

# Физические основы механики

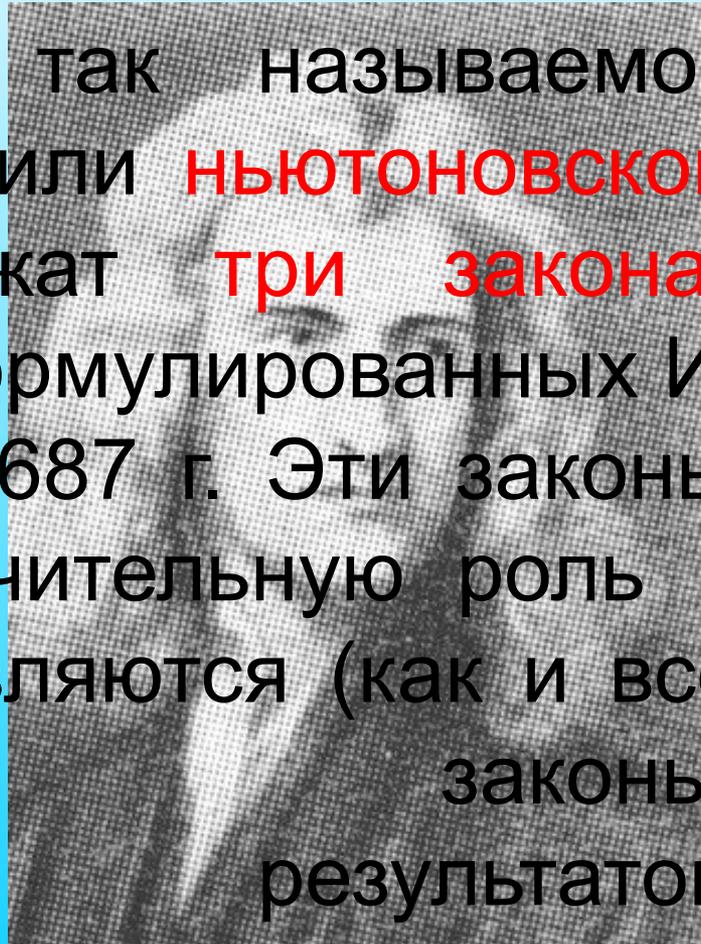
Сегодня: \*

# Тема 3. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

- 3.1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы
- 3.2. Масса и импульс тела
- 3.3. Второй закон Ньютона. Принцип суперпозиции
- 3.4. Третий закон Ньютона
- 3.5. Импульс произвольной системы тел
- 3.6. Основное уравнение динамики поступательного движения произвольной системы тел
- 3.7. Закон сохранения импульса

# 3.1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы

В основе так называемой классической или ньютоновской механики лежат три закона динамики, сформулированных И. Ньютоном в 1687 г. Эти законы играют исключительную роль в механике и являются (как и все физические законы) обобщением результатов огромного человеческого опыта.



# Законы Ньютона

## Исаак Ньютон (Isaac Newton)

*4 января 1643*

Родился *Вулсторп (Woolsthorpe)*  
*Англия*

*31 марта 1727*

Умер *Лондон (London)*  
*Англия*

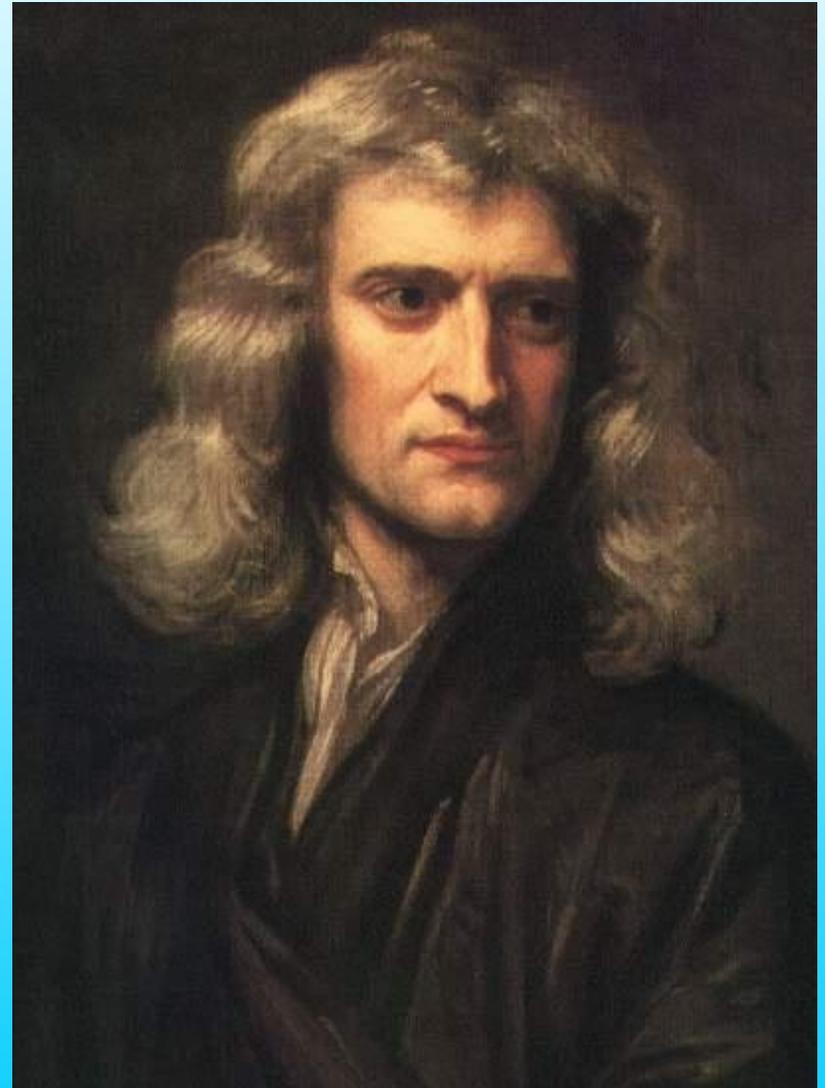
**физик, математик, астроном,  
алхимик и философ**

