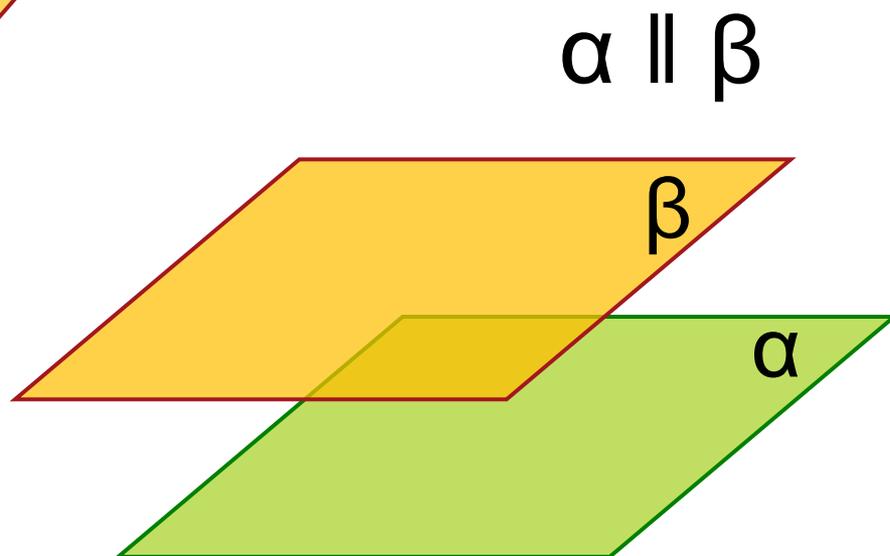
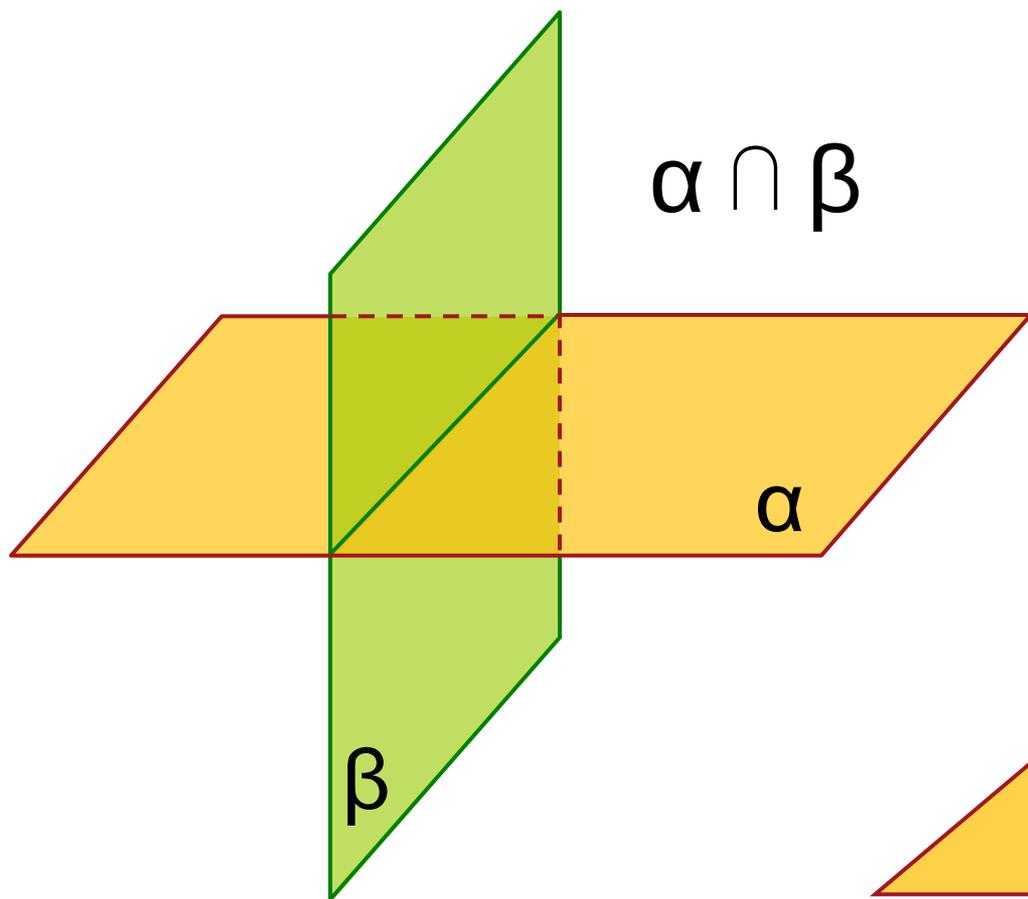




