых логическое выражение

$$(\neg(M \vee L) \wedge K) \rightarrow (\neg K \wedge \neg M) \vee N$$

ложно.

Ответ запишите в виде строки из 4 символов: значений переменных  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  (в указанном порядке). Так, например, строка **1101** соответствует тому, что  $K=1$ ,  $L=1$ ,  $M=0$ ,  $N=1$ .



## Решение (вариант 1)

---

1. Запишем уравнение

$$(\neg(M \vee L) \wedge K) \rightarrow (\neg K \wedge \neg M) \vee N = 0,$$

используя более простые обозначения операций:

$$\overline{(M + L)} \cdot K \rightarrow (\overline{K} \cdot \overline{M} + N) = 0$$

2. Из таблицы истинности операции «импликация»

следует, что это выражение ложно тогда и только тогда, когда одновременно  $(M + L) \cdot K = 1$  и

$$\overline{K} \cdot \overline{M} + N = 0$$



## Решение (вариант 1)

---

3. Первое равенство  $\overline{(M + L)} \cdot K = \underline{1}$  выполняется тогда и только тогда, когда  $K=1$  и  $M + L = 1$ .  
Отсюда следует  $M + L = 0$ , что может быть только при  $M = L = 0$
4. Таким образом, три переменных мы уже определили:  $K = 1$ ,  $M = 0$ ,  $L = 0$
5. Из второго условия,  $\overline{K} \cdot \overline{M} + N = 0$ , при  $K=1$  и  $M=0$  получаем  $N = 0$
5. Таким образом, правильный ответ для  $K, L, M$  и  $N$  соответственно – **1000**
-



## Возможные проблемы

---

- Переменные однозначно определяются только для ситуаций «сумма = 0» (все равны 0) и «произведение = 1» (все равны 1), в остальных случаях нужно рассматривать разные варианты.
- Не всегда выражение сразу распадается на 2 (или более) отдельных уравнения, каждое из которых однозначно определяет некоторые переменные.



## Решение (вариант 2)

---

1. Запишем уравнение

$$(\neg(M \vee L) \wedge K) \rightarrow (\neg K \wedge \neg M) \vee N = 0,$$

используя более простые обозначения операций:

$$\overline{((M + L) \cdot K)} \rightarrow (\bar{K} \cdot \bar{M} + N) = 0$$

2. Заменяем импликацию по формуле  $A \rightarrow B = \bar{A} + B$

$$\overline{\overline{((M + L) \cdot K)}} + \bar{K} \cdot \bar{M} + N = 0$$

3. Раскроем инверсию сложного выражения по

формуле де Моргана:  $M + L + \bar{K} + \bar{K} \cdot \bar{M} + N = 0$



## Решение (вариант 2)

---

4. Упростим выражение  $M + L + \underbrace{\bar{K} + \bar{K} \cdot \bar{M}} + N = 0$

$$\bar{K} + \bar{K} \cdot \bar{M} = \bar{K}(1 + \bar{M}) = \bar{K}$$

5. Тогда получим:  $M + L + \bar{K} + N = 0$

6. Мы получили уравнение вида «сумма = 0», в нем все слагаемые должны быть равны нулю.

Поэтому сразу находим  $M = L = N = 0, K = 1$

7. Таким образом, правильный ответ для  $K, L, M$  и  $N$  соответственно – **1000**





## Замечание

---

Этот способ работает всегда и дает более общее решение; в частности, можно легко обнаружить, что уравнение имеет несколько решений (тогда оно не сведется к форме «сумма = 0» или «произведение = 1»).

Нужно помнить правила преобразования логических выражений и хорошо владеть этой техникой.



## В4 (высокий уровень)

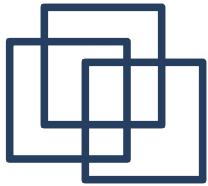
---

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((K \vee L) \rightarrow (L \wedge M \wedge N)) = 0$$

где  $K, L, M, N$  – логические переменные?

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений  $K, L, M$  и  $N$ , при которых выполнено данное равенство. **В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.**



## Решение

---

1. Перепишем уравнение, используя более простые обозначения операций:

$$((K + L) \rightarrow (L \cdot M \cdot N)) = 0.$$

2. Из таблицы истинности операции «импликация» следует, что это равенство верно тогда и только тогда, когда одновременно

$$K + L = 1 \quad \text{и} \quad L \cdot M \cdot N = 0.$$

3. Из уравнения следует, что хотя бы одна из переменных, K или L равна 1 или обе вместе; поэтому рассмотрим три случая.

$$K = 1 \text{ и } L = 0; \quad K = 1 \text{ и } L = 1; \quad K = 0 \text{ и } L = 1.$$



## Решение

- 1) Если  $K = 1$  и  $L = 0$ , то второе равенство  $L \cdot M \cdot N = 0$  выполняется при любых  $M$  и  $N$ ; поскольку существует 4 комбинации двух логических переменных (00, 01, 10 и 11), **имеем 4 разных решения.**

	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>N</b>
1.	<b>1</b>	<b>0</b>	0	0
2.	<b>1</b>	<b>0</b>	0	1
3.	<b>1</b>	<b>0</b>	1	0
4.	<b>1</b>	<b>0</b>	1	1



## Решение

- 2) Если  $K = 1$  и  $L = 1$ , то второе равенство  $L \cdot M \cdot N = 0$  выполняется при  $M \cdot N = 0$ ; существует 3 таких комбинации (00, 01 и 10), имеем еще 3 решения.

	K	L	M	N
1.	1	1	0	0
2.	1	1	0	1
3.	1	1	1	0

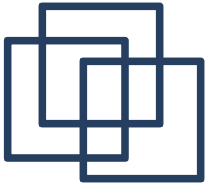


## Решение

- 3) Если  $K = 0$  и  $L = 1$  (из первого уравнения); при этом второе равенство  $L \cdot M \cdot N = 0$  выполняется при  $M \cdot N = 0$ ; существует 3 таких комбинации (00, 01 и 10), имеем еще 3 решения.

	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>N</b>
1.	<b>0</b>	<b>1</b>	0	0
2.	<b>0</b>	<b>1</b>	0	1
3.	<b>0</b>	<b>1</b>	1	0

Всего получаем:  $4 + 3 + 3 = 10$  решений.



---

## Совет

Лучше начинать с того уравнения, где меньше переменных.

## Возможные проблемы

Есть риск потерять какие-то решения при переборе вариантов.



Логическое выражение  $\neg Y \vee \neg ((X \vee Y) \wedge \neg Y) \wedge X \wedge \neg Y$   
максимально упрощается до выражения:

- 1)  $X \wedge Y$       2)  $\neg Y$       3)  $X$       4) 1

$$\neg Y \vee \neg ((X \vee Y) \wedge \neg Y) \wedge X \wedge \neg Y =$$

$$\neg Y \vee \neg (X \wedge \neg Y \vee Y \wedge \neg Y) \wedge X \wedge \neg Y =$$

$$\neg Y \vee \neg (X \wedge \neg Y \vee 0) \wedge X \wedge \neg Y =$$

$$\neg Y \vee \neg (X \wedge \neg Y) \wedge X \wedge \neg Y =$$

$$\neg Y \vee (\neg X \vee \neg \neg Y) \wedge X \wedge \neg Y =$$

$$\neg Y \vee (\neg X \vee Y) \wedge X \wedge \neg Y =$$

$$\neg Y \vee (\neg X \vee Y) \wedge X \wedge \neg Y =$$

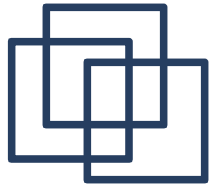
$$\neg Y \vee (\neg X \wedge X \wedge \neg Y \vee Y \wedge X \wedge \neg Y) =$$

$$\neg Y \vee (0 \wedge \neg Y \vee X \wedge 0) =$$

$$\neg Y \vee 0 = \neg Y$$

*Правильный ответ – 2*





Логическое выражение  $\neg (X \vee Y) \vee \neg X \wedge Y \vee X \vee Y$   
максимально упрощается до выражения:

- 1) 0            2) 1            3) X            4)  $\neg X \wedge Y$

$$\neg (X \vee Y) \vee \neg X \wedge Y \vee X \vee Y =$$

$$\neg X \wedge \neg Y \vee \neg X \wedge Y \vee X \vee Y =$$

$$\neg X \wedge (\neg Y \vee Y) \vee X \vee Y =$$

$$\neg X \wedge 1 \vee X \vee Y =$$

$$\neg X \vee X \vee Y =$$

$$\neg X \vee X \vee Y =$$

$$1 \vee Y =$$

$$1 \vee Y = 1$$

*Правильный ответ – 2*

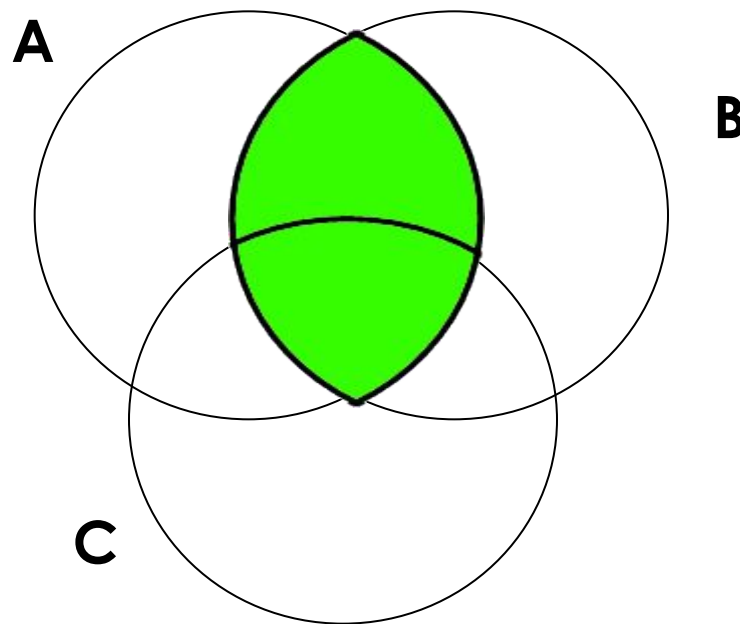
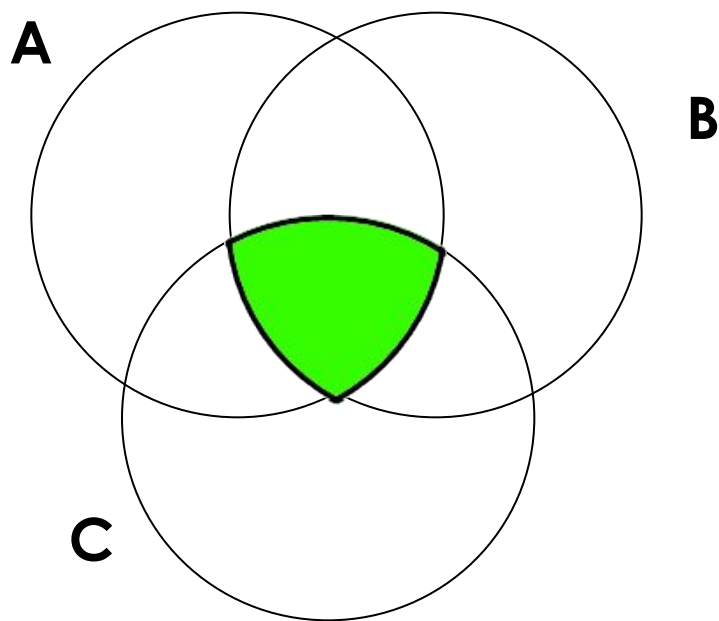


