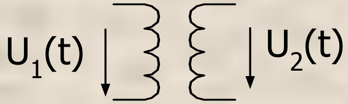


Метод наложения

Для доказательства воспользуемся методом контурных токов

$$I_k = E_{11}\frac{\Delta_{k1}}{\Delta} + E_{22}\frac{\Delta_{k2}}{\Delta} + \dots + E_{mm}\frac{\Delta_{km}}{\Delta} \qquad (1)$$

Если расписать контурные ЭДС как алгебраическую сумму ЭДС, действующих в замкнутом контуре, то получим

$$I_k = E_1 g_{k1} + E_2 g_{k2} + E_3 g_{k3} \dots + E_m g_{km} \qquad (2)$$

Каждое слагаемое во (2) есть частичный ток, обусловленной каждой из ЭДС в отдельности

$$I_k' = E_1 g_{k1} \qquad I_k'' = E_2 g_{k2} \qquad I_k''' = E_2 g_{k3} \dots$$

Тогда (2) приобретает вид

$$I_k = I_k' + I_k'' + I''' + \dots \qquad (3)$$

$$E_1 \neq 0. E_2 = E_3 = \ldots E_m = 0 \rightarrow I_k{}'$$

$$E_2 \neq 0. E_1 = E_3 = \ldots E_m = 0 \rightarrow I_k{}''$$

$$\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$

$$E_m \neq 0. E_1 = E_2 = \ldots E_{m-1} = 0 \rightarrow I_k{}^m$$

Порядок расчета цепи методом наложения

1.Расставляем положительные направления истинных токов в ветвях

2.Поочередно оставляем в цепи по одной ЭДС. Остальные ЭДС при этом равны нулю, но их внутренние сопротивления оставлены.

3.Находим частичные токи в ветвях цепи от каждой ЭДС в отдельности.

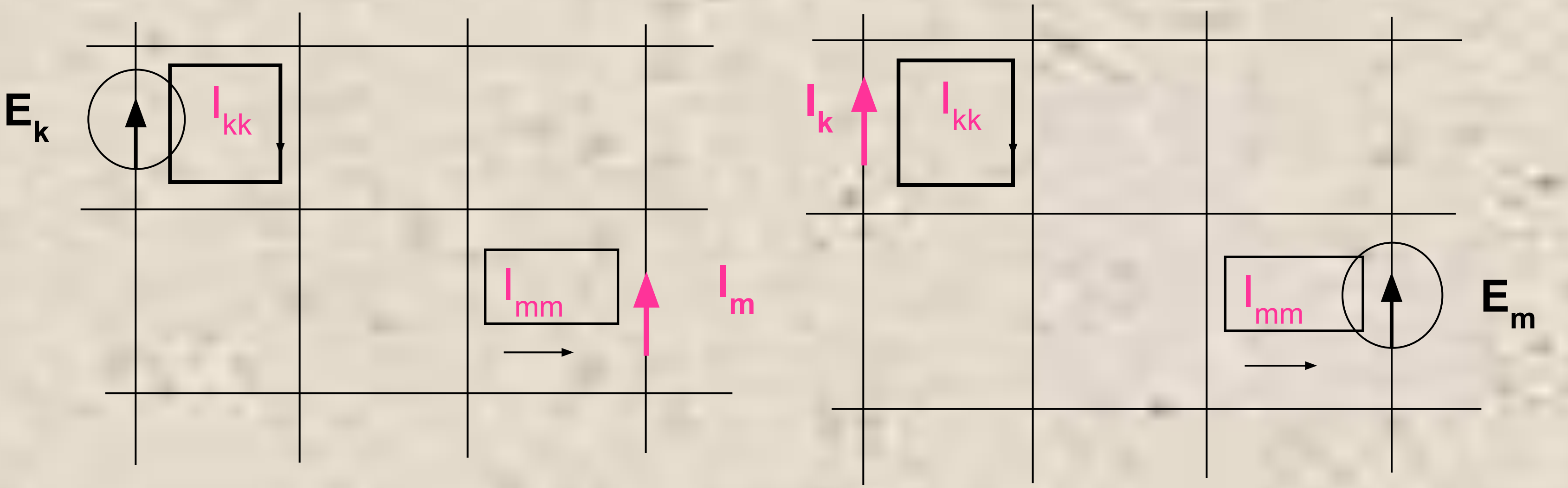
4.Истинные токи в ветвях находятся как алгебраическая сумма частичных токов.(Частичные токи, совпадающие по направлению с истинным током, берутся со знаком плюс, не совпадающие – со знаком минус)

Некоторые свойства электрических цепей

1.Свойство взаимности

В некоторой электрической цепи ток I_k в ветви к, вызванный ЭДС E_m в ветви m, равен току I_m в ветви в ветви m, вызванному ЭДС E_k ветви к, при условии $E_k=E_m$.

Доказательство



Воспользуемся методом контурных токов. Выберем ветви к и m таким образом, чтобы через них протекал только один контурный ток. Тогда получим

$$I_k = I_{kk} = E_{11}\frac{\Delta_{k1}}{\Delta} + E_{22}\frac{\Delta_{k2}}{\Delta} + \ldots + E_{mm}\frac{\Delta_{km}}{\Delta} \quad (1)$$

$$I_m = I_{mm} = E_{11}\frac{\Delta_{m1}}{\Delta} + E_{22}\frac{\Delta_{m2}}{\Delta} + \ldots + E_{mm}\frac{\Delta_{mm}}{\Delta} \quad (2)$$

Оставим в электрической цепи только по одной ЭДС. Тогда выражения (1) и (2) приобретут вид

$$I_k = E_m\frac{\Delta_{km}}{\Delta} \quad (3)$$

$$I_m = E_k\frac{\Delta_{mk}}{\Delta} \quad (4)$$

Но так как $E_к = E_m$, а $\Delta_{mk} = \Delta_{km}$, то $I_m = I_k$

2. Линейные соотношения в линейных электрических цепях

Если в линейной электрической цепи изменяется некоторая ЭДС E_m, то токи в электрической цепи связаны с этой ЭДС соотношениями $I = A + B\,E_m$, где А и В некоторые постоянные.

Доказательство

Воспользуемся методом контурных токов

$$I_k = \underbrace{E_1 g_{k1} + E_2 g_{k2} + \dots}_{A} + E_m \underbrace{g_{km}}_{B} \qquad (1)$$

$$I_k = A + BE_m \qquad (2)$$

$$I_d = \underbrace{E_1 g_{d1} + E_2 g_{d2} + \dots}_{A_1} + E_m \underbrace{g_{dm}}_{B_1} \qquad (3)$$

$$I_k = A + BE_m \qquad (4)$$

Выразим из 4^го E_m $\quad E_m = \dfrac{I_k - A}{B}$

$$I_d = A_1 + B_1E_m \qquad (5)$$

Подставим E_m в (5)

$$I_d = A_1 + B_1\frac{I_k - A}{B} = \underbrace{A_1 - \frac{A}{B}B_1}_{C} + \underbrace{\frac{B_1}{B}}_{D}I_k$$

$$I_d = Ñ + DI_k \qquad (6)$$

Из 4,5,6 следует, что не только ЭДС и токи связаны линейными соотношениями, но и токи в различных ветвях, а также напряжения на элементах электрической цепи ,т.е.

$$U_k = C_1 + D_1U_m$$