

# Тренировочная работа № 8

**B1**

Стоимость проездного билета на месяц составляет 800 руб. А стоимость билета на одну поездку 22 руб. Аня купила проездной и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила?

45 поездок по 22 рубля  
составляет:

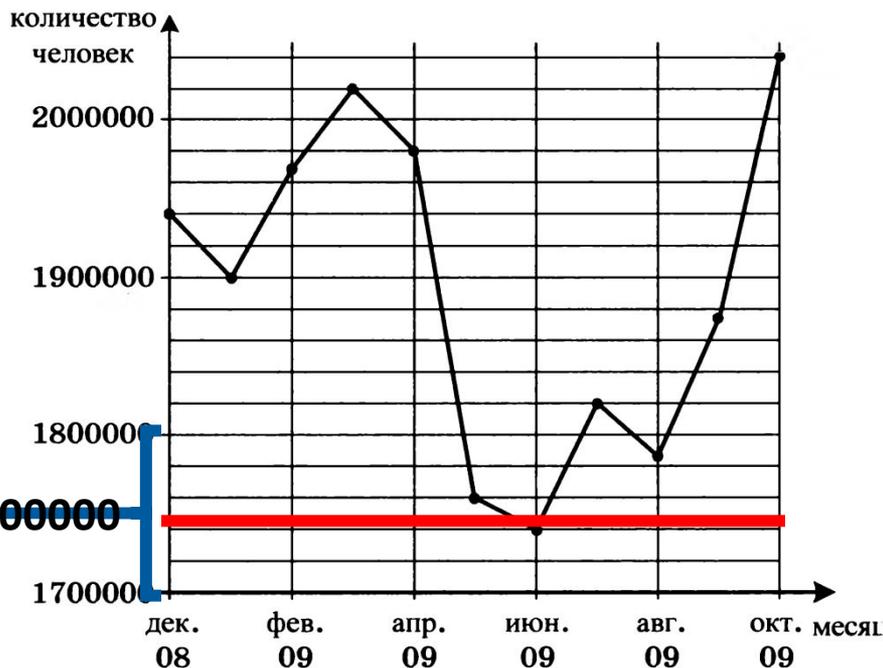
$$\begin{aligned} &45 \cdot 22 \\ &= 990(\text{руб}) \\ &990 - 800 = 190 \\ &(\text{руб.}) \end{aligned}$$

**Ответ:**  
**190**



# B2

На рисунке жирными точками показана средняя недельная аудитория поискового сайта во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за неделю (среднее за 4 недели месяца). Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднюю недельную аудиторию за указанный период.



$$1800000 - 1700000 = 100000$$

$100000 : 5 = 20000$  — входит в одну клеточку.