## КРУГИ ЭЙЛЕРА-ВЕННА

Покажем области, определяемые выражениями:

$$X_1 = A \cdot B \cdot C$$

$$X_2 = A \cdot B$$

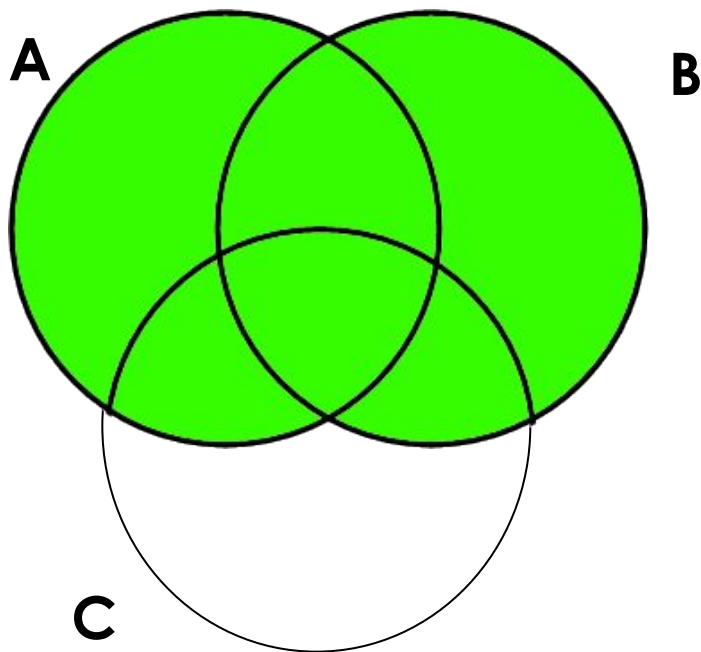




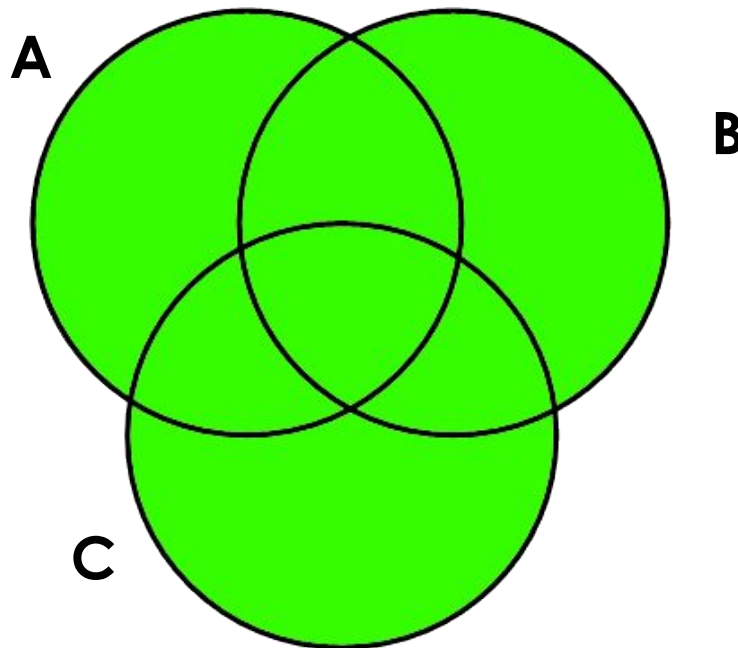
## КРУГИ ЭЙЛЕРА-ВЕННА

Покажем области, определяемые выражениями:

$$X_3 = A + B$$



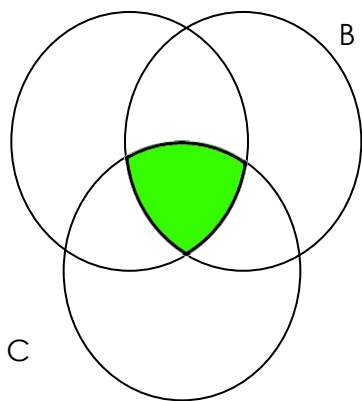
$$X_4 = A + B + C$$



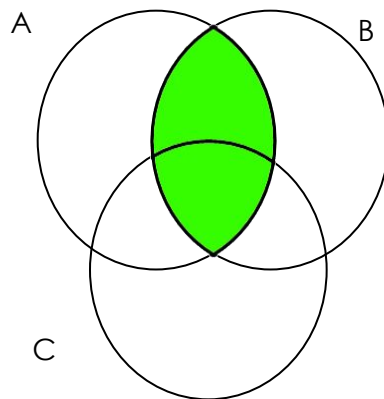


# КРУГИ ЭЙЛЕРА-ВЕННА

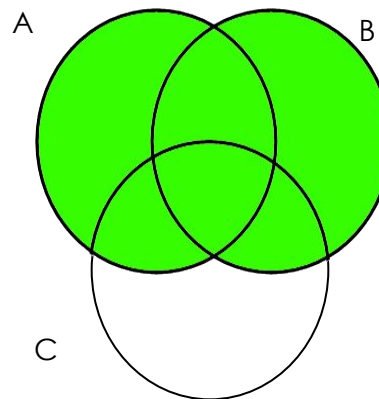
$$X_1 = A \cdot B \cdot C$$



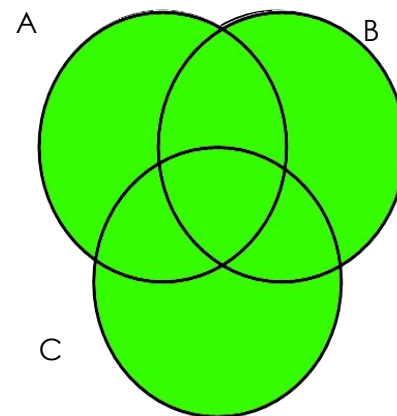
$$X_2 = A \cdot B$$



$$X_3 = A + B$$



$$X_4 = A + B + C$$



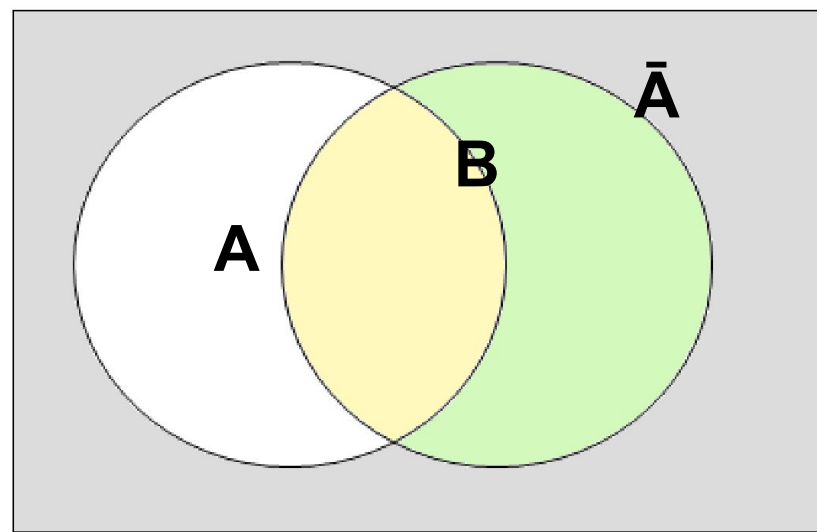
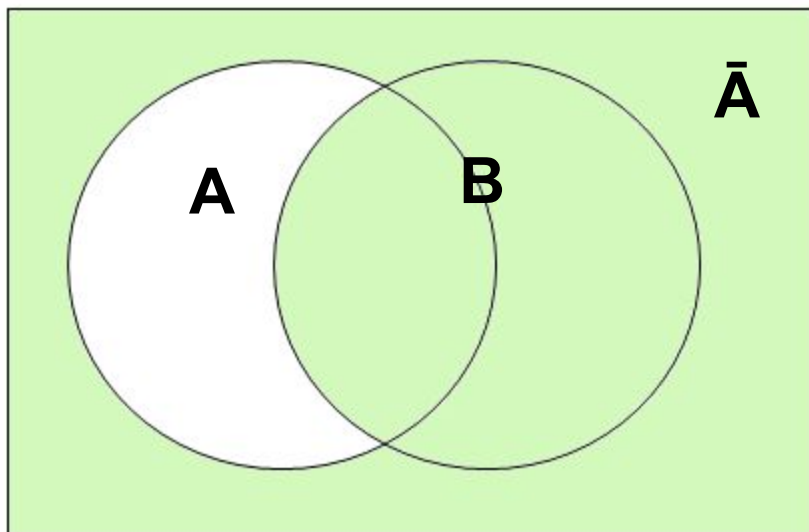