Параллельность плоскостей

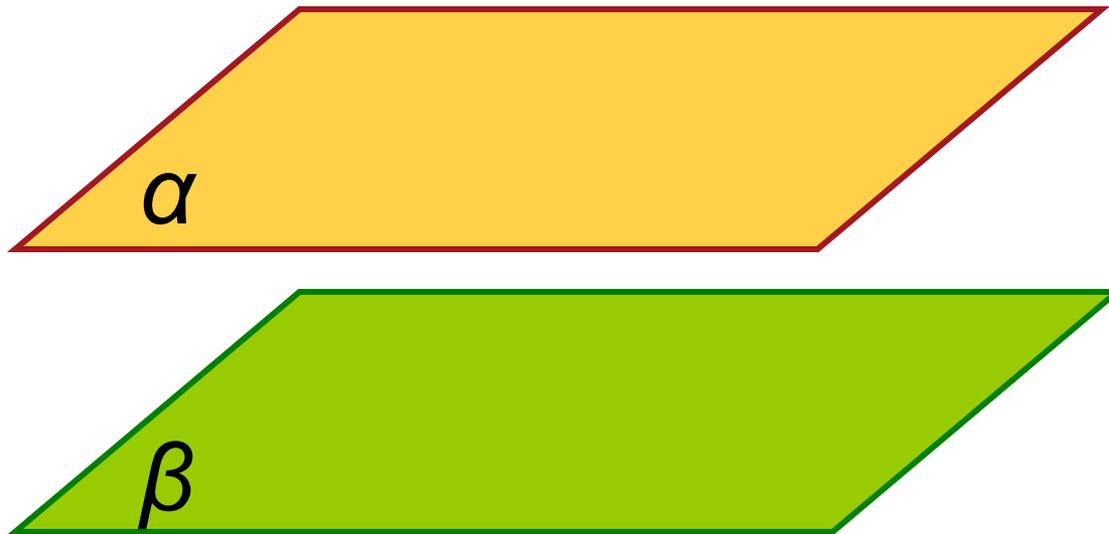
Взаимное расположение плоскостей



Определение

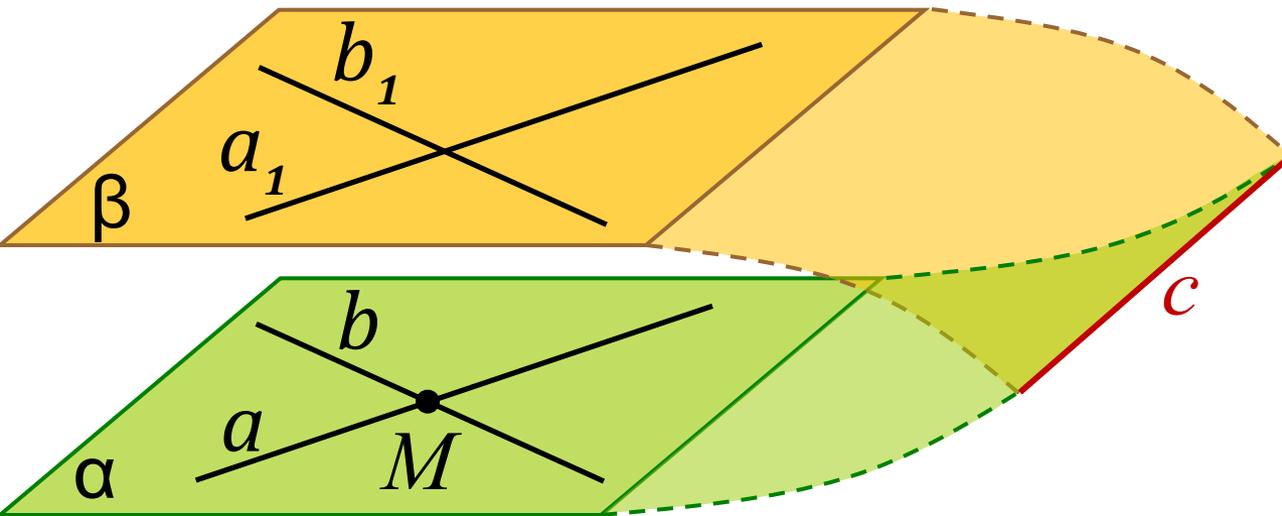
Две плоскости называются **параллельными**, если они не пересекаются

$$\alpha \parallel \beta$$



Признак параллельности плоскостей

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны



Дано: $\alpha; \beta;$

$a \subset \alpha; a_1 \subset \beta; a \parallel a_1;$

$b \subset \alpha, b_1 \subset \beta; b \parallel$

$b_1;$

$a \cap b = M.$

Доказать: $\alpha \parallel \beta$

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

По признаку параллельности прямой и плоскости $a \parallel \beta$ и $b \parallel \beta$.

