1. Множество натуральных чисел

N = {1; 2; 3;...}

- сумма и произведение нат. чисел являются числами натуральными
- разность и частное – <u>могут не быть</u> натуральными числами

7 + 7 = 14

12 – 7 = 5

7 – 7 =0

7 – 12 = -5

2. Множество целых чисел

Z = {…, -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3;…}

- сумма, разность и произведение целых чисел всегда являются целыми числами
- частное – может не быть

$5 + (-7) = -2$

$-7 - 7 = -14$

$7 \cdot (-12) = -5$

$-7 : (-7) = 1$

$5 : (-7) = \frac{-5}{7}$

3. Множество рациональных чисел

$$Q=\{\frac{m}{n};m\in Z,n\in N\}$$

- сумма, разность, произведение и частное (кроме деления на нуль) над рациональными числами всегда являются рациональными числами

4. Каждое рациональное число можно представить в виде бесконечной периодической десятичной дроби

Целое число	Конечная десятичная дробь	Бесконечная периодическая десятичная дробь
$\frac{360}{30}=12$	$\frac{m}{10^k}$; где **m** – целое число, **k** – натуральное число $\frac{275}{100}=2,75$	$\frac{29}{9}=3,222\ldots=3,(2)$
Период равен нулю 12, 000…= 12,(0)	**Период равен нулю 2,75000…=2,75(0)**	**Период равен 2**

№1. Запишите в виде десятичной дроби:

$$1)\frac{2}{3}=$$

$$3)\frac{3}{5}=$$

$$5)-8\frac{2}{7}=$$

Сверим ответы:

$$1)\frac{2}{3}=0,666...=0,(6)$$

$$3)\frac{3}{5}=0,6$$

$$5)-8\frac{2}{7}=-8,(285714)$$

№2. Выполните действия и запишите результат в виде десятичной дроби:

$$1)\ \frac{2}{11}+\frac{1}{9}$$

$$3)\ \frac{1}{3}+1{,}25$$

$$5)\ \frac{3}{14}\cdot 1{,}05$$

Сверим ответы:

$$1)\ \frac{2}{11}+\frac{1}{9}=\frac{2\cdot 9}{11\cdot 9}+\frac{1\cdot 11}{9\cdot 11}=\frac{18+11}{99}=\frac{29}{99}=0,(29)$$

$$3)\ \frac{1}{3}+1{,}25=\frac{1}{3}+\frac{5}{4}=\frac{4+15}{12}=\frac{19}{12}=1\frac{7}{12}=1{,}58(3)$$

$$5)\ \frac{3}{14}\cdot 1{,}05=\frac{3}{14}\cdot 1\frac{1}{20}=\frac{3}{14}\cdot\frac{21}{20}=\frac{9}{40}=0{,}225$$

5. Справедливо и обратное утверждение: каждая бесконечная периодическая десятичная дробь является рациональным числом

Рассмотрим задачу 2 из параграфа и составим алгоритм :
представить бесконечную периодическую десятичную дробь 0,2(18) в виде обыкновенной

1) Пусть **x = 0,2(18)**
Умножая на 10, получим
x·10 = 2,1818…

1)Нужно умножить дробь на 10^n, где n – количество десятичных знаков , содержащихся в записи этой дроби до периода
Получаем $x \cdot 10^n$

2) Умножая обе части последнего равенства на 100, получим
1000x=218,1818…

2)Нужно умножить дробь на 10^k, где k – количество цифр в периоде:
Получаем $x \cdot 10^n \cdot 10^k = x \cdot 10^{n+k}$

3) (2) – (1), получим
990x = 216
x= 216/990, сокращая
x = 12/55

3) Отнять от равенства (2) равенство (1),
Решить полученное уравнение

№3(1,3,5,6). Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:

1) 0,(6) =

3. 1) 0,(6).

Пусть $x = 0,(6) = 0,66...$ (*1*)

Период этой дроби состоит из одной цифры. Поэтому, умножая ти этого равенства на 10, находим

$10x = 6,66...$ (*2*)

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем $9x = 6$.

