

Лекция 3

Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

1. Инертность тел. Масса. Импульс. Сила.

2. Законы Ньютона.

3. Виды сил в механике.

Силы тяготения. Реакция опоры и натяжение нити. Сила трения. Сила упругости и деформация твердых тел.

4. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета.

1. Инертность тел. Масса. Импульс. Сила.

Раздел механики, изучающий законы взаимодействия тел, называется **динамикой**.

Опыт показывает, что всякое тело «оказывает сопротивление» при любых попытках изменить его скорость, как по модулю, так и по направлению. Это свойство, выражающее степень сопротивления тела к изменению его скорости, называют **инертностью**.

Масса – это свойство тела, характеризующее его инертность.

В системе СИ масса измеряется в **килограммах** (кг).

Один килограмм – это масса эталона, хранящегося в Палате мер и весов в Севре (Франция), одна двенадцатая от суммарной массы $6,022 \cdot 10^{26}$ атомов изотопа углерода-12 или масса $1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ воды при температуре $+40^\circ \text{ С}$.

Произведение массы тела на его скорость именуется **импульсом** тела:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} .$$

В системе СИ импульс измеряется в кг·м/с.

Сказанное про массу и изменение скорости верно не во всех системах, а только в тех, где при отсутствии внешних воздействий скорость движения тел не меняется. Такие системы отсчета, в которых не меняются вектора скорости всех тел, которые не испытывают внешних воздействий (или внешние воздействия скомпенсированы) называются **инерциальными**. Понятие инерции введено Галилео Галилеем в 1632 году.

Сила — это количественная мера взаимодействия тел.

Сила является причиной изменения скорости тела. В механике Ньютона силы могут иметь различную физическую причину: сила трения, сила тяжести, упругая сила и т. д.

Сила является **векторной величиной**. Векторная сумма всех сил, действующих на тело, называется **равнодействующей силой**.

В системе СИ сила измеряется в Ньютонах: $1 \text{ Н} = (\text{кг} \cdot \text{м})/\text{с}^2$

2. Законы Ньютона

Первый Закон Ньютона

Законы динамики были открыты великим ученым И. Ньютоном (1687 г.). Три закона динамики, сформулированные Ньютоном, лежат в основе так называемой *классической* механики. Законы Ньютона следует рассматривать как обобщение опытных фактов.

Первый закон Ньютона: *существуют системы отсчета, называемые инерциальными, в которых при отсутствии воздействия других тел частица сохраняет стационарное состояние движения: движется равномерно и прямолинейно (в частном случае - покоится).*

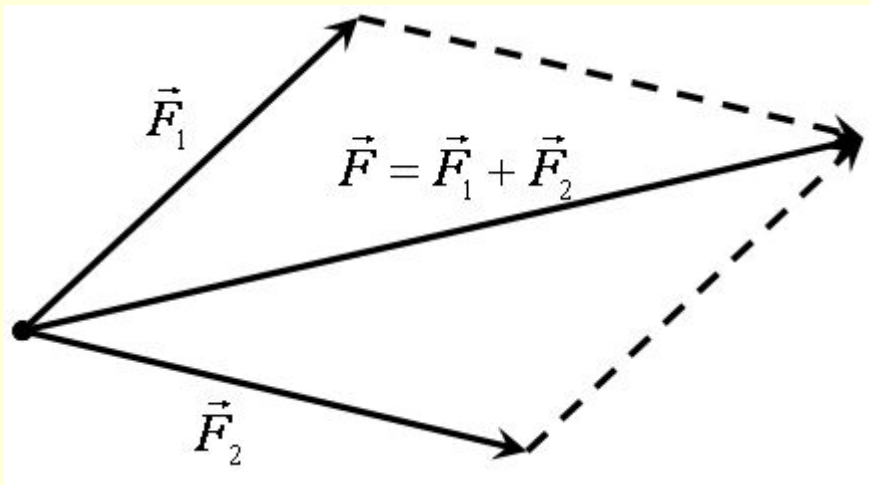
Другая формулировка первого закона Ньютона: *существуют инерциальные системы отсчёта.*

Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона: *величина силы, действующей на тело, равна скорости изменения импульса этого тела:*

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Второй закон Ньютона – основной закон динамики. Этот закон выполняется только в инерциальных системах отсчета.