Доказательство: (от противного)

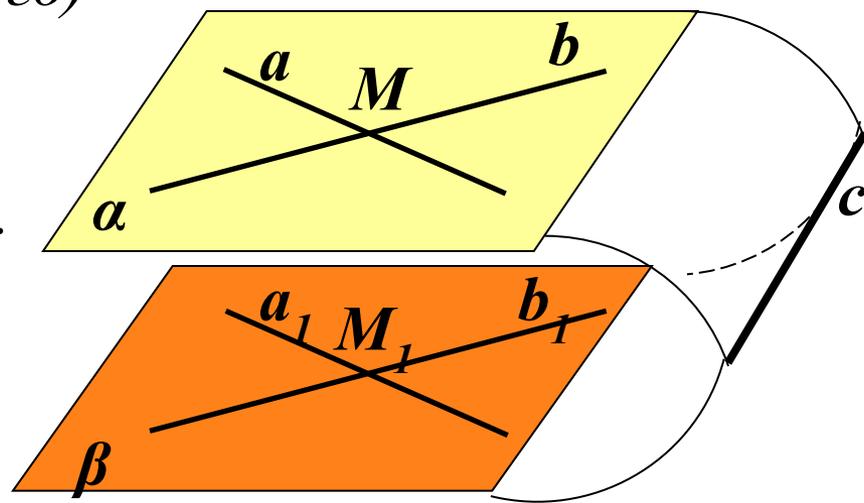
Пусть $\alpha \cap \beta = c$

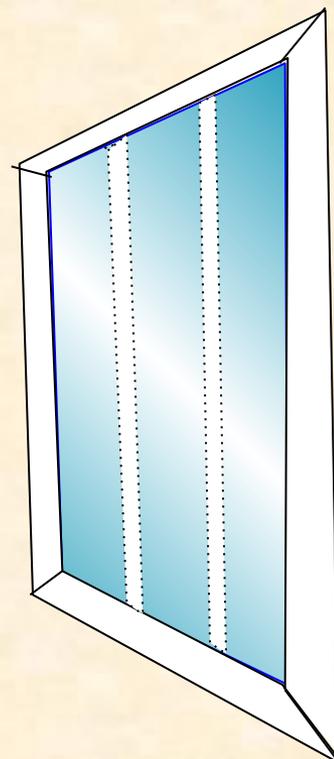
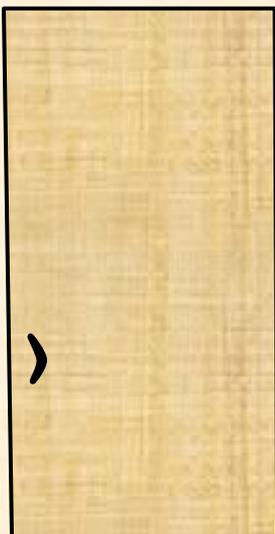
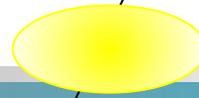
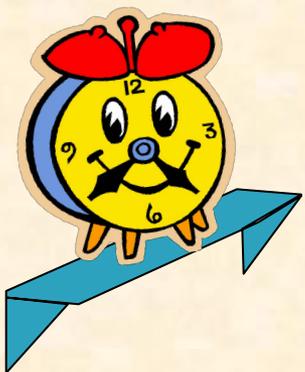
1) Тогда $a \parallel \beta$, т.к. $a \parallel a_1, a_1 \in \beta$
 $a \in \alpha; \alpha \cap \beta = c$, значит $a \parallel c$.

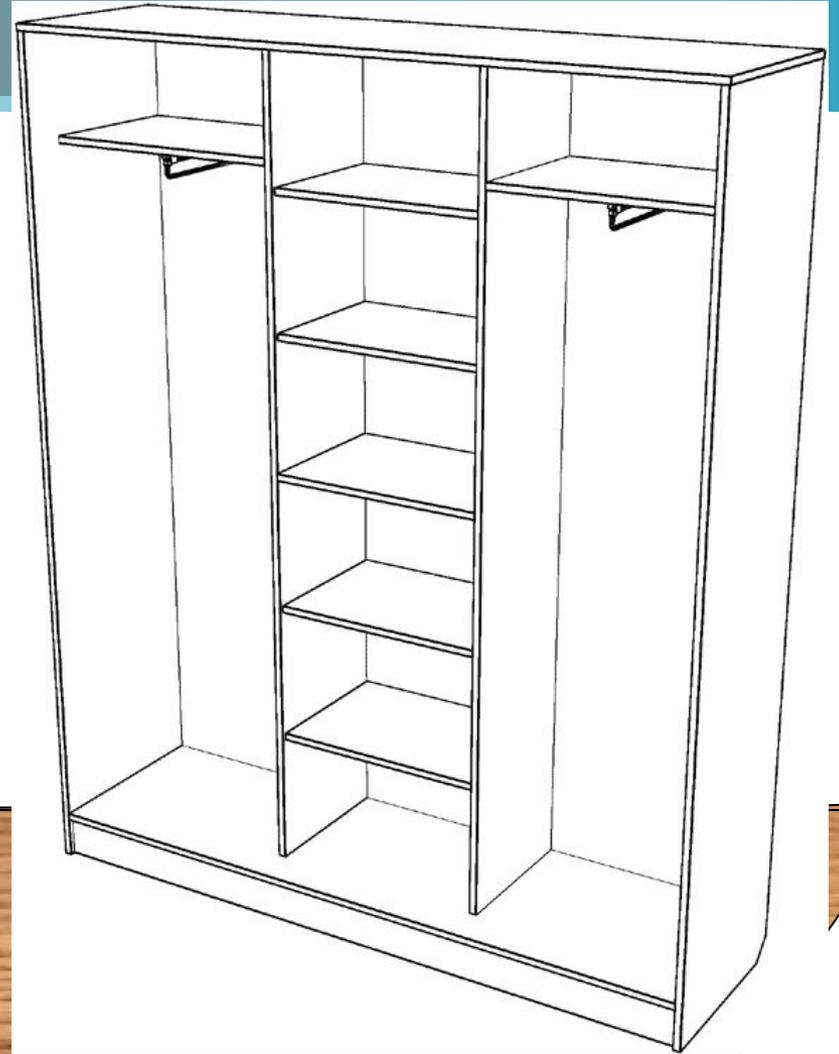
2) $b \parallel \beta$, т.к. $b \parallel b_1, b_1 \in \beta$
 $b \in \alpha, \alpha \cap \beta = c$, значит $b \parallel c$.