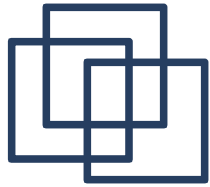
## КРУГИ ЭЙЛЕРА-ВЕННА

Покажем области, определяемые выражениями:

$$X_5 = \neg A + B$$

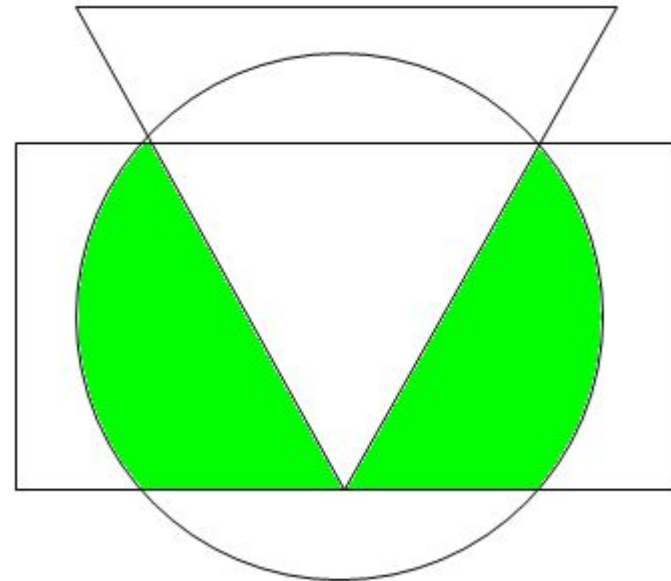
$$X_6 = \neg A \cdot B$$



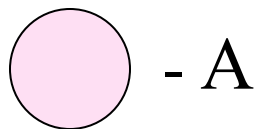


Высказывания А, В, С истинны для точек, принадлежащих соответственно для круга, треугольника и прямоугольника. Для всех точек выделенной на рисунке области истинно высказывание:

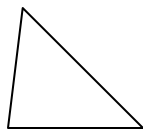
- 1) не В и А и не С
- 2) А и С и не В
- 3) не В и А или не С
- 4) С и А или не В



Задание А8. Вариант 1



- А



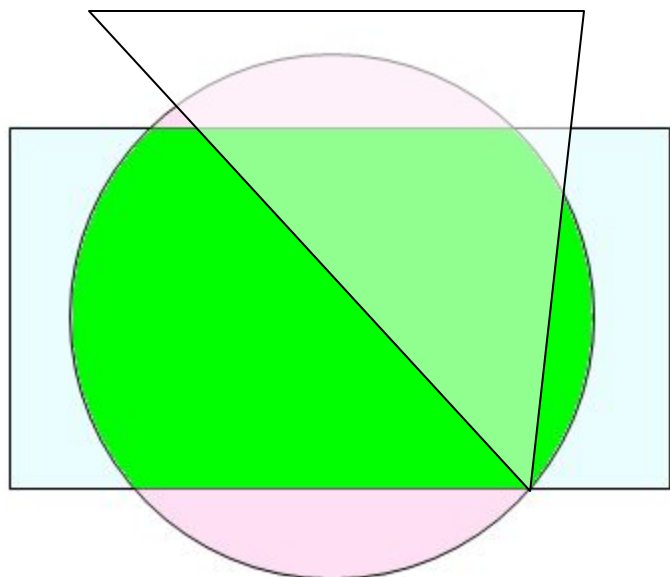
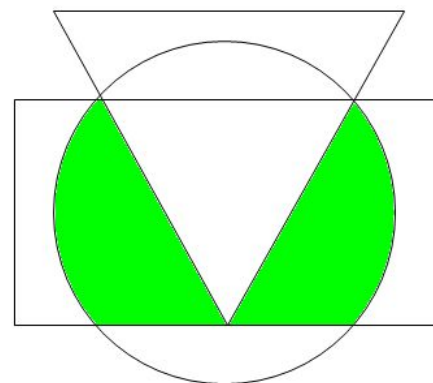
- В



- С

Варианты ответа:

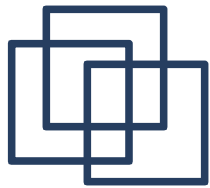
- 1) не В и А и не С
- 2) А и С и не В
- 3) не В и А или не С
- 4) С и А или не В



*1 шаг. А и С*

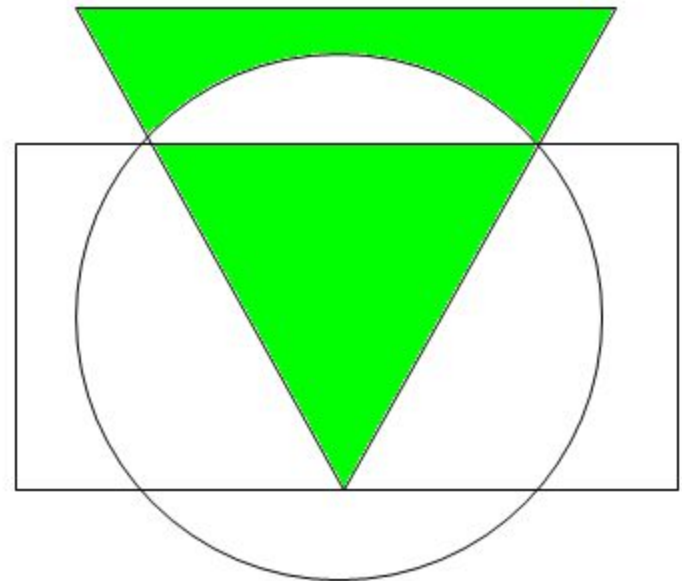
*2 шаг. А и С и не В*

*Правильный ответ – 2*



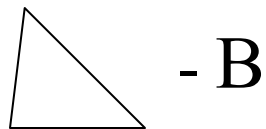
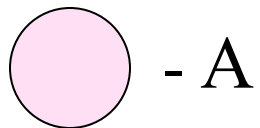
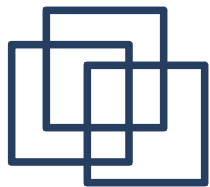
Высказывания А, В, С истинны для точек, принадлежащих соответственно для круга, треугольника и прямоугольника. Для всех точек выделенной на рисунке области истинно высказывание:

- 1) не А и не С и В
- 2) не А или не С или В
- 3) не (В и А) и С
- 4) В и (С или не А)



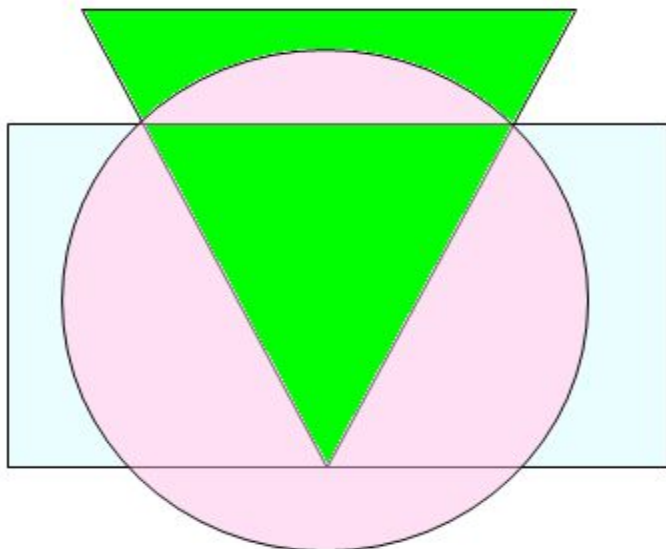
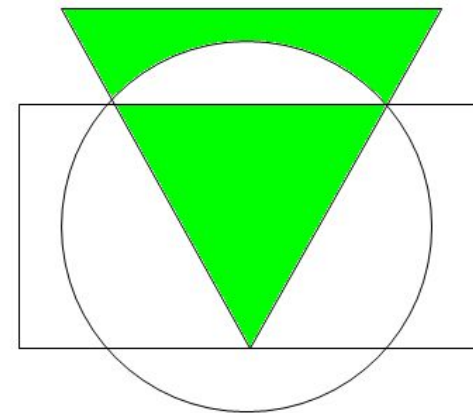


Задание А8. Вариант 2



Варианты ответа:

- 1) не A и не C и B
- 2) не A или не C или B
- 3) не (B и A) и C
- 4) B и (C или не A)



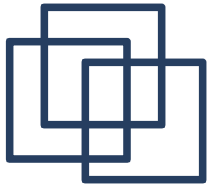
1 шаг. B и C

2 шаг. B и не A

3 шаг. (B и C) или (B и не A)

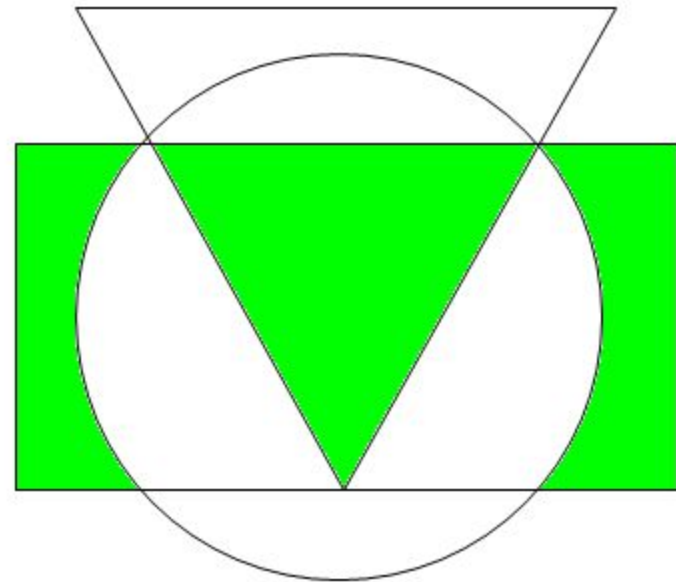
4 шаг. B и (C или не A)

*Правильный ответ – 4*

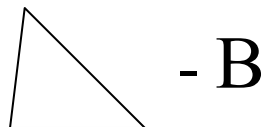
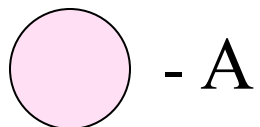


Высказывания А, В, С истинны для точек, принадлежащих соответственно для круга, треугольника и прямоугольника. Для всех точек выделенной на рисунке области истинно высказывание:

- 1) С и не А или не В
- 2) не (С или В и А)
- 3) (В или С) и (С или не А)
- 4) В и С или С и не А