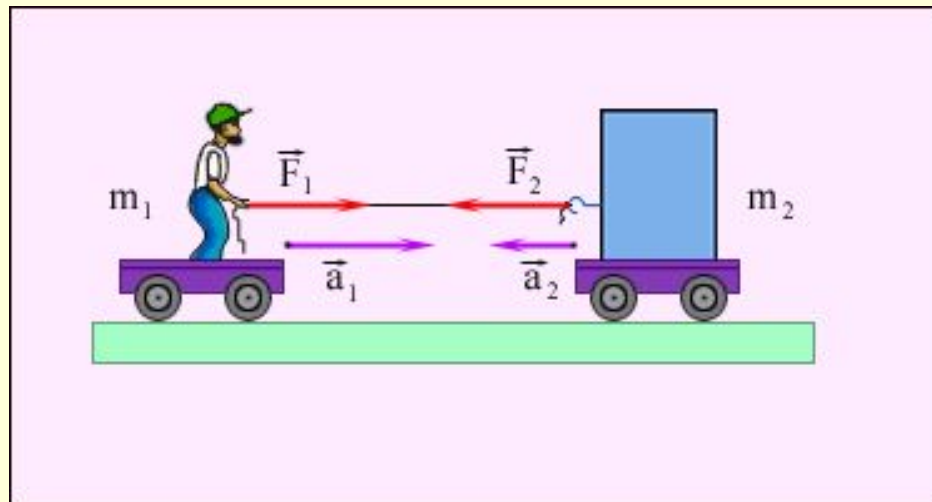


На одно и то же тело может одновременно оказываться несколько воздействий. В этом случае принцип суперпозиции гласит, что силы складываются как вектора.

Третий закон Ньютона

Третий закон Ньютона: *Тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению.*

Силы, возникающие при взаимодействии тел, всегда имеют одинаковую природу. *Они приложены к разным телам* и поэтому не могут уравновешивать друг друга. Складывать по правилам векторного сложения можно только силы, приложенные к одному телу.



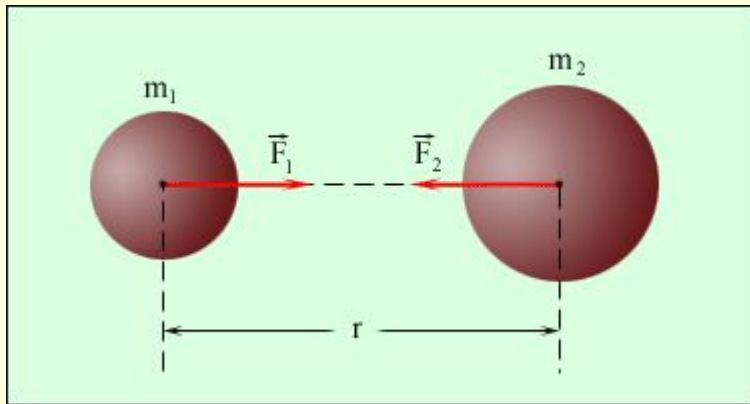
3. Виды сил в механике

3.1. Сила тяготения

Закон всемирного тяготения: *любые тела (материальные точки) притягиваются с силой, направленной вдоль линии, их соединяющей, пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:*

$$\vec{F}_{\text{тяготения}} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

В системе СИ $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ (СИ)



Эта формула справедлива только для материальных точек и для любых сферически симметричных тел (сфер, шаров, сферических слоёв).

Сила тяжести

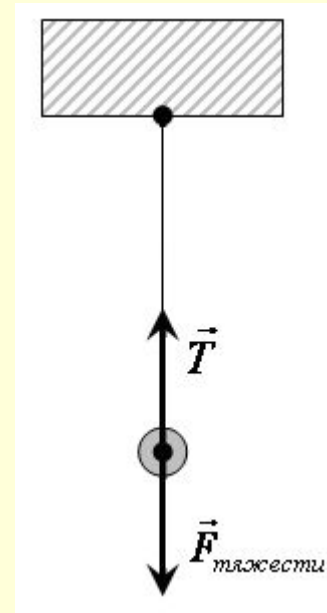
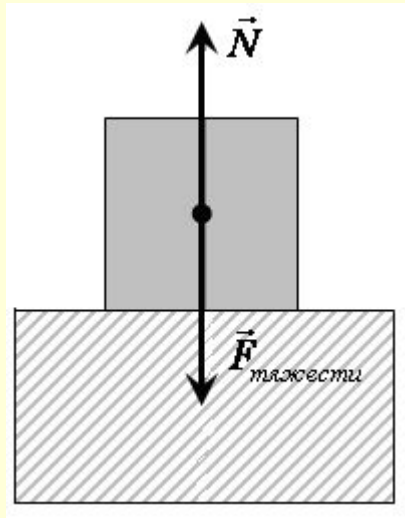
Если ввести переменную g , то закон всемирного тяготения будет выглядеть так: $\vec{g} = -G \cdot \frac{m_1}{r^2} \cdot \vec{e}_r$, $\vec{F}_{\text{тяготения}} = m_2 \cdot \vec{g}$