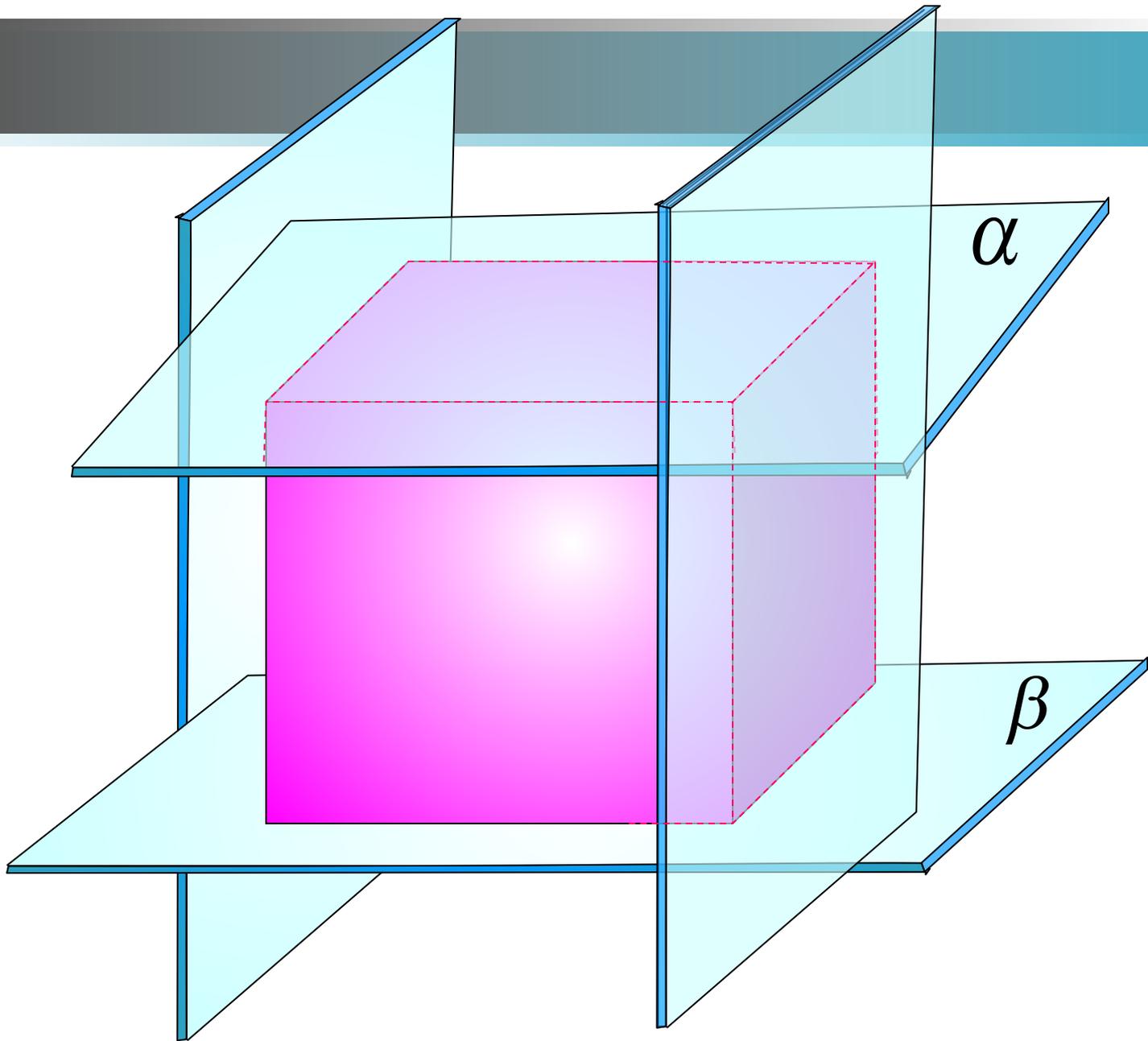
3) Имеем $a \parallel b$, то есть
через точку M проходят
две прямые a и b ,
параллельные прямой c .

Получили противоречие. Значит, $\alpha \parallel \beta$.