Наименьшее количество

человек,

посетивших сайт в июне это

$$1700000 + 20000 \cdot 2 = 1740000$$

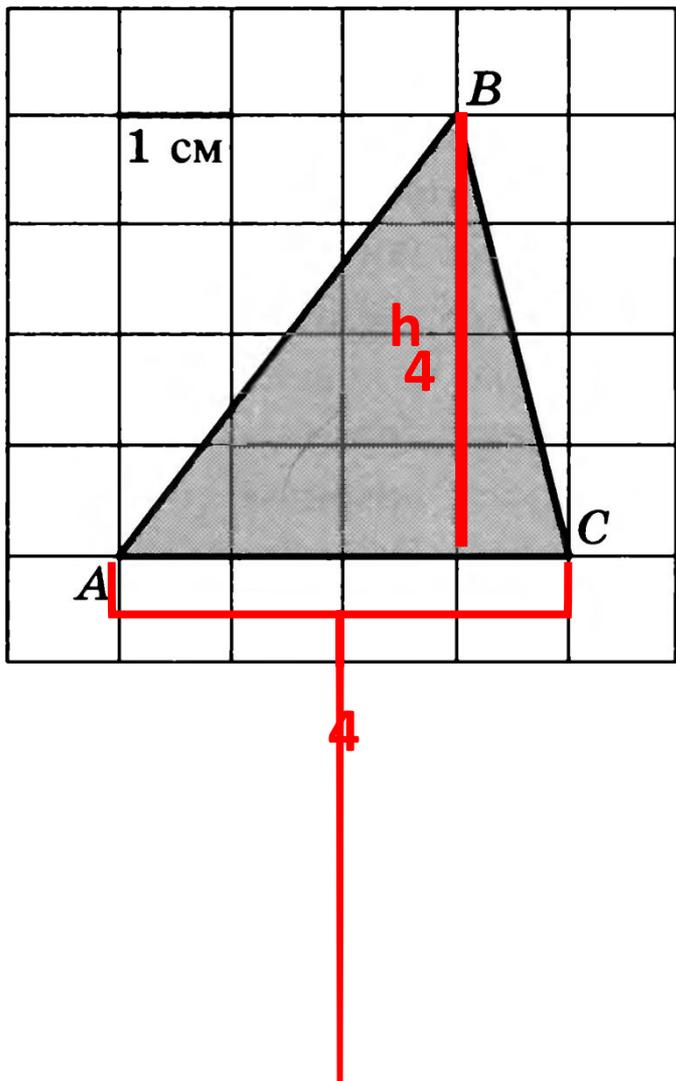
**Ответ:**

**1740000**



**В3**

Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



$$S = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$$

Ответ:

8



**В4**

От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи	Время потраченное на дорогу
Автобус	10 минут	1 час 55 минут	10 минут	$\frac{10}{60} + 1\frac{55}{60} + \frac{10}{60} = 1\frac{75}{60} = 2\frac{15}{60}$
Электричка	20 минут	1 час 15 минут	40 минут	$\frac{20}{60} + 1\frac{15}{60} + \frac{40}{60} = 1\frac{75}{60} = 2\frac{15}{60}$
Маршрутное такси	20 минут	1 час 30 минут	30 минут	$\frac{20}{60} + 1\frac{30}{60} + \frac{30}{60} = 1\frac{80}{60} = 2\frac{20}{60}$

$$2\frac{15}{60} = 2\frac{1}{4} = 2,25$$

**Ответ:**  
**2,25**



**B5**

Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = -2$ .

$$\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{5}\right)^{-2};$$

**Теорема.** Если  $f(x) > 0$  и  $g(x) > 0$ , то логарифмическое уравнение  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$  (где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) равносильно уравнению  $f(x) = g(x)$ .

$$5 - x = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2};$$

$$5 - x = 5^2;$$

$$5 - x = 25;$$

$$-x = 25 - 5;$$

$$x = -20.$$

**Ответ:**  
**-20**



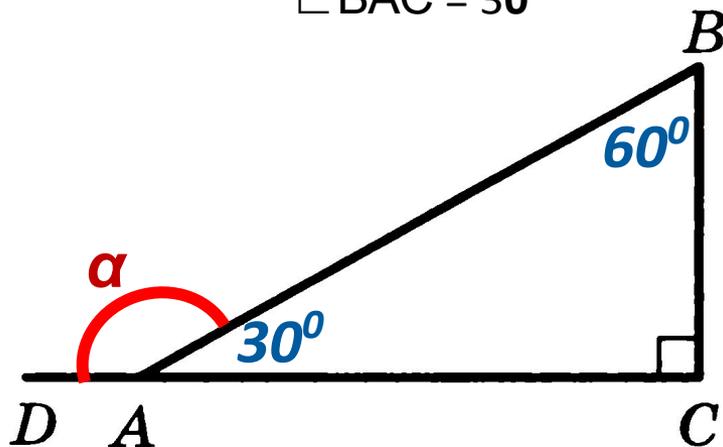
**B6**

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $60^\circ$ . Найдите синус угла  $BAD$ .

 $\sin \alpha = ?$ 

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  :

$$\angle BAC = 30^\circ$$



$\angle BAD$  внешний

угол.

$$\begin{aligned}\angle BAD &= 180^\circ - 30^\circ \\ &= 150^\circ\end{aligned}$$

$$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0,5.$$

$$\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha);$$

**Ответ:**

0,5



**B7**

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$  и  $\alpha \in (0; 0,5\pi)$ .

