Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1 семестр

Графская Галия Шамильевна

ЭКЗАМЕН

100 (баллов) = 10 + 40 + 50

10 РГР : МАТРИЦЫ и ОПРЕДЕЛИТЕЛИ (сдавать в электронном виде)

10 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА :СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ;

10 РГР : ВЕКТОРА;

20 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА : ВЕКТОРА;

10 КОНСПЕКТЫ (!)

ЕЩЕ 40 баллов на ЭКЗАМЕНЕ - ответ на БИЛЕТ.

ЛЕТУЧКИ : если зачтены ВСЕ летучки за семестр, то ДИКТАНТ по теории

15 на ЭКЗАМЕНЕ АВТОМАТИЧЕСКИ ЗАЧИТЫВАЕТСЯ

Экзаменационная оценка курса:

Если S — сумма набранных баллов, то

$S < 51$ неудовлетворительно (2)

$51 \le S \le 70$ удовлетворительно (3)

$71 \le S \le 85$ хорошо (4)

$86 \le S \le 100$ отлично (5)

Литература:

а) <u>основная литература:</u>

1. Бугров Я.С., Никольский С.Н. Т1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М.: Дрофа, 2003.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука. 1988.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Физ.мат.лит. 2002.
4. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. СПб.: Лань, 2003.
5. Исхаков Э.М. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Казань.: изд-во КГТУ им. А.Н. Туполева, 2003.
6. Стрежнев В.А., Исхаков Э.М., Шабалина С.Б., Дараган М.А., Насырова Е.В., Соловьев В.В., Дорофеева С.И., Бильченко Н.Г. Высшая математика, программа, методические указания и контрольные задания. Ч.1.Казань.: изд-во КГТУ им. А.Н. Туполева, 2000.
7. Дараган М.А., Дорофеева С.И. Практикум по векторной алгебре и аналитической геометрии. Казань.: изд-во КГТУ им. А.Н. Туполева, 2004.
8. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Спб.: изд-во «Пофессия». 2001
9. Дараган М.А., Дорофеева С.И., Соловьев В.В. Математика в задачах электро и радиотехники. . Казань.: изд-во КГТУ им. А.Н. Туполева, 2006.

<u>б) дополнительная литература</u>:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.
М.: Наука. 1987.
2. Ефимов Н.В. Квадратичные формы и матрицы. М.: Наука. 1977. 8 экз.
3. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые приложения. М.: Наука.

4. Исхаков Э.М., Хайруллина СП. Элементы аналитической геометрии и линейной алгебры. Казань.: КАИ. 1987.
5. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Юнимедиастрой. 2002.

http://e-library.kai.ru/dsweb/Get/Resource-1488/776493_0001.pdf
М. А. Дараган, С. И. Дорофеева
Практикум по векторной алгебре и аналитической геометрии

http://e-library.kai.ru/dsweb/Get/Resource-152/%D0%9C54.pdf
Э. М. Исхаков
Аналитическая геометрия и линейная алгебра

В. А. Ильин, Э. Г. Позняк «Линейная алгебра»

В. А. Ильин, Э. Г. Позняк «Аналитическая геометрия»

Математика в задачах электро- и радиотехники

http://e-library.kai.ru/reader/hu/flipping/Resource-1759/%D0%9C656.pdf/index.html

InternetUrok.ru

Учителя вызывали?

Более 4 000 видеоуроков

по школьной программе 1–11 кл.

Опытные учителя из Санкт-Петербурга и Москвы

без рекламы

В свободном доступе и без рекламы

Для тех, кто:

- болел и пропустил уроки
- не понял объяснение учителя
- готовится к контрольной или экзамену

✓ Тесты и тренажёры ✓ Вопросы учителю ✓ Подготовка к ЕГЭ и ГИА

vk.com/interneturok

а также:

Лекция №1

МАТРИЦЫ
И
ДЕЙСТВИЯ С МАТРИЦАМИ

Определение матрицы

Матрицей называется прямоугольная таблица чисел,

состоящая из ***m* строк и *n* столбцов.**

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ & \vdots & & & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ & \vdots & & & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Числа a_{ij} - **элементы матрицы**.

Индексы i – **номер строки**, j – **номер столбца**.

Размерность матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ & \vdots & & & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ & \vdots & & & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Размерность матрицы –

– это число строк и столбцов в ней. Обозначается индексом снизу:

$$A_{m \times n}$$

Пример матрицы

$$A_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Строк - две

Столбцов - три.

Размерность матрицы 2х3 (два на три).