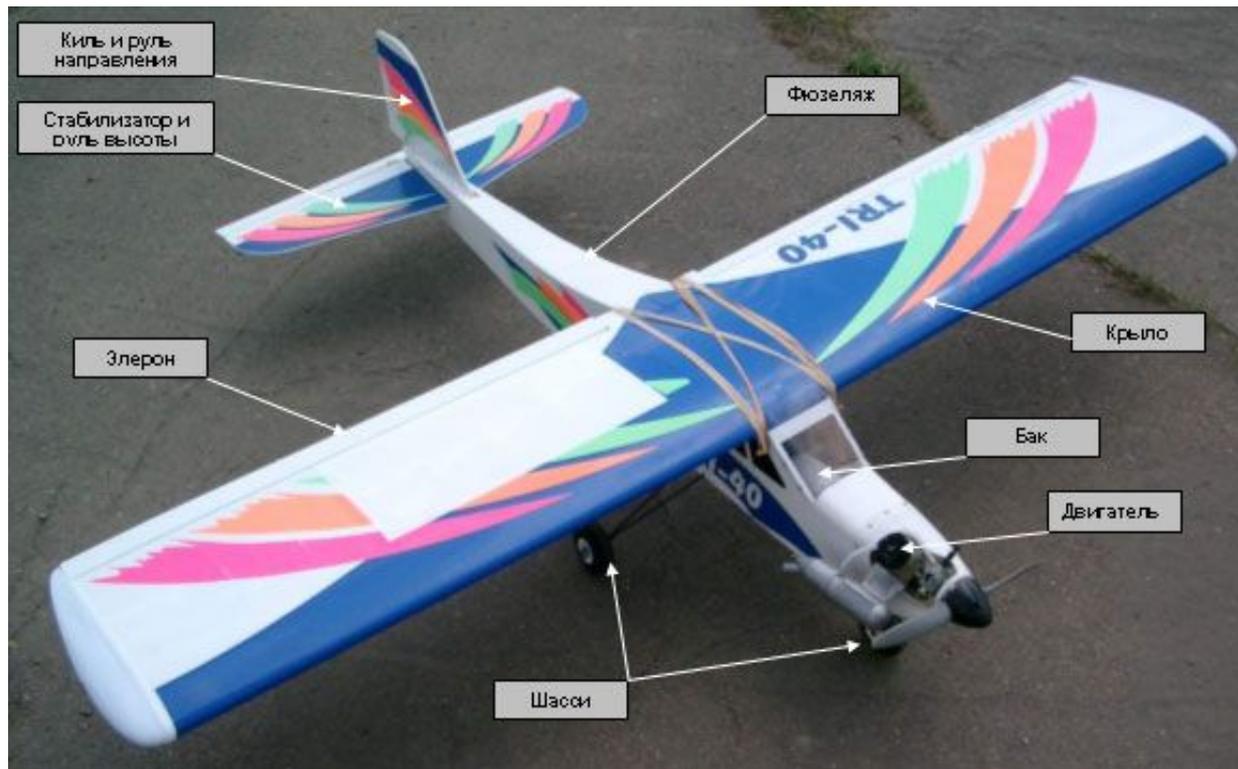


Параллельные плоскости в природе



Если стоять спиной к водопаду, скалы образуют геометрически правильные параллельные плоскости

Параллельные плоскости в технике



Параллельные плоскости «летают»

Параллельные плоскости в быту



- ◆ В своей сущности и основе геометрия – это пространственное воображение, пронизанное и организованное строгой логикой
- ◆ В ней всегда присутствуют эти два неразрывно связанных элемента: наглядная картина и точная формулировка, строгий логический вывод.
- ◆ Там, где нет одной из этих сторон, нет и подлинной геометрии.