**важнейшие работы**

**закон всемирного тяготения**

**дифференциальное и интегральное исчисления**

**изобрел зеркальный телескоп**



# Эпитафия

Ньютон умер в 1727 г. в Кенсингтоне и был похоронен  
в английском национальном пантеоне –  
Вестминстерском аббатстве

**На его могиле высечено:**

*"Здесь покоится*

*Сэр Исаак Ньютон*

*Который почти божественной силой своего ума*

*Впервые объяснил*

*С помощью своего математического метода*

*Движения и формы планет,*

*Пути комет, приливы и отливы океана.*

*Он первый исследовал разнообразие световых лучей*

*И протекающие отсюда особенности цветов,*

*Каких до того времени никто даже не подозревал.*

*Прилежный, проникательный и верный истолкователь*

*Природы, древностей и священного писания,*

*Он прославил в своем учении Всемогущего Творца.*

*Требуемую Евангелием простоту он доказал своей жизнью.*

*Пусть смертные радуются, что в их среде*

*Жило такое украшение человеческого рода.*

*Родился 25 декабря 1642 г.*

*Умер 20 марта 1727 года"*

Большинство физиков к концу XIX в. было убеждено в том, что они уже знают о природе всё, что можно было узнать. Однако наиболее проницательные физики понимали, что в знании классической физики есть слабые места. Так, например, английский физик У. Томсон (он же лорд Кельвин) говорил, что **на горизонте безоблачного неба классической физики имеются два тёмных облачка**: неудача попыток создания теории абсолютно чёрного тела и противоречивое поведение эфира – гипотетической среды, в которой предполагалось распространение световых волн. Эти факты получили своё объяснение в новых теориях – специальной теории относительности и квантовой механике.

# Альберт Эйнштейн (Albert Einstein)

*14 марта 1879*

Родился *Ульм (Ulm)*  
*Германия*

*18 апреля 1955*

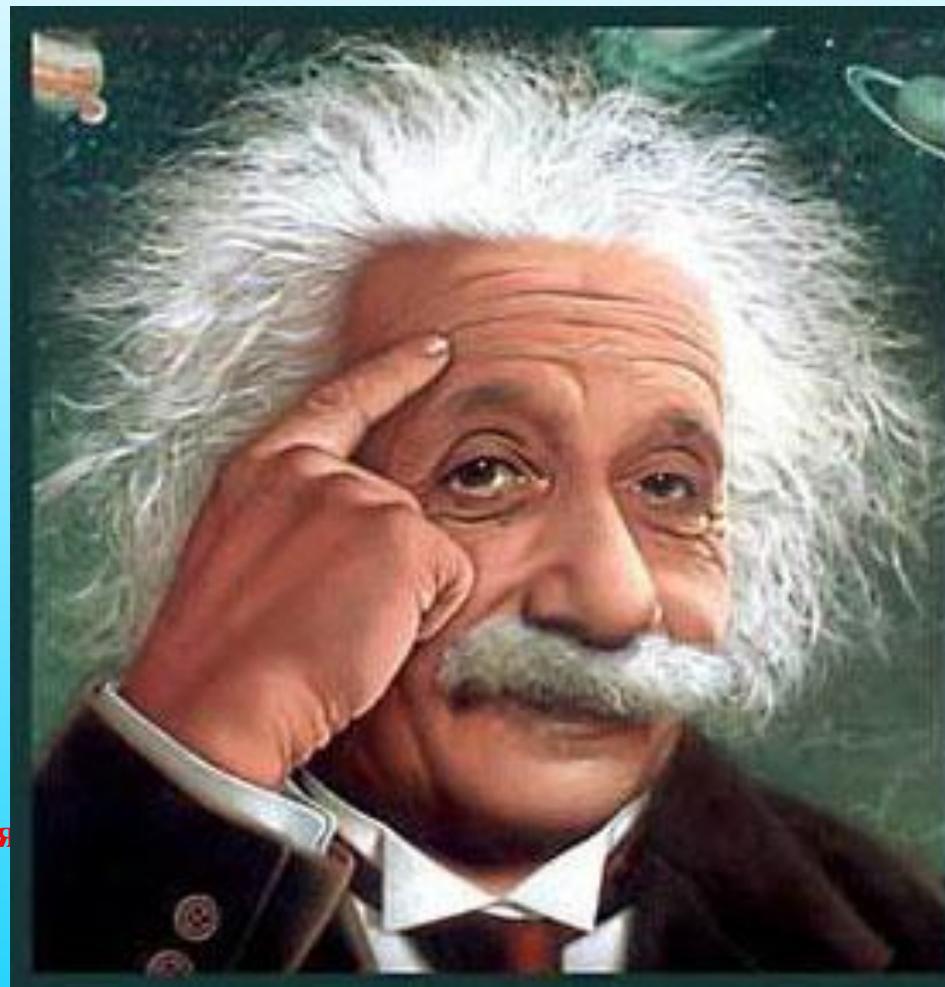
Умер *Принцетон (Princeton)*  
*США (New Jersey)*