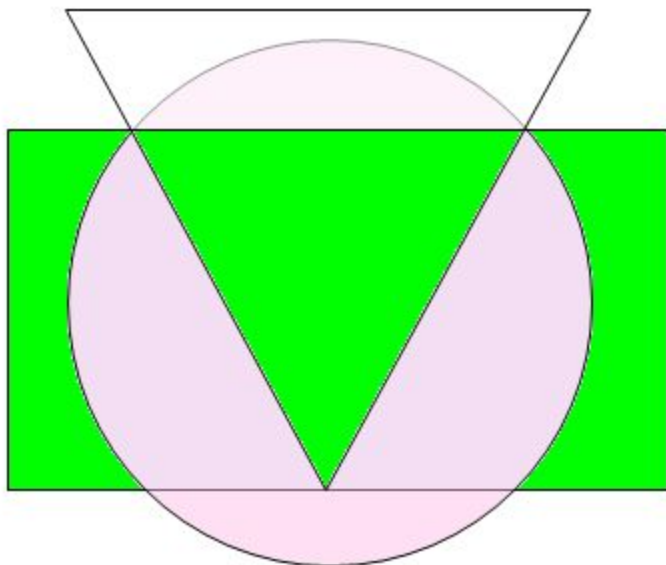
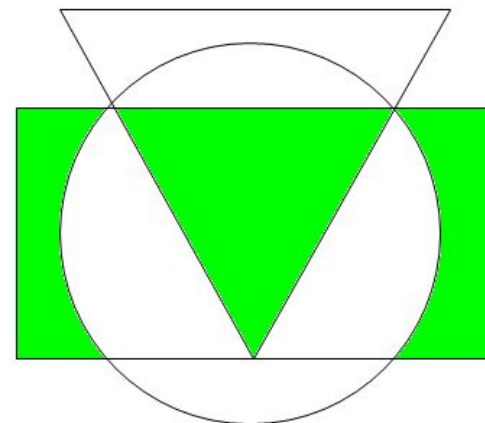


Задание А8. Вариант 3



Варианты ответа:

- 1) C и не A или не B
- 2) не (C или B и A)
- 3) (B или C) и (C или не A)
- 4) B и C или C и не A

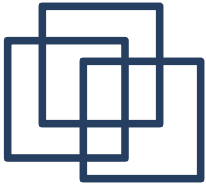


*1 шаг. не A и C*

*2 шаг. B и C*

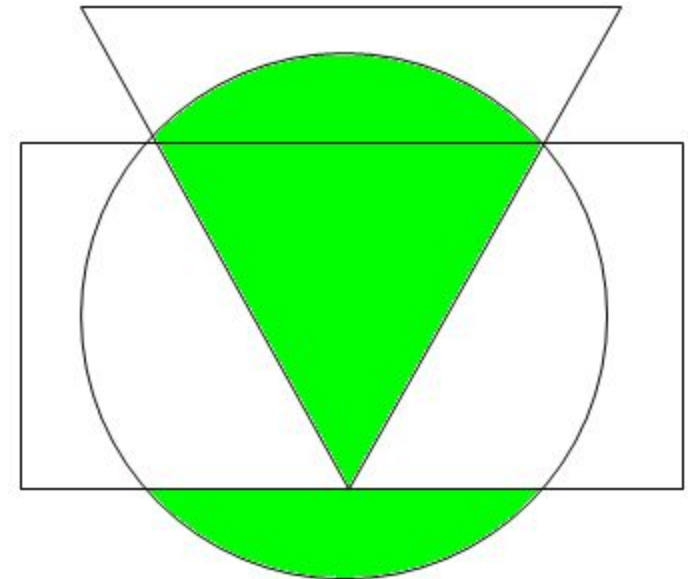
*3 шаг. (не A и C) или (B и C)*

*Правильный ответ – 4*

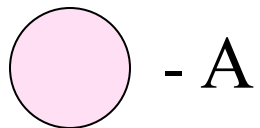
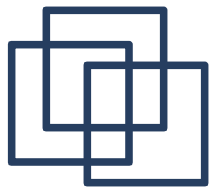


Высказывания А, В, С истинны для точек, принадлежащих соответственно для круга, треугольника и прямоугольника. Для всех точек выделенной на рисунке области истинно высказывание:

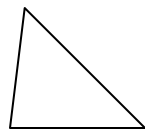
- 1) С и (В или не А)
- 2) В и С или не С и А
- 3) С или не А и не В
- 4) С и не А или В и С



Задание А8. Вариант 4



- A



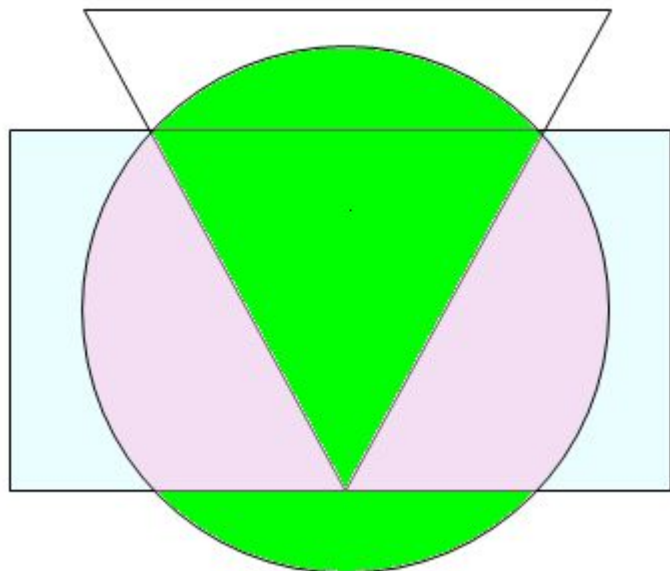
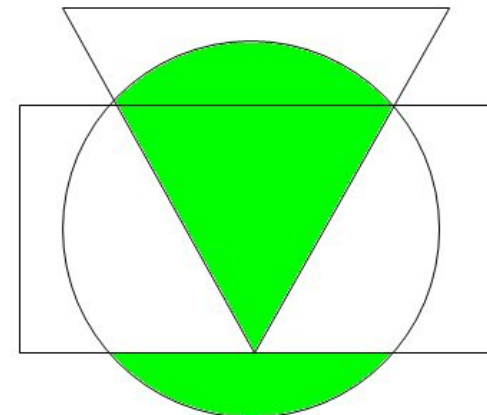
- B



- C

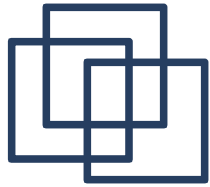
Варианты ответа:

- 1) С и (В или не А)
- 2) В и С или не С и А
- 3) С или не А и не В
- 4) С и не А или В и С



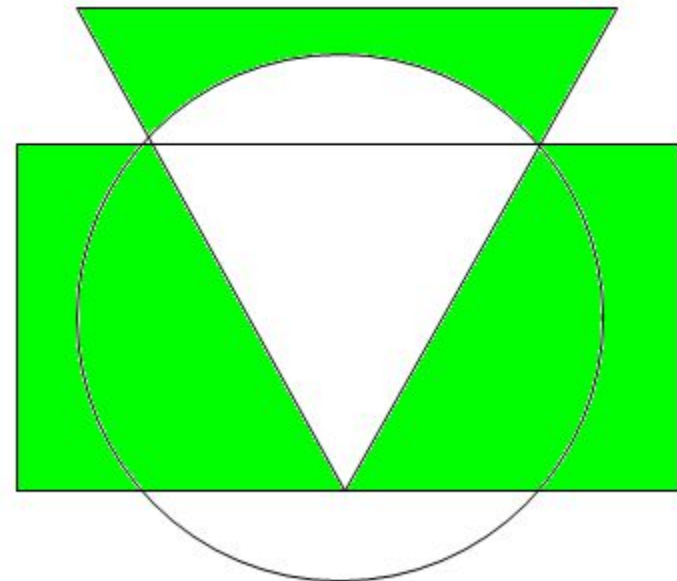
- 1 шаг. В и С*
- 2 шаг. А и не С*
- 3 шаг. (В и С) или (А и не С)*

*Правильный ответ – 2*

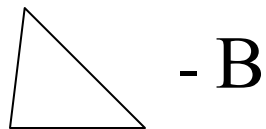
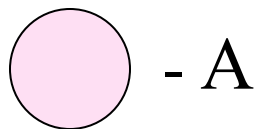


Высказывания  $A$ ,  $B$ ,  $C$  истинны для точек, принадлежащих соответственно для круга, треугольника и прямоугольника. Для всех точек выделенной на рисунке области истинно высказывание:

- 1)  $C$  и не  $A$  и не  $B$
- 2)  $B$  и не  $A$  или  $C$  и не  $B$
- 3) не  $(B$  и  $A)$  и не  $C$
- 4)  $C$  и  $B$  или не  $A$

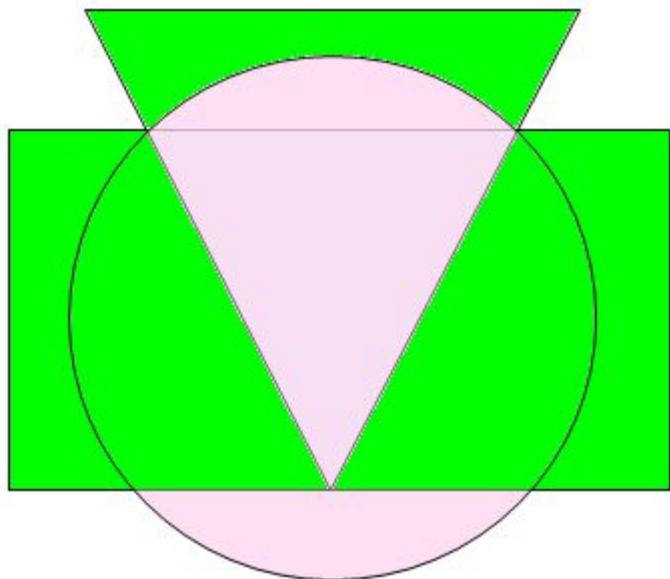
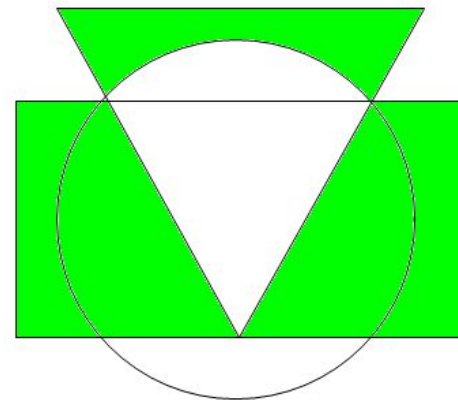


Задание А8. Вариант 5



Варианты ответа:

- 1) С и не А и не В
- 2) В и не А или С и не В
- 3) не (В и А) и не С
- 4) С и В или не А



1 шаг. С и не В

2 шаг. В и не А

3 шаг. (С и не В) или (В и не А)

*Правильный ответ – 2*



## **B10 (повышенный уровень, время – 5 мин)**

---

*В таблице приведены запросы к поисковому серверу. Расположите номера запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдет поисковый сервер по каждому запросу. Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ |, а для логической операции «И» – &.*

- 1) принтеры & сканеры & продажа**
- 2) принтеры & продажа**
- 3) принтеры | продажа**
- 4) принтеры | сканеры | продажа**





## Решение (вариант 1)

---

1) **принтеры & сканеры & продажа**

2) **принтеры & продажа**

3) **принтеры | продажа**

4) **принтеры | сканеры | продажа**

1. Меньше всего результатов выдаст запрос с наибольшими ограничениями – первый (нужны одновременно принтеры, сканеры и продажа).
2. На втором месте – второй запрос (одновременно принтеры и сканеры).
3. Далее – третий запрос (принтеры или сканеры).
4. Четвертый запрос дает наибольшее количество результатов (принтеры или сканеры или продажа).