Заметим, что *масса как мера инерции*, входящая в уравнение для второго закона Ньютона, *в точности равна массе как мере гравитации*, входящей в закон всемирного тяготения. Это утверждение носит название *принципа эквивалентности инертной и гравитационной масс* и подтверждено с высокой точностью многочисленными экспериментами.

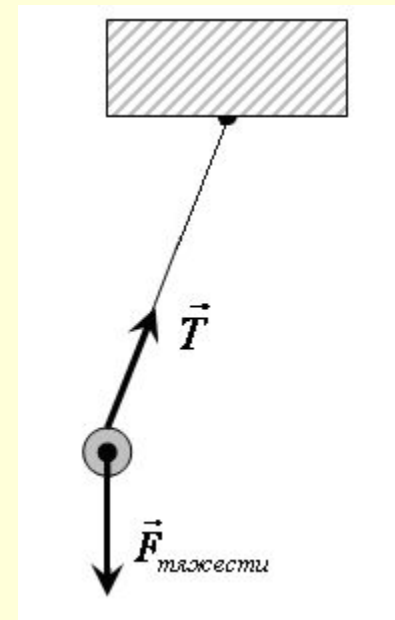
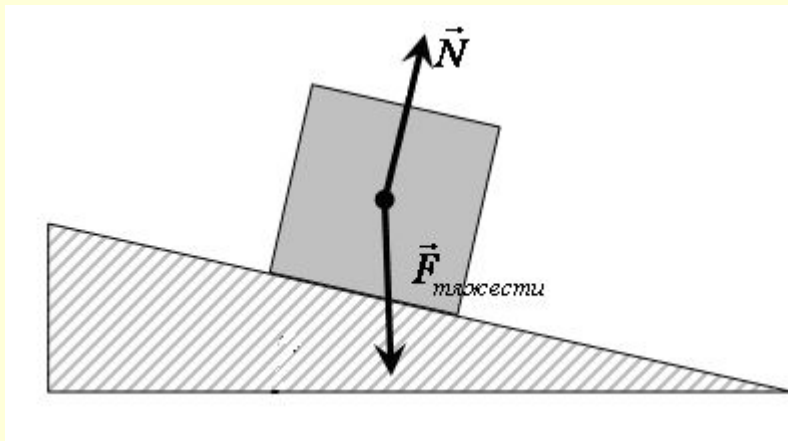
В тех задачах, где изменение расстояния между центрами гравитационно взаимодействующих тел намного меньше самого расстояния, величину изменения обычно можно считать несущественной и принимать постоянной для всех точек пространства, описываемых в задаче.

3.2. Реакция опоры и натяжение нити

Если тело находится под действием силы тяжести (силы тяготения), но не падает с ускорением g , следовательно, на него действуют и иные силы. Как правило, это сила нормальной реакции опоры N , которая всегда перпендикулярна поверхности взаимодействия тел, или сила натяжения подвеса T . Видно, что они не всегда направлены вдоль одной прямой с и не всегда равны ей по модулю.



Видно, что mg , N и T не всегда направлены вдоль одной прямой с и не всегда равны по модулю.



Вес тела – это сила, с которой тело давит на опору или натягивает подвес.

3.3. Сила трения

Трение – один из видов взаимодействия тел. Оно возникает при соприкосновении двух тел. Трение, как и все другие виды взаимодействия, подчиняется третьему закону Ньютона: если на одно из тел действует сила трения, то такая же по модулю, но направленная в противоположную сторону сила действует и на второе тело. Силы трения, как и упругие силы, имеют **электромагнитную** природу. Они возникают вследствие взаимодействия между атомами и молекулами соприкасающихся тел.