**величайший ученый 20 века**

***важнейшие работы***

**теория относительности**                      **квантовая**  
**и статистическая механика**      **космология**

**Нобелевская премия по физике 1921**



В специальной теории относительности, созданной А. Эйнштейном в 1905 г., подверглись радикальному пересмотру ньютоновские представления о пространстве и времени. Этот пересмотр привёл к созданию «механики больших скоростей» или, как её называют, *релятивистской механикой*. Новая механика не привела, однако, к полному отрицанию старой ньютоновской механики.

Уравнение релятивистской механики, в пределе (для скоростей, малых по сравнению со скоростью света), переходят в уравнения классической механики.

Таким образом, классическая механика вошла в релятивистскую механику как её частный случай и сохранила своё прежнее значение для описания движений, происходящих со скоростями, значительно меньше скорости света

Аналогично обстоит дело и с соотношениями между классической и квантовой механикой, возникшей в 20-ых годах прошлого века в результате развития физики атома.

Уравнения квантовой механики также дают в пределе (для масс, больших по сравнению с массами атомов) уравнения классической механики. Следовательно, классическая механика вошла в квантовую механику в качестве её предельного случая.

Таким образом, развитие науки не перечеркнуло классическую механику, а лишь показало её ограниченную применимость. Классическая механика, основывающаяся на законах Ньютона, является механикой тел больших (по сравнению с массой атомов) масс, движущихся с малыми (по сравнению со скоростью света) скоростями.

# **Первый закон Ньютона:**

**всякая материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её изменить это состояние.**

$$\vec{F} = 0, \quad v = \text{const} \text{ или } 0$$

(Закон инерции)

Оба названных состояния схожи тем, что ускорение тела равно нулю. Поэтому формулировке первого закона можно придать следующий вид: **скорость любого тела остаётся постоянной (в частности, равной нулю), пока воздействие на это тело со стороны других тел не вызовет её изменения.**

Стремление тела сохранить состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**.

Поэтому первый закон Ньютона называют **законом инерции**.

Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчёта. Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчёта, а те системы, по отношению к которым он выполняется, называются *инерциальными системами отсчёта*.

***Инерциальной системой отсчёта*** является такая система отсчёта, относительно которой материальная точка, свободная от внешних воздействий, ***либо покоится, либо движется прямолинейно и равномерно*** (т.е. с постоянной скоростью).

Таким образом, ***первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчёта***.

Система отсчёта, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальная, однако эффекты, обусловленные её неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца) при решении многих задач малы, и в этих случаях её можно считать инерциальной.

Из приведённых выше примеров легко понять, что *основным признаком инерциальной системы является отсутствие ускорения.*

# **Сущность первого закона Ньютона может быть сведена к трём основным положениям:**

- все тела обладают свойствами инерции;**
- существуют инерциальные системы отсчёта, в которых выполняется первый закон Ньютона;**
- движение относительно.**

**(Если тело  $A$  движется относительно тела отсчёта  $B$  со скоростью  $u$ , то и тело  $B$ , в свою очередь, движется относительно тела  $A$  с той же скоростью, но в обратном направлении) .**

## 3.2. Масса и импульс тела

Воздействие на данное тело со стороны других тел вызывает изменение его скорости, т.е. сообщает данному телу ускорение.

Опыт показывает, что одинаковое воздействие сообщает разным телам разные по величине ускорения. *Всякое тело противится попыткам изменить его состояние движения.* Это свойство тел, как мы уже говорили, называется *инертностью* (следует из первого закона Ньютона).

***Мерой инертности тела является величина, называемая массой.***

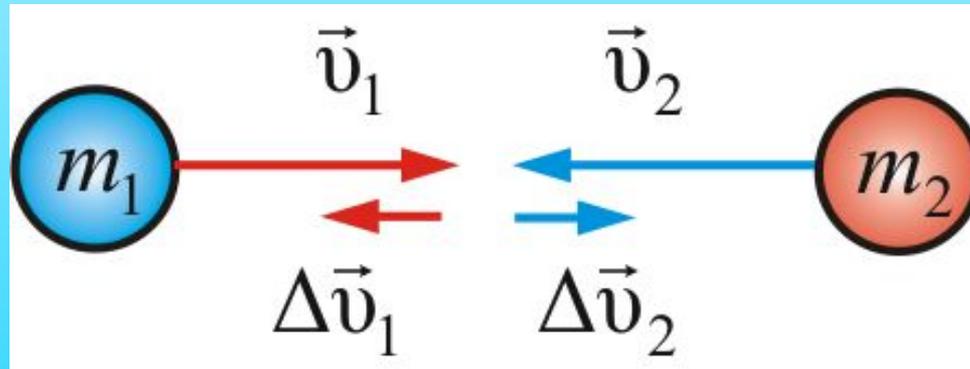
Чтобы определить массу некоторого тела, нужно сравнить её с массой тела, принятого за *эталон массы* (или сравнить с телом уже известной массы).