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$$

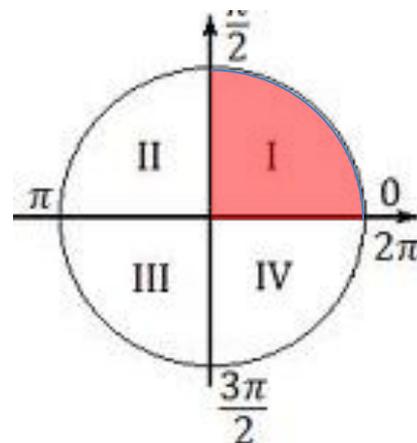
$$\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$\frac{7}{16} + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{7}{16};$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{9}{16};$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{3}{4}.$$



$\cos \alpha > 0$  в 1 четверти, следовательно

$$\cos \alpha = +\frac{3}{4}.$$

$$\cos \alpha = 0,75.$$

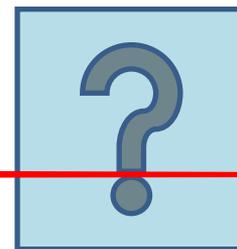
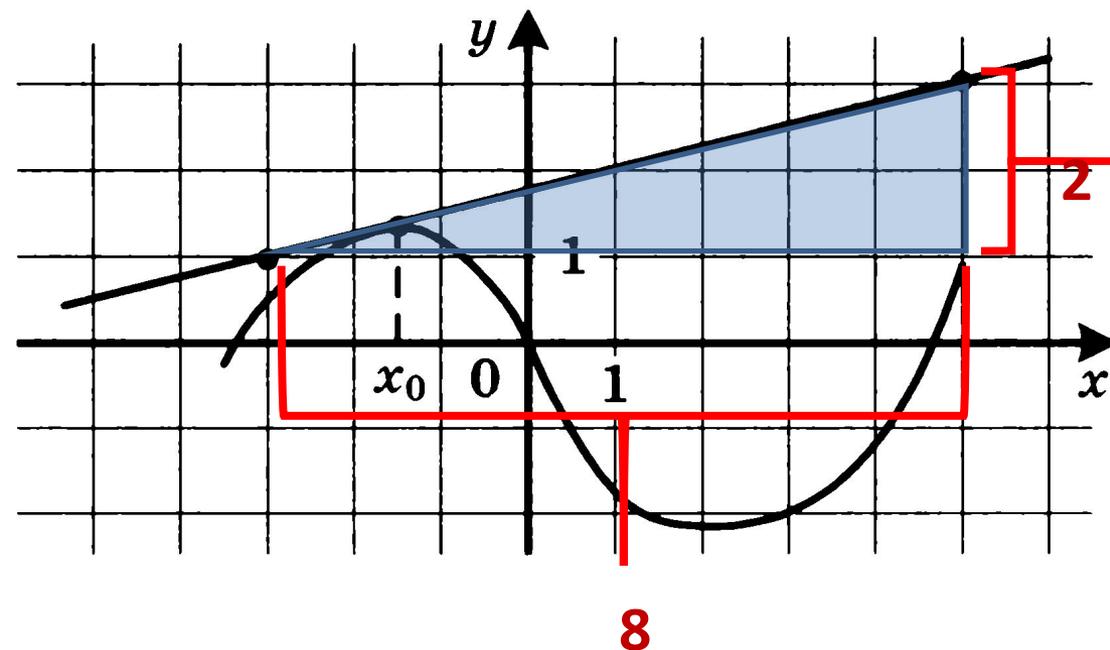
**Ответ:**

**0.75**



**B8**

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha;$$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25;$$