Параллельные плоскости в искусстве

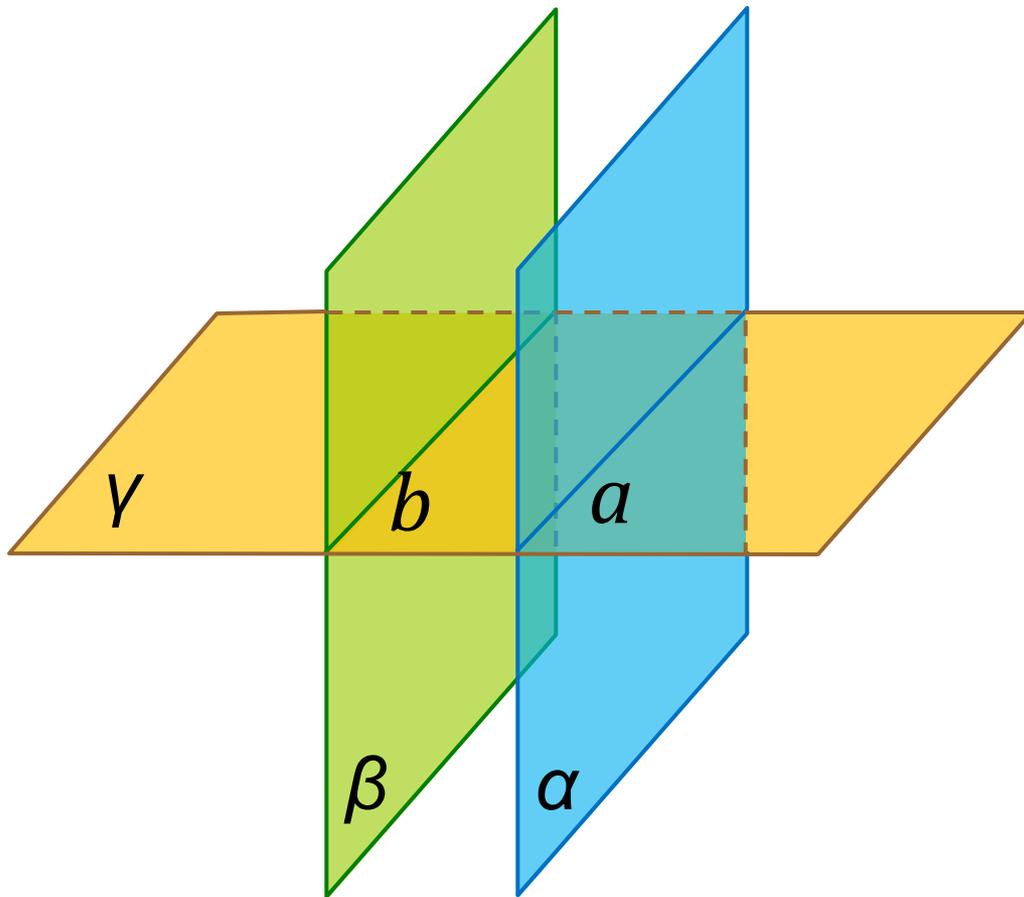
- ◆ Д.Грин
- ◆ «Мечты»
- »



- ◆ ***Силуэты мальчика расположены в параллельных плоскостях***

1 свойство параллельных плоскостей

Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны

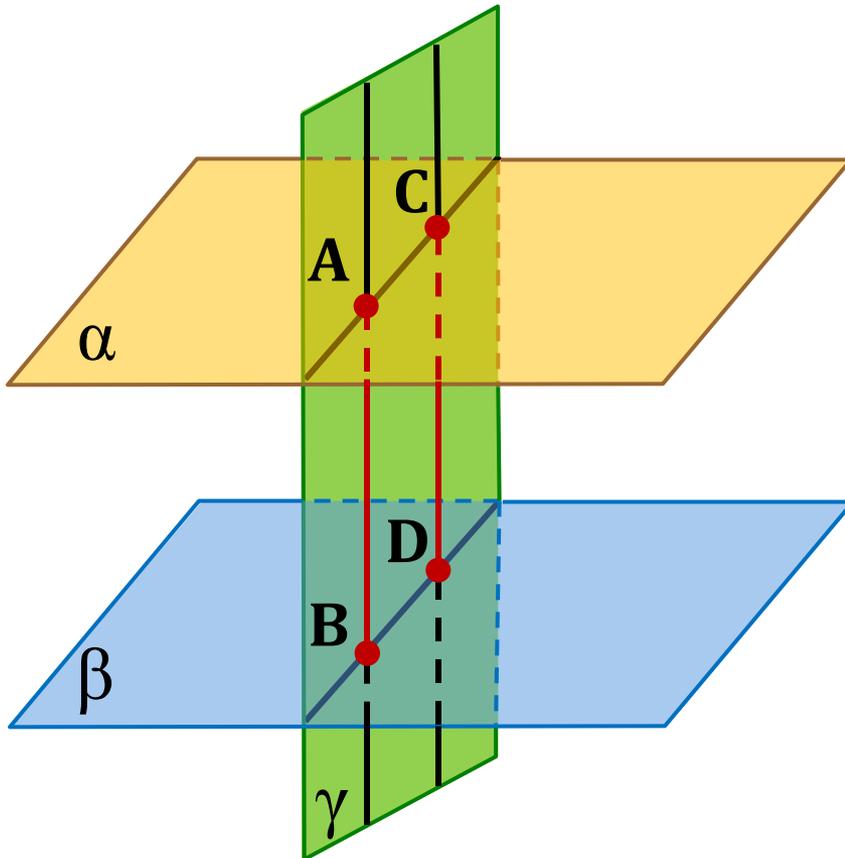


Дано: $\alpha, \beta, \gamma, \alpha \parallel \beta$
 $\gamma \cap \alpha = a, \gamma \cap \beta = b$

Доказать: $a \parallel b$

2 свойство параллельных плоскостей

Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны



Дано: α ; β ; γ ;
 $\alpha \parallel \beta$; $\gamma \cap \alpha = AC$;
 $\gamma \cap \beta = BD$; $AB \parallel CD$.

Доказать: $AB = CD$

Задача № 51.

(еще один признак)

Дано: $t \cap p = K$, $t \in \alpha$, $p \in \alpha$,

$t \parallel \beta$, $p \parallel \beta$.