*Масса – величина **аддитивная** (масса тела равна сумме масс частей, составляющих это тело).*

*Система тел, взаимодействующих только между собой, называется **замкнутой**.*

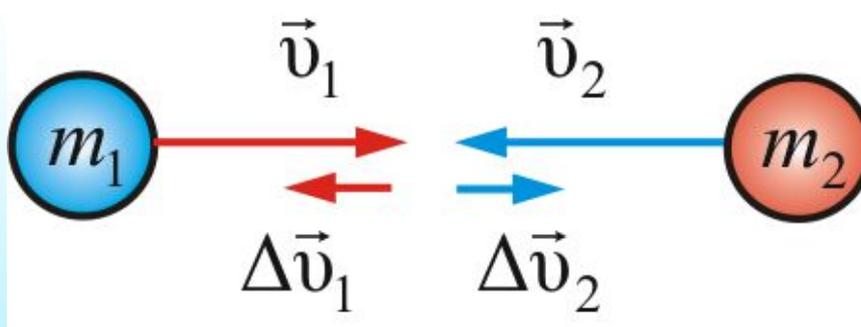
Рассмотрим замкнутую систему двух тел массами  $m_1$  и  $m_2$ . Столкнём эти два тела

Рисунок 3.1



Опыт показывает, что приращённые скорости  $\Delta\vec{v}_1$  и  $\Delta\vec{v}_2$  всегда имеют противоположное направление (отличное знаком), а модули приращений скорости относятся как:

$$\frac{|\Delta \vec{v}_1|}{|\Delta \vec{v}_2|} = \frac{m_2}{m_1}$$



(тело, обладающее большей массой, меньше изменяет скорость).

Приняв во внимание направление скоростей, запишем:

$$m_1 \Delta \vec{v}_1 = -m_2 \Delta \vec{v}_2.$$

При  $v \ll c$  масса  $m = \text{const}$  (ньютоновская, классическая механика), тогда имеем:

$$\Delta(m_1 \vec{v}_1) = -\Delta(m_2 \vec{v}_2).$$

*Произведение массы тела  $m$  на скорость  $\vec{v}$  называется импульсом тела  $\vec{p}$ :*

$$\vec{p} = m \vec{v}. \quad (3.2.2)$$

### 3.3. Второй закон Ньютона.

Математическое выражение **второго закона Ньютона**:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad (3.3.1)$$

**скорость изменения импульса тела равна действующей на него силе.**

Отсюда можно заключить, что  $d\vec{p} = \vec{F} dt$   
**изменение импульса тела равно импульсу силы.**

Из (3.3.1), получим выражение второго закона через ускорение  $a$ :

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}. \quad \text{т. к. } m = \text{const} \quad \text{то } m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}. \quad \text{но } \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a},$$

тогда  $m\vec{a} = \vec{F}$

$m\vec{a} = \vec{F}$  основное уравнение динамики поступательного движения материальной точки.

## Принцип суперпозиции или принцип независимости действия сил

Если на материальное тело действуют несколько сил, то результирующую силу можно найти из выражения:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

(3.3.3)

Из второго закона Ньютона, имеем  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i,$

где  $\vec{a}_i$  – ускорение тела, под действием силы  $\vec{F}_i$ . Отсюда,

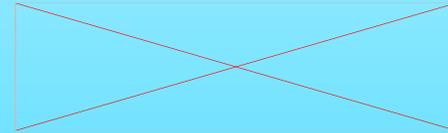
$$\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i$$

(3.3.4)

$$\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i$$

*Если на материальную точку действует несколько сил, то каждая из них сообщает точке такое же ускорение, как если бы других сил не было.*

Найдем изменение импульса тела за конечный промежуток времени



$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t,$$

$$\Delta(m\vec{v}) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \quad (3.3.5)$$

*т.е., изменение импульса тела равно импульсу силы.*

# ***В системе СИ семь основных единиц***

(м) – метр,

(кг) – килограмм,

(с) – секунда,

(А) – ампер,

(К) – кельвин,

(кд) – кандела (единица силы света),

(кмоль) – единица количества вещества.

Остальные единицы ***производные***

получаются из физических законов связывающих их с основными единицами. Например из второго закона Ньютона производная

***единица силы***

$$1 \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 = 1 \text{ Н}.$$

## 3.4. Третий закон Ньютона

Действие тел друг на друга носит характер взаимодействия.