Ответ: 0,2

5





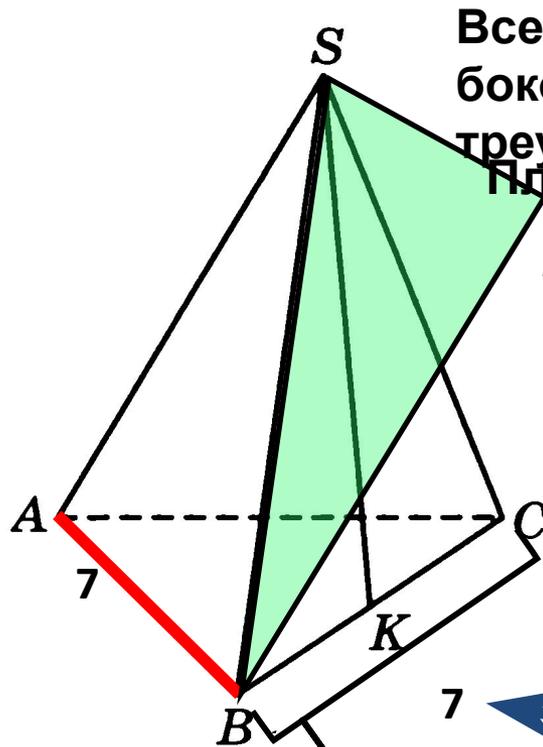
# Теоретические сведения

Значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равно  $tga$  — угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику этой функции в данной точке. Чтобы найти угловой коэффициент, выберем две точки А и В, лежащие на касательной, абсциссы и ординаты которых — целые числа. Теперь определим модуль углового коэффициента. Для этого построим  $\triangle ABC$ . Важно помнить, что тангенс острого угла прямоугольного треугольника — это отношение противолежащего катета  $y$  к прилежащему  $x$ .

Знак производной (углового коэффициента) можно определить по рисунку, например, так: если касательная «смотрит вверх» то производная положительна, если касательная «смотрит вниз» - отрицательна (если касательная горизонтальна,  а, 

**В9**

В **правильной треугольной пирамиде**  $SABC$   $K$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 7$ , а **площадь боковой поверхности равна 168**. Найдите длину отрезка  $SK$ .



Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равнобедренными треугольниками

Площадь боковой поверхности равна  $3 \cdot S_{\Delta SBC}$

$$S_{\text{бок}} = 168 \Rightarrow 3S_{\Delta SBC} = 168; \quad S_{\Delta SBC} = \frac{168}{3}; \quad S_{\Delta SBC} = 56.$$

В основании лежит правильный треугольник, у которого все стороны равны 7

$$S_{\Delta SBC} = \frac{BC \cdot SK}{2}; \quad 56 = \frac{7 \cdot SK}{2};$$

$$56 \cdot 2 = 7 \cdot SK; \\ SK = 16.$$

Можно воспользоваться формулой:

$$S_{\text{бок}} = \frac{P}{2} \cdot l, \quad (l - \text{апофема } SK); \quad 168 = \frac{3 \cdot 7}{2} \cdot SK, \quad SK = 16.$$

**Ответ:**  
**16**



# V10

При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

При двукратном бросания игрального кубика может выпасть:

(5,1); (1,5); (2,4); (4,2); (3,3)

Итак : число всех возможных исходов -5



Число благоприятных исходов -2 :



1 бросок – выпало 1 очко, или 1 бросок – выпал 2 очка.

Найдем отношение благоприятных исходов эксперимента

к числу всех возможных исходов 5

$$\frac{2}{5} = 0,4$$

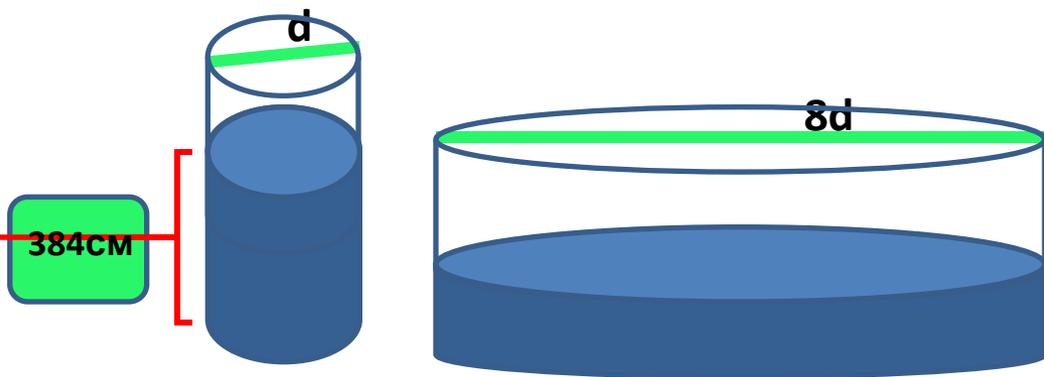
Ответ:  
0,4



# B11

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает **384** см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в **8** раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту:  $V = S_{\text{осн}} \cdot h$ .  
При переливании объема воды не изменяется, то имеем:  $S_{\text{осн}} \cdot h = \text{const}$ .  
Это значит, что  $S_{\text{основания}}$  и высота связаны обратной пропорциональной зависимостью:  
во сколько раз увеличивается площадь основания, во столько же раз



уменьшается высота воды в сосуде. Основание цилиндра - круг, площадь которого вычисляется:

$$S = \pi \frac{d^2}{4}$$

Если диаметр цилиндра увеличится в 8 раз, то и радиус увеличится в 8 раз,

Тогда площадь основания увеличилась в 64 раз.