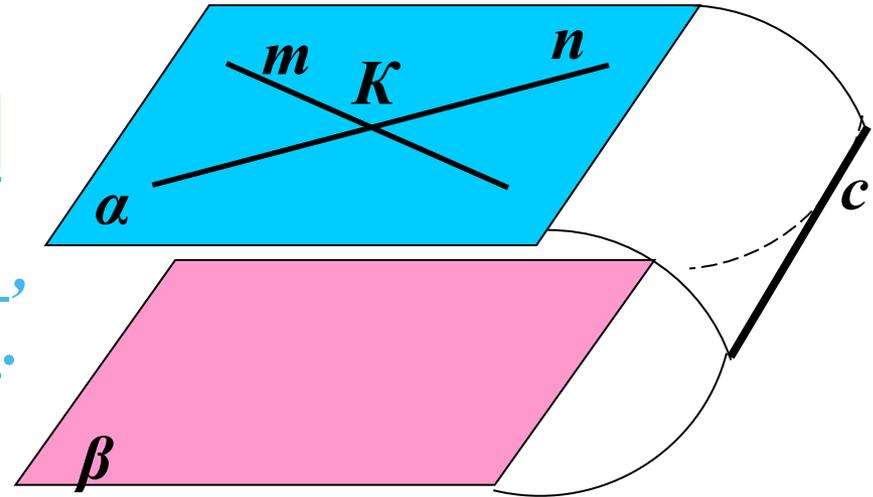
Доказать: $\alpha \parallel \beta$ $\alpha \cap \beta = c$

1) Допустим, что $\alpha \cap \beta = c$

2) Так как $n \parallel \beta$, $m \parallel \beta$,
то $m \parallel c$ и $n \parallel c$.

3) Получаем, что
через точку K проходят две прямые параллельные прямой c .

Вывод: $\alpha \parallel \beta$



лежат в одной плоскости и имеет общую
середину - точку O . Доказать: $A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$.

Доказательство:

A_1A_2 и B_1B_2 лежат в одной плоскости по следствию из A_1 (через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна).

$A_1B_1A_2B_2$ - параллелограмм (диагонали четырехугольника пересекаются и в точке пересечения делятся пополам). Следовательно, $A_1B_1 \parallel A_2B_2$

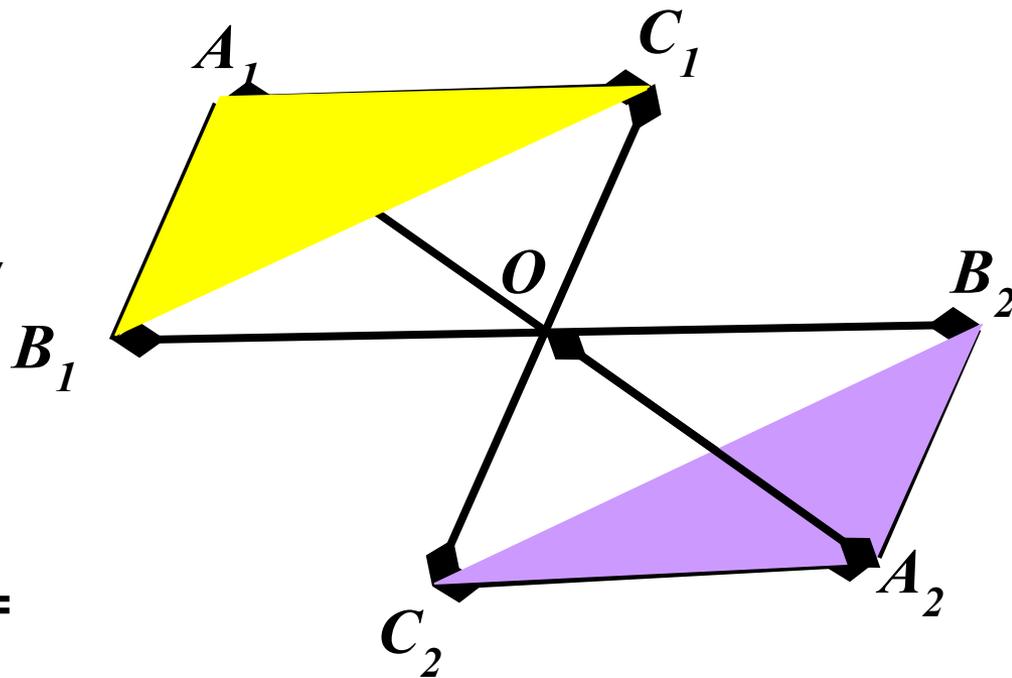
Аналогично A_1A_2 и C_1C_2 лежат в одной плоскости.

$A_1C_1A_2C_2$ - параллелограмм.