Таким образом, **верный ответ – 1234 .**

---



## Возможные проблемы

---

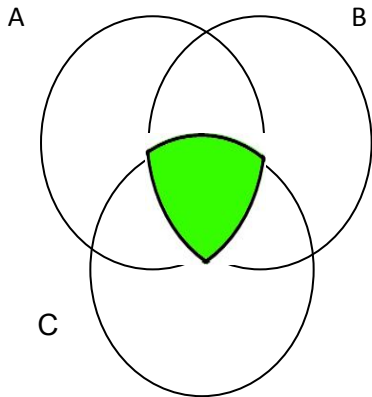
- Нужно внимательно читать условие, так как в некоторых задачах требуется перечислить запросы в порядке убывания количества результатов, а в некоторых – в порядке возрастания.
- Можно ошибиться в непривычных значках: «И» = &, «ИЛИ» = |.
- Можно перепутать значение операций «И» и «ИЛИ», а также порядок выполнения цепочки операций (сначала – «И», потом – «ИЛИ»).
- Для сложных запросов не всегда удастся так просто расположить запросы по возрастанию (или убыванию) ограничений.



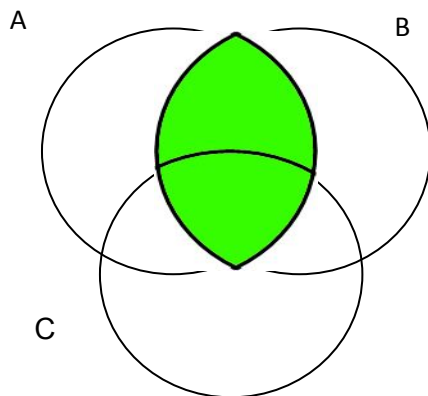
## Решение (вариант 2)

1. Запишем все ответы через логические операции.
2. Покажем области, определяемые этими выражениями, на диаграмме с тремя областями:

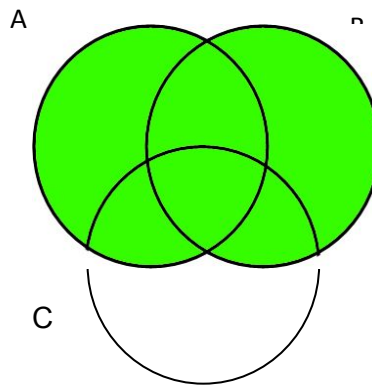
$$X_1 = A \cdot B \cdot C$$



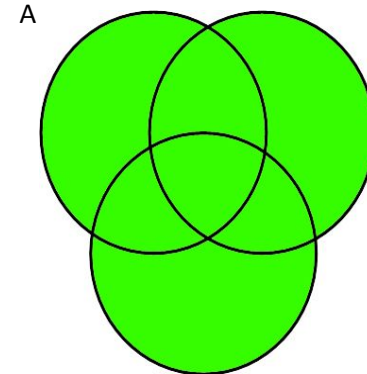
$$X_2 = A \cdot B$$



$$X_3 = A + B$$



$$X_4 = A + B + C$$



3. Сравнивая диаграммы, находим последовательность областей в порядке увеличения. Таким образом, верный ответ – **1234**.



## Возможные проблемы

---

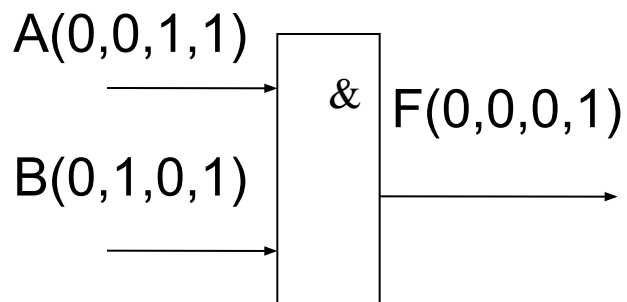
- Получается громоздкий рисунок, если используется более трех переменных (более трех кругов).



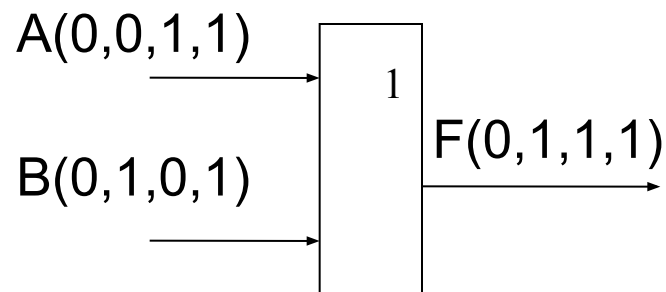
# ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ УСТРОЙСТВА КОМПЬЮТЕРА

Каждой элементарной логической операции можно поставить в соответствие элементарную логическую схему, или **вентиль**.

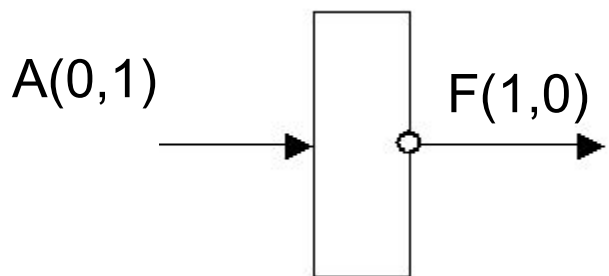
Логический элемент «И»



Логический элемент «ИЛИ»



Логический элемент «НЕ»



*На входе и выходе вентиля мы имеем физические сигналы двух видов, что можно ассоциировать с логическим 0 и логической 1.*



# ЛОГИЧЕСКИЕ СХЕМЫ

---

## *Построение логических схем по булеву выражению.*

- 1) Определить число переменных.
- 2) Определить количество логических операций и их порядок.
- 3) Построить для каждой логической операции свою схему (если это возможно).
- 4) Объединить логические схемы в порядке выполнения логических операций.

## *Построение булева выражения по логической схеме.*

- 1) На выходе каждого логического элемента записать результат логической операции.
- 2) Записать получившуюся формулу на выходе последнего элемента.
- 3) Упростить получившуюся формулу.

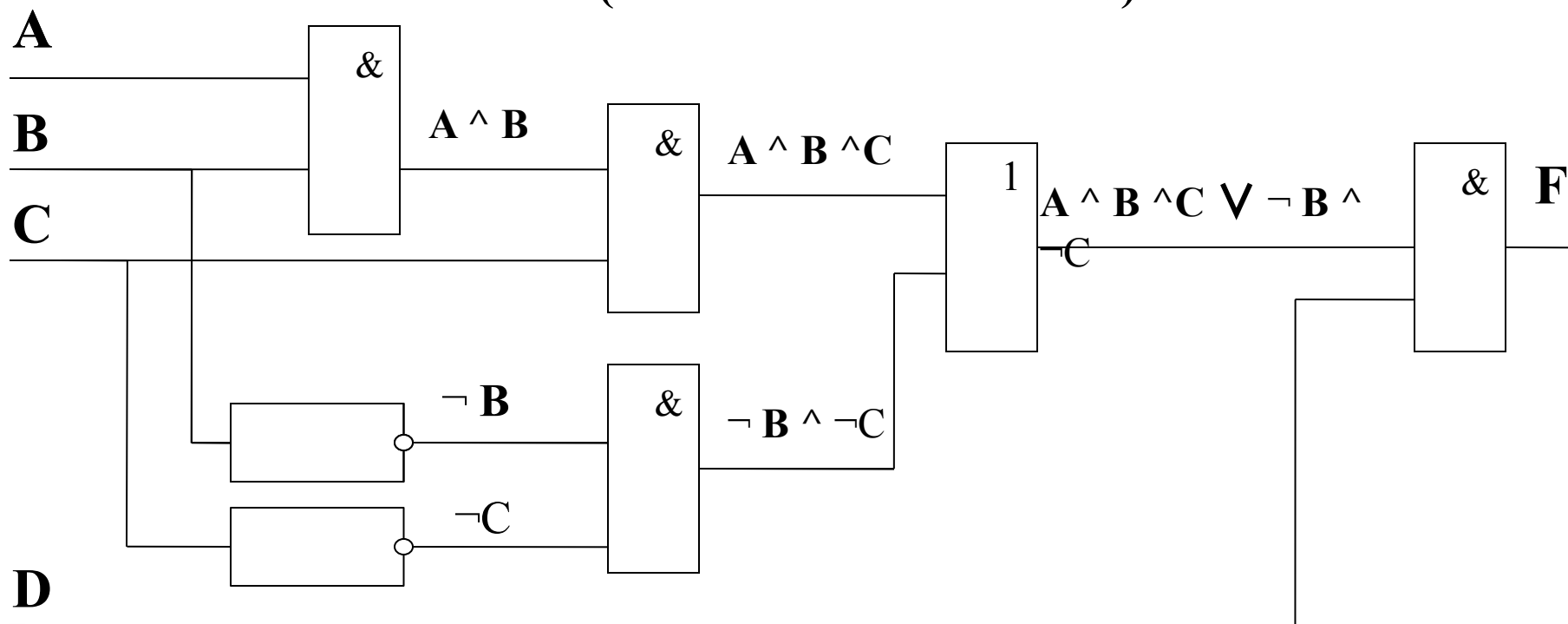


## ПОСТРОЕНИЕ ЛОГИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ПО БУЛЕВУ ВЫРАЖЕНИЮ

**Пример.**  $F = D \wedge (A \wedge B \wedge C \vee \neg B \wedge \neg C)$ .

- 1) Число переменных (входы) – 4 (A, B, C, D).
- 2) Количество логических операций (количество вентиляей) – 7.
- 3) Определяем порядок выполнения логических операций.