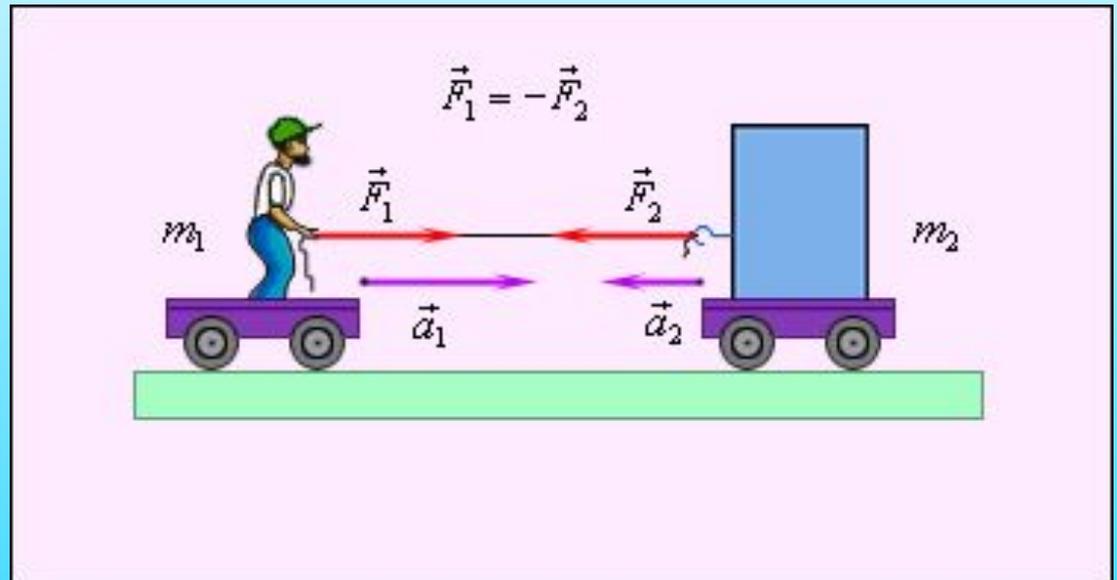
**Третий закон Ньютона** отражает тот факт, что сила есть результат взаимодействия тел, и устанавливает, что **силы, с которыми действуют друг на друга два тела, равны по величине и противоположны по направлению.**

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (3.4.1)$$

## 1.9. Третий закон Ньютона

Взаимодействующие тела действуют друг на друга с одинаковыми по величине, но противоположными по направлению силами:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

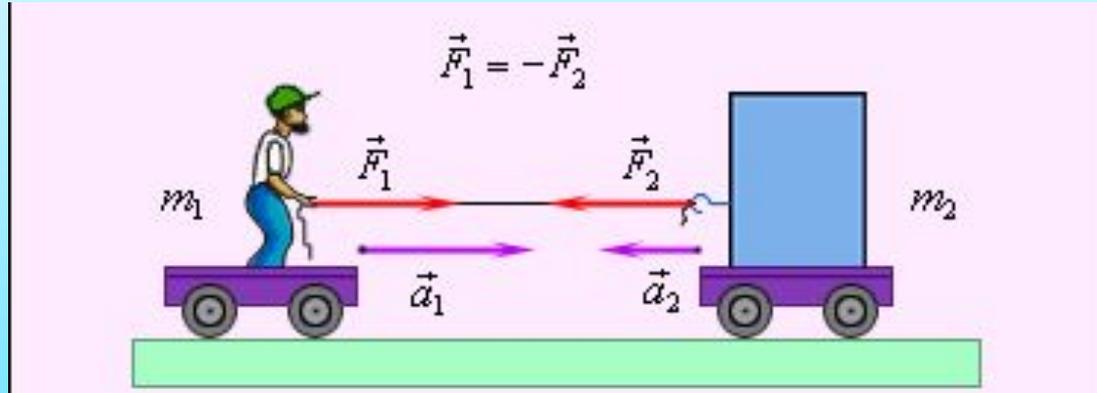


Законы Ньютона сформулированы в 1687 г., играют исключительную роль в механике и являются обобщением результатов огромного человеческого опыта. Их рассматривают как систему взаимосвязанных законов и опытной проверке подвергают не каждый закон в отдельности, а всю систему в целом.

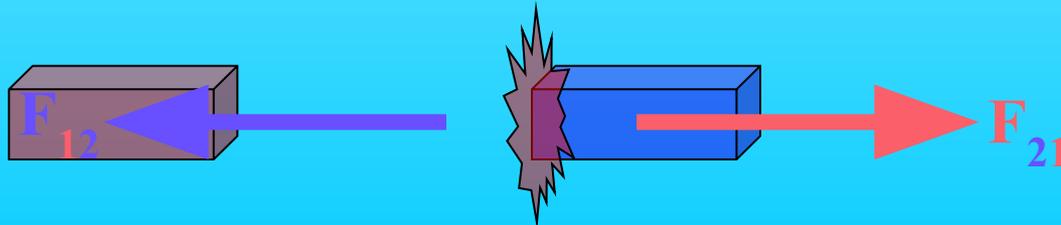
# 3-й Закон Ньютона в общем случае является универсальным законом взаимодействий:

**Всякое действие вызывает равное по величине противодействие**

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



*Подчеркнем, что силы, связанные по 3 закону Ньютона, приложены к различным телам и, следовательно, никогда не могут начинаться в одной точке*



Однако, третий закон справедлив не всегда. Он выполняется в случае контактных взаимодействий, т. е. при соприкосновении тел, а также при взаимодействии тел, находящихся на расстоянии друг от друга, но покоящихся друг относительно друга.