Высота при этом уменьшилась в 64 раз и стала

$$384 : 64 = 6 \text{ (см)}$$

**Ответ:**

**6**



# B12

При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 25$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в  $12\text{ мм}$ . При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

## 1 способ решения:

Зазор — это то расстояние, которое оставляют между рельсами, для того, чтобы они могли расширяться при нагревании, возникающего при прохождении поезда по рельсам.  
Выразим зазор в метрах:  $12\text{ мм} = 0,012 = 12 \cdot 10^{-3}\text{ м}$ .

Раскроем

$$l(t^\circ) = l_0 + l_0 \cdot \alpha \cdot t^\circ$$

скобки:  $l(t^\circ) = l_0 + \text{зазор}$  — длина рельса при удлинении после нагревания на  $t^\circ$ .

$$l_0 + l_0 \cdot \alpha \cdot t^\circ = l_0 + \text{зазор}$$

$$25 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t^\circ = 12 \cdot 10^{-3}$$

$$l_0 \cdot \alpha \cdot t^\circ = \text{зазор}$$

$$t^\circ = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}}; \quad t^\circ = 40$$

**Ответ:**  
**40**



# B12

При температуре  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 25$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в  $12\text{ мм}$ . При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

## Второй способ:

Выразим зазор в метрах:  $12\text{ мм} = 0,012 = 12 \cdot 10^{-3}\text{ м}$ .

Длина зазора станет равной нулю, если рельс

станет длиннее на величину исходного зазора  $l(t^{\circ}) - l_0 = 12 \cdot 10^{-3}$ ;  $l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ}) - l_0 = 12 \cdot 10^{-3}$ ;

$$25(1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t^{\circ}) - 25 = 12 \cdot 10^{-3};$$

Раскроем скобки:

$$\cancel{25} + 25 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t^{\circ} - \cancel{25} = 12 \cdot 10^{-3}$$

$$25 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t^{\circ} = 12 \cdot 10^{-3}$$

$$t^{\circ} = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}};$$

$$t^{\circ} = 40$$

Ответ:

40



# V13

Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

Пусть  $X$  волков в 1 заповеднике, тогда  $Y$  волков во 2 заповеднике  
В двух заповедниках 220 особей.

Через год в 1 заповеднике стало  $X + 0,1X = 1,1X$

А во 2 заповеднике стало  $Y + 0,2Y = 1,2Y$

$Y$  в двух заповедниках через год уже 250 особей.

$$\begin{array}{l} X + 2Y = \\ 300 \\ X + Y = \\ \hline 220 \\ \hline Y = 80 \end{array}$$

$$X = 140$$

Можно решать систему и методом подстановки.

$$\begin{array}{l} X + Y = \\ 220 \\ X + 1,2Y = \\ \hline 250 \\ \hline 0,1X + 0,2Y = \quad | \cdot 10 \\ 30 \\ X + Y = \\ \hline 220 \end{array}$$

Ответ:  
140



**B14**

Найдите наибольшее значение функции

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$$

на отрезке  $[-1; 4]$ .

$$y' = -3x^2 + 6x + 9;$$

$$y' = 0$$

$$-3x^2 + 6x + 9 = 0;$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = -1,$$

$$x_2 = 3.$$

$$f(-1) = -(-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 + 9 \cdot (-1) - 29 = -34$$

$$f(3) = -27 + 3 \cdot 9 + 27 - 29 = -2$$

$$f(4) = -64 + 48 + 36 - 29 = -9$$

**Ответ:-****2**

# ОТВЕТЫ:

<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>B5</b>	<b>B6</b>	<b>B7</b>
190	1740000	8	2,25	-20	0,5	0,75

<b>B8</b>	<b>B9</b>	<b>B10</b>	<b>B11</b>	<b>B12</b>	<b>B13</b>	<b>B14</b>
0,25	16	0,4	6	40	140	<del>80</del> -2



**СКОРО ЕТЭ!**

**× *Еще есть время подготовиться!***