Обозначения матриц: A, B, C …

$$A_{m\times n}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = \|a_{ij}\|$$

$$B_{m\times n}=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & \dots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} = \|b_{ij}\|$$

Разновидности матриц:

1. Прямоугольная
2. Квадратная
3. Треугольная
4. Диагональная
5. Единичная
6. Нулевая
7. Матрица-строка
8. Матрица-столбец

Прямоугольная матрица

Матрица называется прямоугольной, если
число строк и столбцов в ней не совпадает: (m ≠ n)

$$A_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Пример прямоугольной матрицы

$$A_{3\times5} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 4 & 1{,}5 & -3 & \pi \\ 0 & -1 & 100 & 12 & 5 \\ -7 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Строк - три

Столбцов - пять

Матрица размерности три на пять (3×5).

Число строк и столбцов не совпадает (3≠5)

Квадратная матрица

Матрица называется квадратной, если
число строк и столбцов в ней совпадает: (m = n)

$$A_{n\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Примеры квадратных матриц

$$A_{2\times2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{3\times3} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Главная и побочная диагональ квадратной матрицы

$$A_{n\times n}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Побочная диагональ

Главная диагональ

Треугольная матрица

Квадратная матрица называется **треугольной**, если все элементы, стоящие выше или ниже главной диагонали, равны нулю.

$$A_{n\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad A_{n\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

Примеры треугольных матриц

$$A_{3\times3} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{3\times3} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & -5 & 0 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Диагональная матрица

Квадратная матрица называется диагональной, если все элементы, стоящие как выше, так и ниже главной диагонали, равны нулю.

$$A_{n\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Единичная матрица

Диагональная матрица называется единичной, если все элементы главной диагонали состоят из единиц.

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Нулевая матрица

Нулевая матрица – это матрица, состоящая из одних нулей.

$$A_{m\times n} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица-строка

Матрица-строка состоит из одной строки:

$$A_{1\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \end{pmatrix}$$

Пример матрицы-строки:

$$A_{1\times 4} = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица-столбец

Матрица-столбец состоит из одного столбца.

$$B_{m\times 1} = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \dots \\ b_{m1} \end{pmatrix}$$

Арифметические операции над матрицами

1. Операция сравнения двух матриц.

2. Операция сложения и вычитания двух матриц.

3. Операция умножения матрицы на число.

4. Операция умножения двух матриц.

5. Операция транспонирования матрицы.

6. Операция возведения в степени

1.Операция сравнения двух матриц

Сравнивать можно только матрицы одинаковой размерности.

Две матрицы равны, если их элементы совпадают:

$$A_{m\times n} = B_{m\times n} \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij} \ (i = \overline{1,m}; \ j = \overline{1,n})$$

$$A_{2\times 2} = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad B_{2\times 2} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \lambda \end{pmatrix}$$

$$A = B \Leftrightarrow \alpha = -4; \ \beta = 2; \ \gamma = 3; \ \lambda = 0.$$

2.Операция сложения двух матриц

Складывать можно только матрицы одинаковой размерности.

Сложение происходит поэлементно:

$$A_{m\times n}+B_{m\times n}=C_{m\times n}\Leftrightarrow c_{ij}=a_{ij}+b_{ij};$$

$$i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,n}.$$

Пример сложения двух матриц:

$$A_{2\times 3}=\begin{pmatrix}5 & -4 & 0\\ -1 & 6 & 7\end{pmatrix};\ B_{2\times 3}=\begin{pmatrix}2 & 3 & -4\\ 9 & -5 & 1\end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix}5+2 & -4+3 & 0-4\\ -1+9 & 6-5 & 7+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & -1 & -4\\ 8 & 1 & 8\end{pmatrix}$$

3. Операция умножения матрицы на число

Каждый элемент матрицы умножается на число λ:

$$\lambda \cdot A_{m\times n} = C_{m\times n} \Leftrightarrow c_{ij} = \lambda \cdot a_{ij}$$

(λ - лямбда-греческая буква)

Например:

$$A_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 8 & -4 & 0 \\ -1 & 6 & 7 \end{pmatrix};\ \lambda = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda \cdot A = \begin{pmatrix} 8\cdot 5 & -4\cdot 5 & 0\cdot 5 \\ -1\cdot 5 & 6\cdot 5 & 7\cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & -20 & 0 \\ -5 & 30 & 35 \end{pmatrix}$$

Домашнее задание:

1. Сделать конспект лекции и выучить определения и формулы (будет летучка!!!)
2. Прислать письмо на электронный адрес:

galiagraf@gmail.com

В **теме письма** указать ***фамилию, имя и номер группы***.