Законы Ньютона плохо работают при  $U \approx c$  (релятивистская механика) а также, при движении тел очень малых размеров, сравнимых с размерами элементарных частиц. Так, например, нуклоны внутри ядра, кварки внутри нуклонов, и даже электроны внутри атома, **не подчиняются законам Ньютона.**

## 3.5. Импульс произвольной системы тел

*Центр инерции* или *центр масс* системы материальных точек называют такую *точку С* (рисунок 3.2), радиус-вектор которой:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i, \quad (3.5.1)$$

где  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  – общая масса системы,  $n$  – число точек системы.

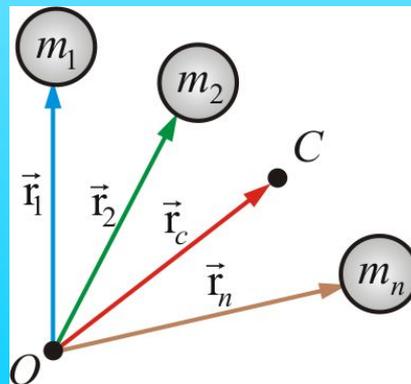


Рисунок 3.2

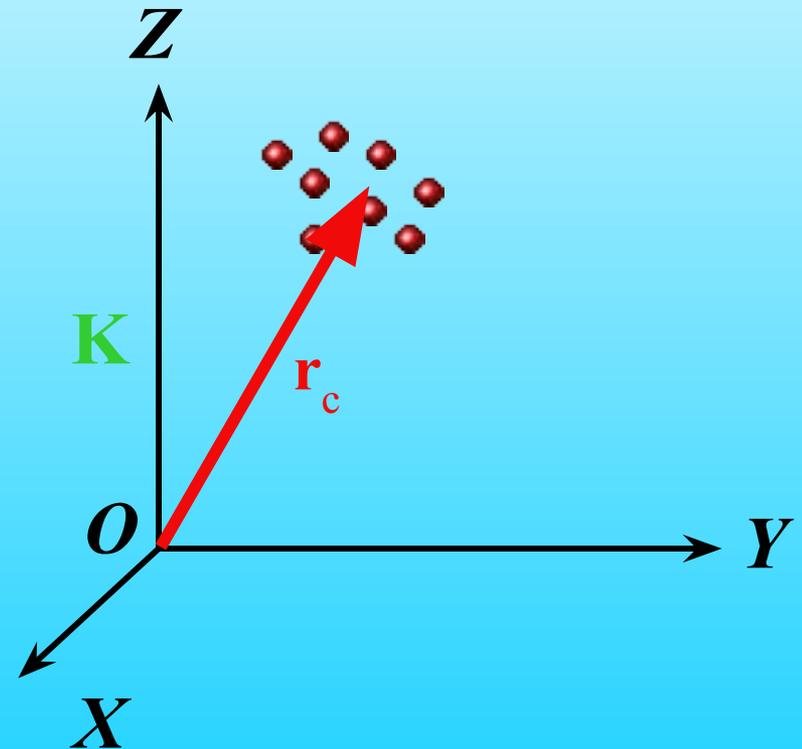
# Центр масс

Воображаемую точку  $C$  радиус-вектором

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{r}_i m_i$$

где  $i$  - номер точки,  
 $n$  - количество точек,  
 $m_i$  - масса  $i$ -ой точки и  
 $m$  - масса всей системы точек

называют **центром масс**  
системы материальных  
точек



При этом не надо путать *центр масс* с *центром тяжести системы* – с точкой приложения равнодействующей сил тяжести всех тел системы.

Центр тяжести совпадает с центром масс (центром инерции), если  $g$  (ускорение силы тяжести) для всех тел системы одинаково (когда размеры системы гораздо меньше размеров Земли).

# Скорость центра инерции системы $\mathbf{v}_c$

$$\mathbf{v}_c = \frac{d\mathbf{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i.$$

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i \quad (3.5.3)$$

$\mathbf{p}$  – импульс системы тел,  $\mathbf{v}_i$  – скорость  $i$ -го тела системы.