Отсюда $x = \frac{6}{9}$ $x = \frac{2}{3}$

Сверим ответы:

$\frac{2}{3}$;

Далее №4; №5(1)

№3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:

3) 0,1(2) =

3) 0,1(2)

Пусть $x = 0{,}1(2) = 0{,}1222\ldots$

Так как в записи этого числа до периода содержится только один десятичный знак, то, умножая на 10, получаем

$10x = 1,(2)$ (*1*)

Период этой дроби состоит из одной цифры. Поэтому, умножая обе части последнего равенства на 10, находим

$100x = 12,(2)$ (*2*)

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем $90x = 11$. Отсюда $x = \frac{11}{90}$;

Сверим ответы:

$\frac{11}{90}$;

Далее №4; №5(1)

№3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:

5) -3,(27) =

5) – 3,(27)

Пусть $x = -3,(27) = -3,2727\ldots$ *(1)*

Период этой дроби состоит из двух цифр. Поэтому, умножая о
этого равенства на $10^2 = 100$, получаем

$100x = -327,(27)$ *(2)*

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем $99x = -324$.

$x = -\frac{324}{99} = -\frac{36}{11} = -3\frac{3}{11}$.

Сверим ответы:

$-3\frac{3}{11}$;

Далее №4; №5(1)

№3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:

6) -2,3(82)=

6) – 2,3(82)

Пусть $x = -2{,}3(82) = -2{,}38282\ldots$

Так как в записи этого числа до периода содержится тол
десятичный знак, то, умножая на 10, получаем

$10x = -23,(82)$ (1)

Период этой дроби состоит из двух цифр.

Поэтому, умножая обе части этого равенства на $10^2 = 100$, получ

$1000x = -2382,(82)$ (2)

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем $990x = -2359$.

Отсюда $x = -\frac{2359}{990} = -2\frac{379}{990}$.

Сверим ответы:

$-2\frac{379}{990}$

Далее №4; №5(1)

1. Необходимость дальнейшего расширения множества чисел связана в основном с двумя причинами:

1)Рациональных чисел недостаточно для выражения результатов измерений (длина диагонали квадрата со стороной 1)

2) Такие числовые выражения не являются рациональными числами

$$\sqrt{3};-\sqrt{7};0{,}123456...;\sqrt[3]{7};\pi;-5{,}24680...$$

<u>иррациональным числом </u>называется бесконечная десятичная непериодическая дробь

Объединение множества рациональных чисел и множества иррациональных чисел

(бесконечных десятичных непериодических дробей)

даёт множество **R действительных чисел**

Действительным числом *называется бесконечная десятичная дробь, т.е. дробь вида*

$+\ a_0, a_1 a_2 a_3 \ldots$ *или* $-\ a_0, a_1 a_2 a_3 \ldots,$

где a_0 *- целое неотрицательное число, а каждая из букв* $a_1, a_2, a_3, \ldots$ *- одна из десяти цифр:*

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Например:

1) $\pi = 3{,}1415\ldots$ $a_0 = 3$ $a_1 = 1$ $a_2 = 4$ $a_3 = 1$ $a_4 = 5$ …

2) $-\sqrt{234} = -15{,}297058\ldots$ $a_0 = 15$ $a_1 = 2$ $a_2 = 9$ $a_3 = 7$ $a_4 = 0$ …

3) $37{,}19$ $a_0 = 37$ $a_1 = 1$ $a_2 = 9$ $a_n = 0$ *при* $n \geq 3$

Действительное число может быть положительным, отрицательным или равным нулю.

2. Арифметические операции над действительными числами обычно заменяются операциями над их приближениями.

Вычислим сумму $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

с точностью до единицы:

$$\sqrt{2}+\sqrt{3}=1{,}4+1{,}7=3{,}1\approx 3$$

с точностью до десятой:

$$\sqrt{2}+\sqrt{3}=1{,}41+1{,}73=3{,}14\approx 3{,}1$$

с точностью до сотой:

$$\sqrt{2}+\sqrt{3}=1{,}414+1{,}732=3{,}146\approx 3{,}15$$

$$\sqrt{2}=1{,}4142135\ldots$$
$$\sqrt{3}=1{,}7320508\ldots$$

Числа 3; 3,1; 3,15 и т.д. являются последовательными приближениями значения суммы $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

3. Все основные действия над рациональными числами сохраняются и для действительных чисел

Переместительный, сочетательный и распределительный законы, правила сравнения, правила раскрытия скобок и т.д.

4. Модуль действительного числа x обозначается $|x|$ и определяется так же, как и модуль рационального числа:

$$|x| = \begin{cases} x, если\_x \geq 0, \\ -x, если\_x < 0. \end{cases}$$