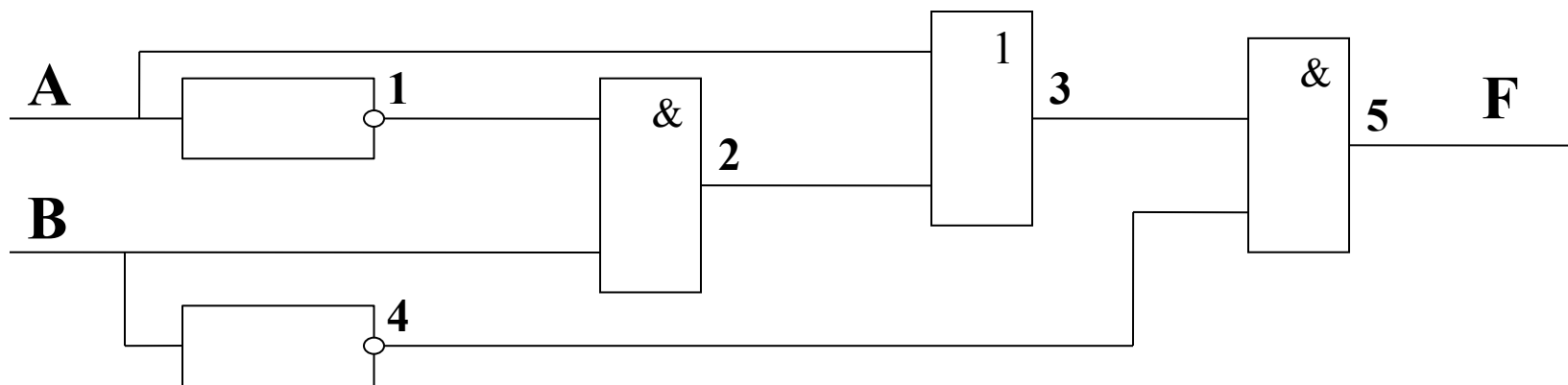
$$F = D \wedge^7 (A \wedge^3 B \wedge^4 C \vee^6 \neg^1 B \wedge^5 \neg^2 C)$$





## ПОСТРОЕНИЕ БУЛЕВА ВЫРАЖЕНИЯ ПО ЛОГИЧЕСКОЙ СХЕМЕ

**Пример.** Дана логическая схема. Построить логическое выражение, описывающее эту схему.



*Запишем значения на выходах элементов:*

1.  $\neg A$
2.  $\neg A \wedge B$
3.  $A \vee \neg A \wedge B$
4.  $\neg B$
5.  $\neg B \wedge (A \vee \neg A \wedge B)$

*То есть  $F = \neg B \wedge (A \vee \neg A \wedge B)$*

*Полученную функцию можно сократить:*

$$\begin{aligned} F &= \neg B \wedge (A \vee \neg A \wedge B) = \\ &= \neg B \wedge A \vee \neg B \wedge \neg A \wedge B = \\ &= A \wedge \neg B \vee \neg A \wedge B \wedge \neg B = \\ &= A \wedge \neg B \vee \neg A \wedge 0 = \\ &= A \wedge \neg B \end{aligned}$$





## ПОСТРОЕНИЕ БУЛЕВА ВЫРАЖЕНИЯ ПО ТАБЛИЦЕ ИСТИННОСТИ

---

- 1) Для каждой строки таблицы с **единичным** значением функции построить **минтерм**. (Минтермом называется терм-произведение, в котором каждая переменная встречается только один раз – либо с отрицанием, либо без него). Переменные, имеющие **нулевые** значения в строке, входят в минтерм с **отрицанием**, а переменные со значением **1 – без отрицания**).
- 2) Объединить все минтермы операцией **дизъюнкция**, что даст стандартную сумму произведений для заданной таблицы истинности.



## ПОСТРОЕНИЕ БУЛЕВА ВЫРАЖЕНИЯ ПО ТАБЛИЦЕ ИСТИННОСТИ

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

**Пример.** Дана таблица истинности. Построим булево выражение для F.

Найдем строки, в которых  $F=1$ . Это 2, 3, 6 строки.

Для второй строки:  $A=0, B=0, C=1$ .

$$\text{Минтерм: } \neg A \wedge \neg B \wedge C$$

Для третьей строки:  $A=0, B=1, C=0$ .

$$\text{Минтерм: } \neg A \wedge B \wedge \neg C$$

Для шестой строки:  $A=1, B=0, C=1$ .

$$\text{Минтерм: } A \wedge \neg B \wedge C$$

Объединяя термы, получим булево выражение

для F:

$$F(A, B, C) = \neg A \wedge \neg B \wedge C \vee \neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge \neg B \wedge C$$



X	Y	Z	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Дана таблица истинности выражения F.

Какое выражение соответствует F?

- 1)  $\neg X \wedge Y \wedge Z \vee X \wedge \neg Y \wedge Z \vee X \wedge Y \wedge \neg Z$
- 2)  $X \wedge Y \wedge Z \vee X \wedge \neg Y \wedge Z \vee X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$
- 3)  $\neg X \wedge Y \wedge Z \vee X \wedge Y \wedge Z \vee X \wedge \neg Y \wedge Z$
- 4)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z \vee \neg X \wedge Y \wedge Z \vee X \wedge Y \wedge \neg Z$

*Построим булево выражение для данной таблицы истинности:*

Найдем строки, в которых  $F=1$ . Это 1, 4, 7 строки.

*Для первой строки минтерм:*

$$\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$$

*Для четвертой строки минтерм:*

$$\neg X \wedge Y \wedge Z$$

*Для седьмой строки минтерм:*

$$X \wedge Y \wedge \neg Z$$

Объединяя термы, получим булево выражение для F:

$$F = \neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z \vee \neg X \wedge Y \wedge Z \vee X \wedge Y \wedge \neg Z$$

*Таким образом, правильный ответ: 4*



## A9 (базовый уровень, время – 2 мин)

Символом  $F$  обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .

Дан фрагмент таблицы истинности выражения  $F$ :

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0

Какое выражение соответствует  $F$ ?

- 1)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$
- 2)  $X \wedge Y \wedge Z$
- 3)  $X \vee Y \vee Z$
- 4)  $\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$



## Решение (Основной вариант)

---

1. Нужно для каждой строчки подставить заданные значения  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  во все функции, заданные в ответах, и сравнить результаты с соответствующими значениями  $F$  для этих данных.
2. Если для какой-нибудь комбинации  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  результат не совпадает с соответствующим значением  $F$ , оставшиеся строчки можно не рассматривать, поскольку для правильного ответа все три результата должны совпасть со значениями функции  $F$ .



## Решение (Основной вариант)

---

3. Перепишем ответы в других обозначениях:

$$1) \quad \neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$$

$$2) \quad X \wedge Y \wedge Z = X \cdot Y \cdot Z$$

$$3) \quad X \vee Y \vee Z = X + Y + Z$$

$$4) \quad \neg X \vee \neg Y \vee \neg Z = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$$



## Решение (Основной вариант)

---

4. Первое выражение,  $\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$ , равно 1 только при  $X = Y = Z = 0$ , поэтому это неверный ответ (первая строка таблицы не подходит).

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0



## Решение (Основной вариант)

---

5. Второе выражение,  $X \cdot Y \cdot Z$ , равно 1 только при  $X = Y = Z = 1$ , поэтому это неверный ответ (первая и вторая строки таблицы не подходят)

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0





## Решение (Основной вариант)

---

6. Третье выражение,  $X + Y + Z$  равно нулю при  $X = Y = Z = 0$ , поэтому это неверный ответ (третья строка таблицы не подходит)

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0



## Решение (Основной вариант)

7. Четвертое выражение,  $\bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$  равно нулю только тогда, когда  $X = Y = Z = 1$ , а в остальных случаях равно 1, что совпадает с приведенной частью таблицы истинности

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0

8. Таким образом, **правильный ответ – 4.**



Частичная таблица истинности для всех выражений имеет следующий вид:

$X$	$Y$	$Z$	$F$	$\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$	$X \cdot Y \cdot Z$	$X+Y+Z$	$\bar{X}+\bar{Y}+\bar{Z}$
1	0	0	1	0 ×	0 ×	1	1
0	0	0	1	—	—	0 ×	1
1	1	1	0	—	—	—	0

Красный крестик показывает, что значение функции не совпадает с  $F$ , а знак «—» означает, что вычислять оставшиеся значения не обязательно.



## Возможные ловушки и проблемы

---

- 1) Серьезные сложности представляет применяемая в заданиях ЕГЭ форма записи логических выражений, поэтому рекомендуется сначала внимательно перевести их в удобный вид.
- 2) Расчет на то, что ученик перепутает значки  $\wedge$  и  $\vee$ .
- 3) В некоторых случаях заданные выражения-ответы лучше сначала упростить, особенно если они содержат импликацию или инверсию сложных выражений.



## Решение (вариант 2)

---

1. Часто правильный ответ – это самая простая функция, удовлетворяющая частичной таблице истинности, то есть, имеющая **единственный нуль** или **единственную единицу** в полной таблице истинности.
2. В этом случае можно найти такую функцию и проверить, есть ли она среди данных ответов.
3. В приведенной задаче в столбце F есть единственный нуль для комбинации  $X = Y = Z = 1$
4. Выражение, которое имеет единственный нуль для этой комбинации, это  $\bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$ , оно есть среди приведенных ответов **(ответ 4)**.



## A9 (базовый уровень, время – 2 мин)

---

Символом  $F$  обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .

Дан фрагмент таблицы истинности выражения  $F$ :

Какое выражение соответствует  $F$ ?

- 1)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$
- 2)  $X \wedge Y \wedge Z$
- 3)  $X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$
- 4)  $X \vee \neg Y \vee \neg Z$

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	0
1	1	1	0



## Решение

1. Перепишем ответы в других обозначениях:

$$1) \quad \neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$$

$$2) \quad X \wedge Y \wedge Z = X \cdot Y \cdot Z$$

$$3) \quad X \wedge \neg Y \wedge \neg Z = X \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$$

$$4) \quad X \vee \neg Y \vee \neg Z = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$$

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	0	0
1	1	1	0

2. В столбце F есть единственная единица для комбинации  $X = 1, Y = Z = 0$ , простейшая функция, истинная (только) для этого случая, имеет вид  $X \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$ , она есть среди приведенных ответов.