Так как

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = m \mathbf{v}_c$$

то импульс системы тел можно определить по формуле

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}_c$$

**– импульс системы тел равен произведению массы системы на скорость её центра инерции.**

Величина

$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$$

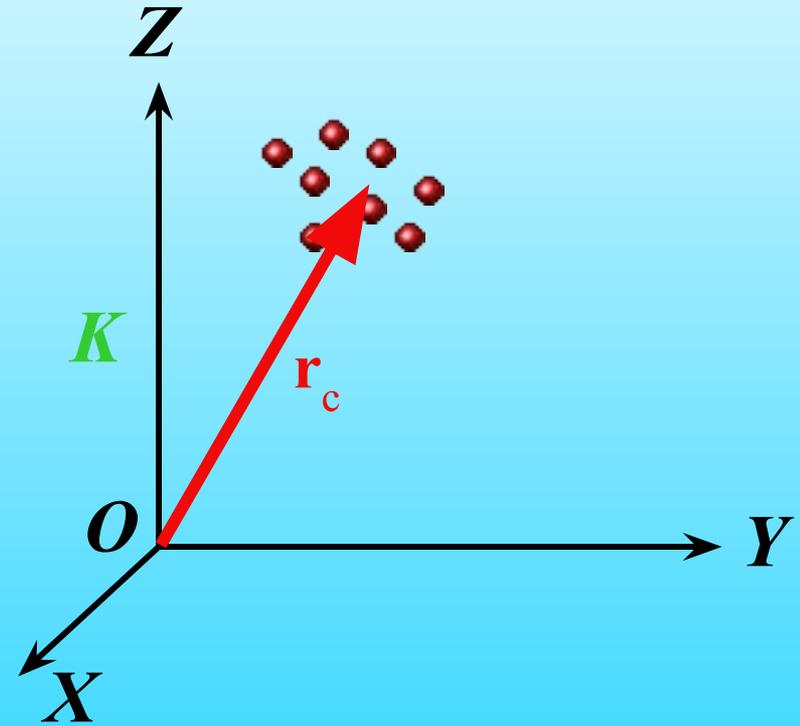
является первым динамическим параметром частицы и называется **импульсом**

Соответственно величину

$$\vec{P}_c = m \vec{v}_c = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

называют **импульсом центра масс**

Таким образом видим, что связь **импульса  $P_c$**  со **скоростью  $v_c$**  такая же, как для материальной точки с **массой  $m$**  (масса системы)



## 3.6. Основное уравнение динамики поступательного движения произвольной системы тел

Тела, не входящие в состав рассматриваемой системы, называют **внешними телами**, а силы, действующие на систему со стороны этих тел – **внешними силами**. Силы взаимодействия между телами внутри системы, называют **внутренними силами**.

**Результирующая всех внутренних сил действующих на  $i$ -ое тело:**

$$\vec{F}_i^{\text{внутр.}} = \sum_{k \neq i}^n \vec{F}_{ik} = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \dots + \vec{F}_{in},$$

где  $k \neq i$  – т.к.  $i$ -ая точка не может действовать сама на себя.

Обозначим  $\vec{F}_i^{\text{внеш.}}$  – результирующая всех внешних сил приложенных к  $i$ -ой точке системы.

По второму закону Ньютона можно записать систему уравнений:

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1) = \vec{F}_1^{\text{внеш.}} + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n},$$

$$\frac{d}{dt}(m_2 \vec{v}_2) = \vec{F}_2^{\text{внеш.}} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \dots + \vec{F}_{2n},$$

.....,

$$\frac{d}{dt}(m_n \vec{v}_n) = \vec{F}_n^{\text{внеш.}} + \vec{F}_{n1} + \dots + \vec{F}_{n,n-1}.$$

Сложим эти уравнения и сгруппируем попарно силы  $\vec{F}_{ik}$  и  $\vec{F}_{ki}$ :

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш.}} + (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) + \dots + (\vec{F}_{n-1,n} + \vec{F}_{n,n-1}).$$

По третьему закону Ньютона,  $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$ , поэтому все выражения в скобках в правой части уравнения равны нулю. Тогда остаётся:

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш.}} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Назовем  $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш.}}$  — *главным вектором всех внешних сил*,

тогда:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \quad (3.6.1)$$

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$  Скорость изменения импульса системы тел равна главному вектору всех внешних сил, действующих на эту систему.

Это уравнение называют **основным уравнением динамики поступательного движения системы тел.**

Так как импульс системы  $\vec{p} = m\vec{v}_c$  то

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}_c) = \vec{F}$$

Отсюда можно записать **основное уравнение динамики поступательного движения системы тел** в виде:

$$m\vec{a}_c = \vec{F} \quad (3.6.3)$$

Здесь  $\vec{a}_c$  – ускорение центра инерции.

$m\ddot{a}_c = \ddot{F}$  Центр механической системы движется как материальная точка, масса которой равна массе всей системы, и на которую действует сила, равная главному вектору внешних сил, приложенных к системе.

На основании **третьего закона Ньютона**, силы, действующие на тела системы со стороны других тел системы (**внутренние силы**), **взаимно компенсируют друг друга. Остаются только внешние силы.**

В общем случае движение тела можно рассматривать как сумму двух  $\ddot{v}$  движений: поступательного со скоростью  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_c$  и вращательного вокруг центра инерции.

