Основы логической алгебры

Повторение пройденного:

- внимательно просмотреть презентацию;
    - законы алгебры логики;
    - упрощение логических выражений;
- разобрать примеры;
- выполнить упражнения на закрепление материала и прислать результаты работы в электронный журнал или на почту salovaoy@gmail.com

Логические основы компьютеров

Тема 3. Преобразование логических выражений

Законы алгебры логики

название	для И	для ИЛИ
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 0 = 0, \quad A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A, \quad A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
правила де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Упрощение логических выражений

Шаг 1. Заменить операции $\oplus \rightarrow \leftrightarrow$ на их выражения через **И**, **ИЛИ** и **НЕ**:

$$A \oplus B = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

$$A \rightarrow B = \overline{A} + B$$

$$A \leftrightarrow B = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Шаг 2. Раскрыть инверсию сложных выражений по формулам де Моргана:

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B} \qquad \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Шаг 3. Используя законы логики, упрощать выражение, стараясь применять закон исключения третьего.

Упрощение логических выражений

$$Q = M \cdot X \cdot \overline{H} + \overline{M} \cdot X \cdot \overline{H} = (M + \overline{M}) \cdot X \cdot \overline{H} = X \cdot \overline{H}$$

$$X = (B \to A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (A \to C)$$

$$= (\overline{B} + A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (\overline{A} + C)$$

$$= (\overline{B} + A) \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A} + C)$$

$$= (\overline{B} \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{A}) \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A} + C)$$

$$= \overline{B} \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A} + C)$$

$$= \overline{B} \cdot \overline{A} \cdot (\overline{A} + C)$$

$$= \overline{B} \cdot \overline{A}$$

раскрыли →

формула де Моргана

распределительный

исключения третьего

повторения

поглощения

Логические уравнения (сколько решений?)

$$\overline{A}\cdot B + A\cdot\overline{B}\cdot C = 1$$

A=1, B=0, C=1

$$\overline{A}\cdot B = 1$$

или

$$A\cdot\overline{B}\cdot C = 1$$

A=0, B=1, C – **любое**
2 решения: (0, 1, 0), (0, 1, 1)

Всего 3 решения!

$$K\cdot L + M\cdot L\cdot N + K\cdot L\cdot\overline{M} = 1$$

K=1, L=1,
M и N – **любые**
4 решения

M=1, L=1, N=1,
K – **любое**
2 решения

K=1, L=1, M=0,
N – **любое**
2 решения

$$L\cdot(K + M\cdot N) = 1$$

Всего 5 решений!

Выполните преобразования для упрощения логических выражений:

1. $((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$
2. $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \wedge ((x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$
3. $((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$
4. $(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$
5. $\neg(x \in A) \rightarrow (((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A))$