3. Таким образом, **правильный ответ – 3.**



## Задание А11. Вариант 10

Источник: «Информатика: готовимся к ЕГЭ», Зеленко Л.С., Сопченко Е.В., Самара, 2008

База данных «Книги», наряду с другими, имеет поля с названиями «возраст» и «год издания». В базе данных находятся 33 записи о книгах для детей младшего, среднего и старшего школьного возраста. Количество записей  $N$ , удовлетворяющих различным запросам, приведено в следующей таблице:

Запрос	N
Год издания $\geq 2000$ или возраст $\neq$ средний	25
Неверно, что (возраст = средний или возраст = младший)	9
Год издания $< 2000$ и возраст $\neq$ младший	14

«возраст = старший и год издания  $\geq 2000$ », равно:

- 1) 8                      2) 6                      3) 3                      4)





## Задание А11. Вариант 10

Источник: «Информатика: готовимся к ЕГЭ», Зеленко Л.С., Сопченко Е.В., Самара, 2008

**1 шаг.** Обращаем внимание на логические операции и операции отношения.

Запрос	N
Год издания $\geq 2000$ <b>или</b> возраст $\leq$ средний	25
<b>Неверно, что</b> (возраст = средний <b>или</b> возраст = младший)	9
Год издания $< 2000$ <b>и</b> возраст $\leq$ младший	14

Запрос «возраст = старший и год издания  $\geq 2000$ »

**2 шаг.** По закону де Моргана преобразуем **вторую** строку:

$$\mathbf{НЕ} (\mathbf{СРЕД} \mathbf{или} \mathbf{МЛ}) = \mathbf{НЕ} \mathbf{СРЕД} \mathbf{и} \mathbf{НЕ} \mathbf{МЛ} = 9,$$

следовательно старших (СТ) = 9

<b>НЕ</b> (возраст = средний <b>или</b> возраст = младший)	9
<b>НЕ</b> (возраст = средний) <b>и</b> <b>НЕ</b> (возраст = младший)	9
возраст = старший	9



## Задание А11. Вариант 10

Источник: «Информатика: готовимся к ЕГЭ», Зеленко Л.С., Сопченко Е.В., Самара, 2008

Запрос	N
Год издания $\geq 2000$ <b>или</b> возраст $\langle \rangle$ средний	25
<b>возраст = старший</b>	9
Год издания $< 2000$ <b>и</b> возраст $\langle \rangle$ младший	14

Запрос «возраст = старший и год издания  $\geq 2000$ »

**3 шаг.** По законам де Моргана и двойного отрицания преобразуем **первую** строку:

Год издания $\geq 2000$ <b>или</b> возраст $\langle \rangle$ средний	25
<b>НЕ</b> (Год издания $\geq 2000$ <b>или</b> (возраст $\langle \rangle$ средний))	$33-25=8$
<b>НЕ</b> (Год издания $\geq 2000$ ) <b>и</b> <b>НЕ</b> (возраст $\langle \rangle$ средний)	8
Год издания $< 2000$ <b>и</b> возраст = средний	8



## Задание А11. Вариант 10

Источник: «Информатика: готовимся к ЕГЭ», Зеленко Л.С., Сопченко Е.В.,  
Самара, 2008

Запрос	N
Год издания < 2000 <b>и</b> возраст = средний	8
возраст = старший	9
Год издания < 2000 <b>и</b> возраст <> младший	14

Запрос: «возраст = старший и год издания  $\geq 2000$ »

4 шаг. Запрос **возраст <> младший** соответствует запросу **возраст = старший **или** возраст = средний**.

Преобразуем третью строку:

Год издания < 2000 <b>и</b> возраст <> младший	14
Год издания < 2000 <b>и</b> (возраст = старший <b>или</b> возраст = средний)	14



## Задание А11. Вариант 10

Источник: «Информатика: готовимся к ЕГЭ», Зеленко Л.С., Сопченко Е.В., Самара, 2008

Запрос	N
Год издания < 2000 <b>и</b> возраст = средний	8
возраст = старший	9
Год издания < 2000 <b>и</b> (возраст = старший <b>или</b> возраст = средний)	14

Запрос «возраст = старший и год издания  $\geq 2000$ »

Варианты ответа: 1) 8      2) 6      3) 3      4) 14

**5 шаг.** Сравнивая первую и третью строки, делаем вывод, что

Год издания < 2000 <b>и</b> возраст = старший	$14 - 8 = 6$
---	--------------

**6 шаг.** Из второй строки известно сколько всего **возраст = старший (9)**.

Делаем вывод, что

Год издания $\geq 2000$ <b>и</b> возраст = старший	$9 - 6 = 3$
--	-------------

**Правильный ответ:**      3



## Алгоритм решения логических задач

---

1. внимательно изучить условие;
2. выделить простые высказывания и обозначить их латинскими буквами;
3. записать условие задачи на языке алгебры логики;
4. составить конечную формулу, для этого объединить логическим умножением формулы каждого утверждения, приравнять произведение единице;
5. упростить формулу, проанализировать полученный результат *или* составить таблицу истинности, найти по таблице значения переменных, для которых  $P = 1$ , проанализировать результаты.



## В6 (повышенный уровень, время – 8 мин) Пример 1 (2007)

---

В школьном первенстве по настольному теннису в четверку лучших вошли девушки: Наташа, Маша, Люда и Рита. Самые горячие болельщики высказали свои предположения о распределении мест в дальнейших состязаниях.

Один считает, что ***первой будет Наташа, а Маша будет второй.***

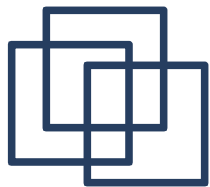
Другой болельщик ***на второе место прочит Люду, а Рита, по его мнению, займет четвертое место.***

Третий любитель тенниса с ними не согласился. Он считает, что ***Рита займет третье место, а Наташа будет второй.***

Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый из болельщиков был **прав только в одном из своих прогнозов.** Какое место на чемпионате заняли **Наташа, Маша, Люда, Рита?**

(В ответе перечислите подряд без пробелов числа, соответствующие местам девочек в указанном порядке имен.)

---



# В6 (повышенный уровень, время – 8 мин)

## Пример 1 (2007)

$$\begin{array}{l}
 1) \quad H1 \wedge M2 \\
 2) \quad Л2 \wedge P4
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 \overline{H1 \wedge M2} = 1 \\
 \overline{Л2 \wedge P4} = 1
 \end{cases}$$

$$(\overline{H1 \wedge M2} \vee \overline{Л2 \wedge P4}) \wedge (P3 \wedge H2 \vee \overline{P3} \wedge \overline{H2}) = 1$$

$$(H1 \cdot M2 + \overline{H1} \cdot \overline{M2}) \cdot (Л2 \cdot P4 \cdot P3 \cdot H2 + \overline{Л2} \cdot \overline{P4} \cdot \overline{P3} \cdot \overline{H2} + Л2 \cdot P4 \cdot P3 \cdot H2 + \overline{Л2} \cdot \overline{P4} \cdot \overline{P3} \cdot \overline{H2}) =$$

$$H1 \cdot M2 \cdot Л2 \cdot P4 \cdot P3 \cdot H2 + H1 \cdot M2 \cdot \overline{Л2} \cdot \overline{P4} \cdot \overline{P3} \cdot \overline{H2} + H1 \cdot M2 \cdot Л2 \cdot P4 \cdot P3 \cdot H2 + H1 \cdot M2 \cdot \overline{Л2} \cdot \overline{P4} \cdot \overline{P3} \cdot \overline{H2} +$$

$$= H1 \cdot M2 \cdot Л2 \cdot P4 \cdot P3 \cdot H2$$

Наташа – 1  
 Маша – 4  
 Люда – 2  
**⇒ Ответ: 1423**



## В6 (повышенный уровень, время – 8 мин)

### Пример 2 (2008)

---

Перед началом Турнира Четырех болельщики высказали следующие предположения по поводу своих кумиров:

- А) Макс победит, Билл – второй;
- В) Билл – третий, Ник – первый;
- С) Макс – последний, а первый – Джон.

Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на турнире заняли Джон, Ник, Билл, Макс? (В ответе перечислите подряд без пробелов места участников в указанном порядке имен.)





## Решение

Применим к этой задаче формальный аппарат математической логики.

Каждый из трех болельщиков высказал два утверждения, всего получилось 6; обозначим их так:

А: **М1** = «Макс – первый», **Б2** = «Билл – второй»

В: **Н1** = «Ник – первый», **Б3** = «Билл – третий»

С: **Д1** = «Джон – первый», **М4** = «Макс – четвертый»

*Теперь нужно записать, что у каждого одно высказывание верно, а второе неверно:*

$$\begin{array}{l} 1) \text{ М1 } \wedge \\ \text{Б2} \\ 2) \text{ Б3 } \wedge \\ \text{Н1} \\ 3) \text{ М4 } \wedge \\ \text{Д2} \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \overline{\text{М1}} \wedge \text{Б2} \vee \text{М1} \wedge \overline{\text{Б2}} \\ \overline{\text{Б3}} \wedge \text{Н1} \vee \text{Б3} \wedge \overline{\text{Н1}} \\ \text{М4} \wedge \overline{\text{Д2}} \vee \overline{\text{М4}} \wedge \text{Д2} \end{array} \right. = 1$$



## Решение

$$\begin{aligned}
& (M1 \cdot \neg B2 + \neg M1 \cdot B2) \cdot (B3 \cdot \neg H1 + \neg B3 \cdot H1) \cdot (M4 \cdot \neg D1 + \neg M4 \cdot D1) \\
&= (M1 \cdot \neg B2 \cdot B3 \cdot \neg H1 + \underbrace{M1 \cdot \neg B2 \cdot \neg B3 \cdot H1}_0 + \underbrace{\neg M1 \cdot B2 \cdot B3 \cdot \neg H1 + \neg M1 \cdot B2 \cdot \neg B3 \cdot H1}_0) \cdot (M4 \cdot \neg D1 + \neg M4 \cdot D1) = \\
&= (M1 \cdot \neg B2 \cdot B3 \cdot \neg H1 + \neg M1 \cdot B2 \cdot \neg B3 \cdot H1) \cdot (M4 \cdot \neg D1 + \neg M4 \cdot D1) \\
&= \underbrace{M1 \cdot \neg B2 \cdot B3 \cdot \neg H1 \cdot M4 \cdot \neg D1}_0 + \underbrace{M1 \cdot \neg B2 \cdot B3 \cdot \neg H1 \cdot \neg M4 \cdot D1}_0 + \\
&+ \neg M1 \cdot B2 \cdot \neg B3 \cdot H1 \cdot M4 \cdot \neg D1 + \underbrace{\neg M1 \cdot B2 \cdot \neg B3 \cdot H1 \cdot \neg M4 \cdot D1}_0 = \\
&= \neg M1 \cdot B2 \cdot \neg B3 \cdot H1 \cdot M4, \text{ следовательно}
\end{aligned}$$

Ник – первый, Билл – второй, Макс четвертый Джон – третий

Ответ: 3124



## В6 (повышенный уровень, время – 8 мин)

### Пример 3 (2009)

---

Классный руководитель пожаловался директору, что у него в классе появилась компания из 3-х учеников, один из которых всегда говорит правду, другой всегда лжет, а третий говорит через раз то ложь, то правду. Директор знает, что их зовут Коля, Саша и Миша, но не знает, кто из них правдив, а кто – нет. Однажды все трое прогуляли урок астрономии. Директор знает, что никогда раньше никто из них не прогуливал астрономию. Он вызвал всех троих в кабинет и поговорил с мальчиками. Коля сказал: «Я всегда прогуливаю астрономию. Не верьте тому, что скажет Саша». Саша сказал: «Это был мой первый прогул этого предмета». Миша сказал: «Все, что говорит Коля, – правда». Директор понял, кто из них кто. Расположите первые буквы имен мальчиков в порядке: «говорит всегда правду», «всегда лжет», «говорит правду через раз». (Пример: если бы имена мальчиков были Рома, Толя и Вася, ответ мог бы быть: РТВ).