# Теорема о движении центра масс

Рассмотрим подробнее силы, действующие на частицы механической системы

Силы, действующие на каждую точку системы, разобьем на два типа

– **внутренние силы**

– **резльтирующая всех внешних сил**

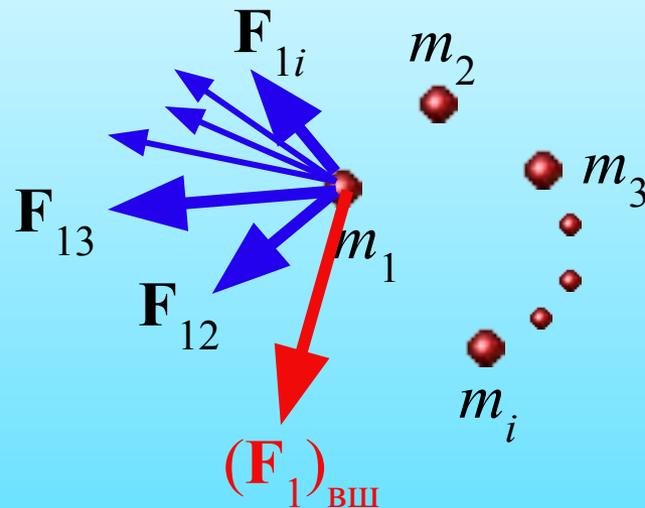
В общем виде это можно записать так:

$$\vec{F}_i = \sum_{k=1}^{n-1} \vec{F}_{ik} + (\vec{F}_i)_{\text{вн}}$$

По 3 закону Ньютона  $\sum_{i,k} \vec{F}_{ik} \equiv 0$

**И теорема о движении центра масс принимает вид**

**Если система находится во внешнем стационарном и однородном поле, то никакими действиями внутри системы невозможно изменить движение центра масс системы**



## 3.7. Закон сохранения импульса

*Механическая система называется замкнутой (или изолированной), если на неё не действуют внешние силы, т.е. она не взаимодействует с внешними телами.*

Строго говоря, каждая реальная система тел всегда не замкнута, т.к. подвержена, как минимум воздействию гравитационных сил. Однако если внутренние силы гораздо больше внешних, то такую систему можно считать замкнутой (например – Солнечная система).

*Для замкнутой системы равнодействующий вектор внешних сил тождественно равен нулю:*

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \equiv 0, \quad (3.7.1)$$

отсюда 
$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_c = \text{const.} \quad (3.7.2)$$

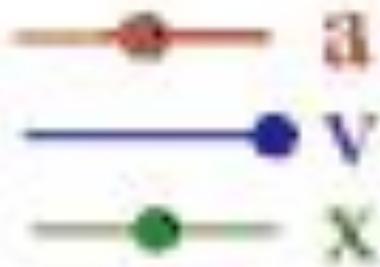
***Это есть закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы не изменяется во времени.***

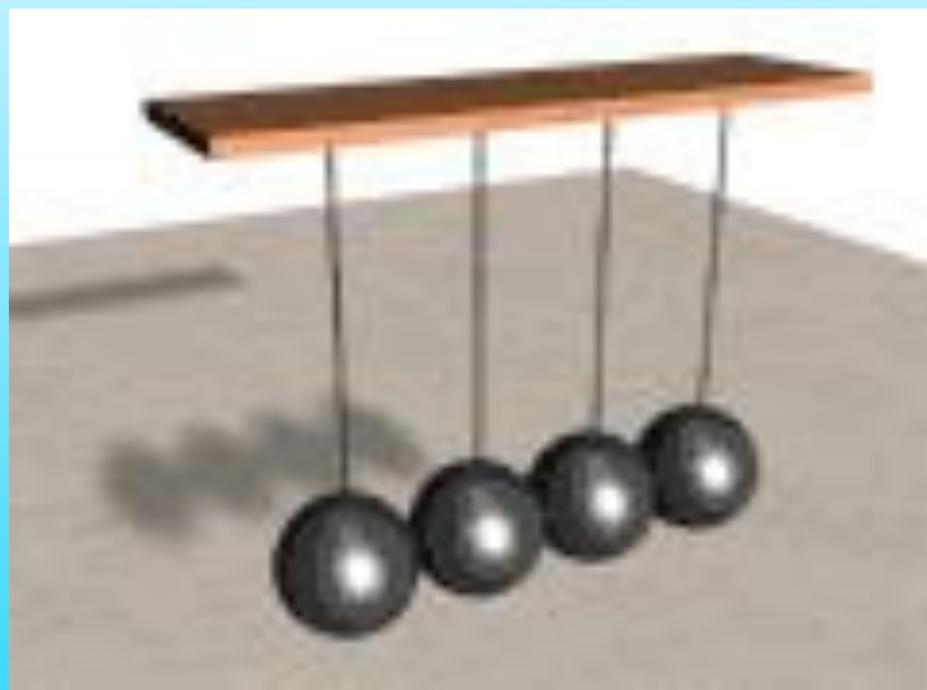
Импульс системы тел может быть представлен в виде произведения суммарной массы тел на скорость центра инерции:  $\mathbf{p} = m \mathbf{v}_c$ , тогда

$$m \mathbf{v}_c = \text{const.} \quad (3.7.3)$$

***При любых процессах, происходящих в замкнутых системах, скорость центра инерции сохраняется неизменной.***

Закон сохранения импульса является одним из основных законов природы. Он был получен как следствие законов Ньютона, но он справедлив и для микрочастиц и для релятивистских скоростей, когда  $v \approx c$





Если система не замкнута, но главный вектор внешних сил  $\vec{F}_{\text{то}} = 0$ ,  $\vec{p}_{\text{сист.}} = \text{const}$ , как если бы внешних сил не было (например, прыжок из лодки, выстрел из ружья или реактивное движение).







Лекция окончена!!!