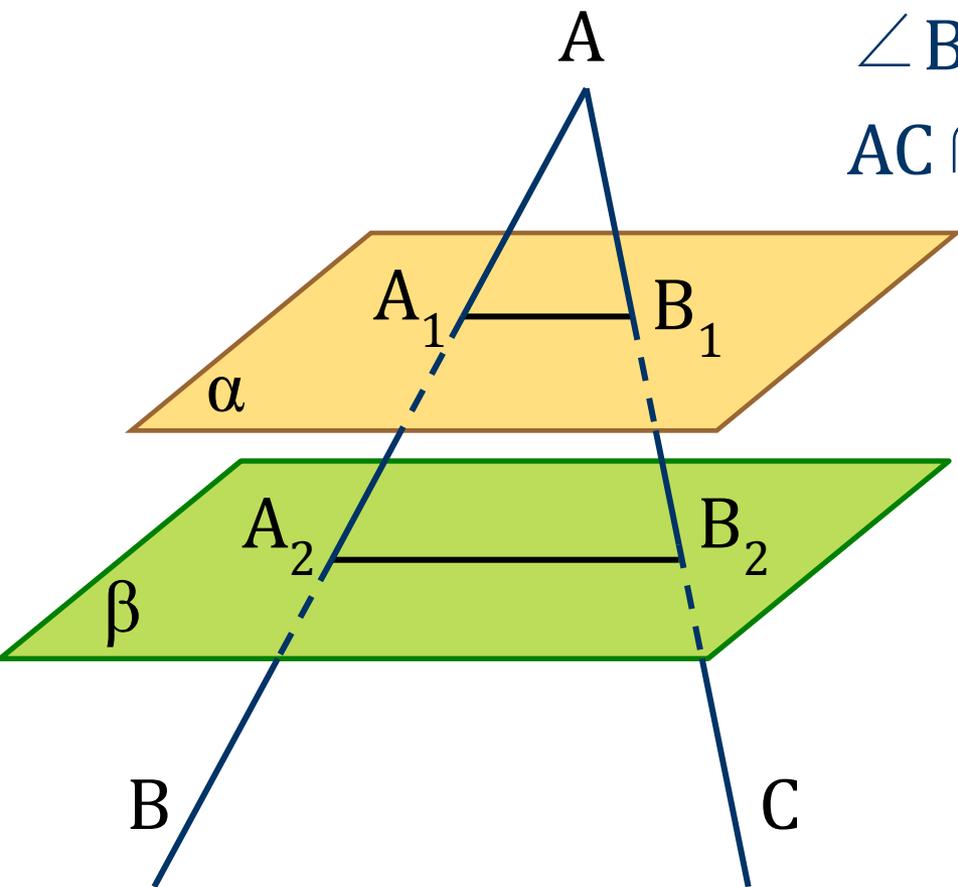
Отсюда, $A_1C_1 \parallel A_2C_2$

$A_1B_1 \cap A_1C_1 = A_1$; $A_2B_2 \cap A_2C_2 = A_2$.

По признаку параллельности плоскостей $A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$.



Задача №63



Дано: $\alpha, \beta; \alpha \parallel \beta;$

$\angle BAC; AB \cap \alpha = A_1; AB \cap \beta = A_2;$

$AC \cap \alpha = B_1; AC \cap \beta = B_2;$

а) $A_1A_2 = 2A_1A; A_1A_2 = 12\text{см};$
 $AB_1 = 5\text{см};$

б) $A_1B_1 = 18\text{см}; AA_1 = 24\text{см};$
 $AA_2 = 1,5A_1A_2.$

Найти:

а) AA_2 и $AB_2;$

б) A_2B_2 и $AA_2.$

Отвечаем на вопросы

1. Могут ли прямая и плоскость не иметь общих точек?
2. Верно ли, что если две прямые не пересекаются, то они параллельны?
3. Плоскости α и β параллельны, прямая m не лежит в плоскости α . Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β ?
4. Верно ли, что если прямая a параллельна одной из двух параллельных плоскостей, с другой плоскостью прямая a имеет одну общую точку?
5. Боковые стороны трапеции параллельны плоскости α . Верно ли, что плоскость трапеции параллельна плоскости α ?
6. Две стороны трапеции лежат в параллельных плоскостях. Могут ли эти стороны быть боковыми сторонами трапеции?
7. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости?
8. Верно ли, что линия пересечения двух плоскостей параллельна одной из этих плоскостей?
9. Верно ли, что любые четыре точки лежат в одной плоскости?
10. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α , то и третья сторона параллельна плоскости α ?

Проверяем свою работу

1. Могут ли прямая и плоскость не иметь общих точек? **Да**
2. Верно ли, что если две прямые не пересекаются, то они параллельны? **Нет**
3. Плоскости α и β параллельны, прямая m не лежит в плоскости α . Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β ? **Да**
4. Верно ли, что если прямая a параллельна одной из двух параллельных плоскостей, с другой плоскостью прямая a имеет одну общую точку? **Нет**
5. Боковые стороны трапеции параллельны плоскости α . Верно ли, что плоскость трапеции параллельна плоскости α ? **Да**
6. Две стороны трапеции лежат в параллельных плоскостях. Могут ли эти стороны быть боковыми сторонами трапеции? **Нет**
7. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости? **Нет**
8. Верно ли, что линия пересечения двух плоскостей параллельна одной из этих плоскостей? **Нет**
9. Верно ли, что любые четыре точки лежат в одной плоскости? **Нет**
10. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α , то и третья сторона параллельна плоскости α ? **Да**



Успехов в учении!