---



## Решение (вариант 1)

---

1. Во-первых, есть «точная» информация, которая не подвергается сомнению: (\*) все трое прогуляли урок астрономии в первый раз.
2. Запишем высказывания мальчиков:  
**Коля:** 1. Я всегда прогуливаю астрономию.  
2. Саша врет.  
**Саша:** 1. Я в первый раз прогулял астрономию.  
**Миша:** 1. Коля говорит правду.
3. Известно, что один из них все время лжет, второй – говорит правду, а третий говорит правду через раз (то есть, из двух его высказываний одно истинно, а второе – ложно).



## Решение (вариант 1)

---

**Коля:** 1. Я всегда прогуливаю астрономию.

2. Саша врет.

**Саша:** 1. Я в первый раз прогулял астрономию.

**Миша:** 1. Коля говорит правду.

4. Сопоставив первое высказывание Коли (Я всегда прогуливаю астрономию) и высказывание Саши (Я в первый раз прогулял астрономию) с «точной» информацией (\*), сразу определяем, то тут Коля соврал, а Саша сказал правду; это значит, что второе высказывание Коли – тоже неверно, поэтому мальчик **Коля всегда лжет.**

5. Тогда один из оставшихся, Саша или Миша, говорит правду всегда, а второй – через раз.

---



## Решение (вариант 1)

---

**Коля:** лжет

**Саша:** 1. Я в первый раз прогулял астрономию.

**Миша:** 1. Коля говорит правду.

6. Мишино высказывание неверно, поскольку мы уже определили, что Коля лжет; это значит, что **Миша** не всегда говорит правду, он – «**полу-лжец**».
7. Тогда получается, что **Саша всегда правдив**, и действительно, его высказывание верно.
8. Таким образом, **верный ответ – СКМ** (Саша – правдив, Коля – лжец, Миша – «полу-лжец» ).



## Возможные проблемы

---

- Длинное запутанное условие, из которого нужно выделить действительно существенную информацию и формализовать ее.
- Легко по невнимательности перепутать порядок букв в ответе (здесь сначала правдивый, потом – лжец, потом – «полу-лжец»).



## В6 (повышенный уровень, время – 8 мин)

### Пример 4 (Вариант №2, 2009)

---

Один из пяти братьев – Никита, Глеб, Игорь, Андрей или Дима – испек маме пирог. Когда она спросила, кто сделал ей такой подарок, братья ответили следующее:

Никита: «Пирог испек Глеб или Игорь».

Глеб: «Это сделал не я и не Дима».

Андрей: «Нет, один из них сказал правду, а другой обманул».

Дима: «Нет, Андрей, ты не прав».

Мама знает, что трое из сыновей всегда говорят правду. Кто же испек пирог?

---





# Решение

## Пример 4 (Вариант №2, 2009)

---

Обозначим высказывания:

$F = \Gamma + И$       *Никита: «Пирог испек Глеб или Игорь».*

$K = \neg \Gamma \cdot \neg Д$       *Глеб: «Это сделал не я и не Дима».*

$C = (F \cdot \neg K) + (\neg F \cdot K)$       *Андрей: «Нет, один из них сказал правду, а другой обманул».*

$W = \neg C$       *Дима: «Нет, Андрей, ты не прав».*

*Составим таблицу истинности, найдем в ней строку с тремя истинными высказываниями из  $F, K, C, W$ .*

*По таблице истинности (см. следующий слайд) пирог испек Игорь.*



# Решение

## Пример 4 (Вариант №2, 2009)

$$F = \Gamma + И$$

$$K = \neg \Gamma \cdot \neg Д$$

$$C = (F \cdot \neg K) + (\neg F \cdot K)$$

$$W = \neg C$$

			1	2			3				4	
$\Gamma$	$И$	$Д$	$F = \Gamma + И$	$\neg \Gamma$	$\neg Д$	$K = \neg \Gamma \cdot \neg Д$	$\neg K$	$\neg F$	$(F \cdot \neg K)$	$(\neg F \cdot K)$	$C = (F \cdot \neg K) + (\neg F \cdot K)$	$W = \neg C$
0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0



## В6 (повышенный уровень, время – 8 мин)

### Пример 5 (Вариант №1, 2009)

---

Три друга – Петр, Роман и Сергей – учатся на математическом (М), физическом (Ф) и химическом (Х) факультетах.

Если Петр математик, то Сергей не физик. Если Роман не физик, то Петр – математик. Если Сергей не математик, то Роман – химик.

Определите специальность каждого. Ответ запишите в виде строки из трех символов, соответствующих первым буквам названия специальностей Петра, Романа и Сергея (в указанном порядке). *Так, например, строка МФХ соответствует тому, что Петр – математик, Роман – физик, Сергей – химик.*

---



## Решение

### Пример 5 (Вариант №1, 2009)

---

A Петр - математик

B Сергей-не физик

C Роман физик

D Сергей математик       $D = \neg B$

E Роман химик       $E = \neg C$

$$\begin{aligned} & (A \rightarrow \neg B) \cdot (\neg C \rightarrow A) \cdot (\neg D \rightarrow E) = \\ & = (\neg A + \neg B) \cdot (C + A) \cdot (D + E) = \\ & = (\neg A + \neg B) \cdot (C + A) \cdot (\neg B + \neg C) = \\ & = \neg B + (\neg A \cdot \neg C) \cdot (A + C) = \neg B = 1, \end{aligned}$$

Значит  $B=0, D=1$  Сергей математик,

Следовательно,  $A=0$

$\neg C \rightarrow A = 1$

$C + A = 1$

$C = 1$

Роман физик, а Петр химик

Ответ: ХФМ

---



## В6 (повышенный уровень, время – 8 мин)

### Пример 6 (Вариант №4, 2009)

---

Три студента Антонов, Волков, Сергеев стремятся сдать сессию на отлично. Были высказаны следующие предположения:

- сдача экзаменов на отлично студентам Волковым равносильна тому, что сдаст на отлично Антонов или Сергеев;
- неверно, что сдаст на отлично Волков или одинаково на отлично сдадут Антонов и Сергеев;
- студент Сергеев не сдаст экзамены на отлично и это притом, что если Антонов сдаст на одни пятерки, то и Волков сдаст так же отлично.

После сессии оказалось, что только одно из трех предположений ложно. Кто сдал экзамены на отлично? В ответе укажите первые буквы фамилий студентов. *Например, ответ ABC означает, что все трое сдали экзамены на одни пятерки.*

---



## В6 (повышенный уровень, время – 8 мин) Пример 7

Андрей, Ваня и Саша собрались в поход. Учитель хорошо знавший этих ребят, высказал следующие предположения:

- 1) Андрей пойдет в поход только тогда, когда пойдут Ваня и Саша.
- 2) Андрей и Саша друзья, а это значит, что они пойдут в поход вместе или же оба останутся дома.
- 3) Чтобы Саша пошел в поход, необходимо, чтобы пошел Ваня.

Когда ребята пошли в поход, оказалось, что учитель немного ошибся: из трех его утверждений истинными оказались только два. Кто из названных ребят пошел в поход?

$$1) A \rightarrow B \wedge C$$

$$2) A \wedge C \vee \overline{A} \wedge \overline{C}$$

C

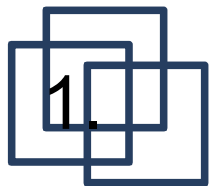
$$3) C \rightarrow B$$



$$\left[ \begin{array}{l} \overline{A} \vee B \wedge C \\ A \wedge C \vee \overline{A} \wedge \overline{C} \\ \overline{C} \\ C \vee B \end{array} \right.$$

1	1	0
1	0	1
0	1	1





# Информационные ресурсы

---

1. «Практикум по информатике и информационным технологиям», Н.Д. Угринович, Л.Л. Босова, М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2004
  2. «Информатика. Задачник- практикум в 2 т.», Под ред. И.Г. Семакина, Е.К. Хеннера, М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2002
  3. «Информатика: готовимся к ЕГЭ», Зеленко Л.С., Сопченко Е.В., Самара, 2008
  4. «ЕГЭ 2008. Информатика. Федеральный банк экзаменационных материалов», П.А. Якушкин, С. С. Крылов, М.: Эксмо, 2008
  5. «ЕГЭ 2009. Информатика.», Ярцева, Цикина, 2009
  6. «ЕГЭ 2009. Информатика - Универсальные материалы для подготовки учащихся», Крылов С.С, Лешинер В.Р, Якушкин П.А.
  7. Готовимся к ЕГЭ по информатике - Самылкина Н.Н.
  8. ЕГЭ Информатика : Раздаточный материал тренировочных тестов, Гусева И.Ю.
  9. ЕГЭ Информатика - ЕГЭ это просто! Молодцов В.А.
  10. ЕГЭ 2009 Информатика, Книга Сборник Экзаменационных заданий ЕГЭ 2009 ЭКСМО
  11. ЕГЭ 2009 Информатика, ЕГЭ 2009 по информатике от ФИПИ
  12. <http://kpolyakov.narod.ru>
  13. <http://www.ctege.org> - Подготовка к ЕГЭ
  14. <http://www.websib.ru/noos/informatika/ege.htm> - Предметный сайт для учителей информатики.
  15. <http://pedsovet.su/load/7> - "Сообщество взаимопомощи учителей", раздел по информатике.
-