Выделяют два типа сил трения: **сухого** и **вязкого**.

Сухое трение

Различают **силы трения покоя, скольжения и качения.**

Сила трения покоя возникают, когда вдоль границы раздела двух тел, неподвижных друг относительно друга. При этом и скорость, и ускорение равны нулю, поэтому

$$\vec{F}_{\text{трения}} = -\sum_i \vec{F}_i \quad ,$$

где \vec{F}_i все прочие силы. Когда сила сухого трения скольжения достигает максимально возможной (предельной) величины, то тела начинают двигаться друг относительно друга. Эта предельная величина рассчитывается по формуле

$$F_{\text{max}} = \mu_{\text{покоя}} \cdot N \quad ,$$

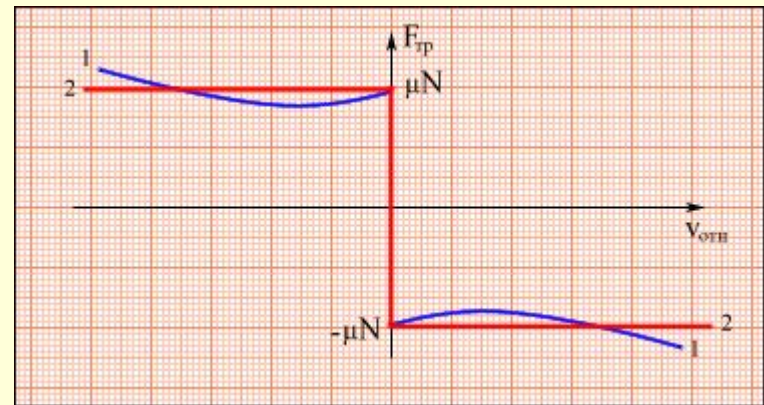
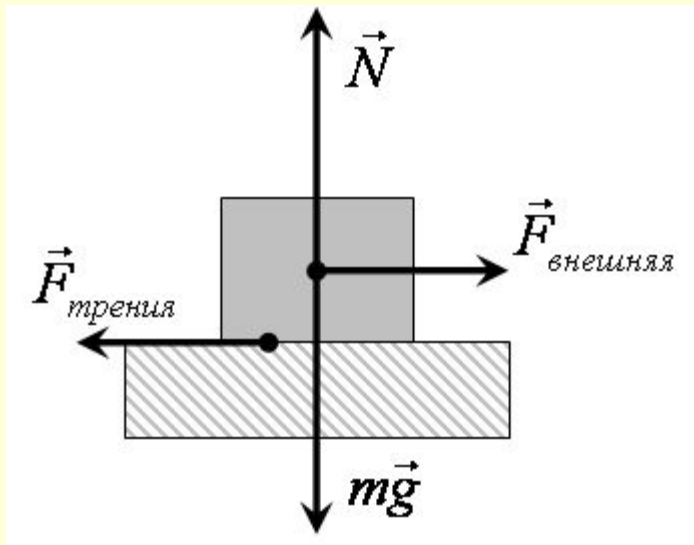
где $\mu_{\text{покоя}}$ – коэффициент трения покоя, зависящий только от природы контактирующих веществ, качества поверхностей и от температуры.

Сила сухого трения скольжения

Величина этой силы рассчитывается по формуле:

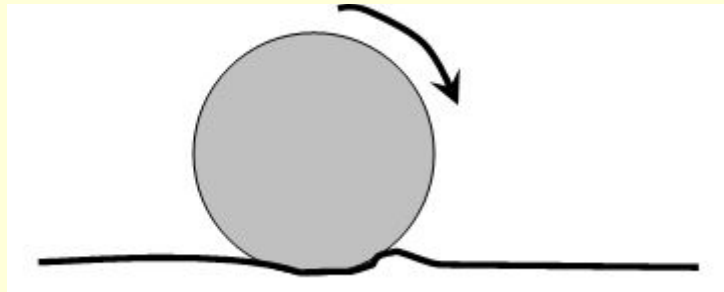
$$F_{\text{скольжения}} = \mu_{\text{скольжения}} \cdot N ,$$

где коэффициент трения $\mu_{\text{скольжения}}$ зависит только от природы контактирующих веществ, качества поверхностей и от температуры. Вообще говоря, обычно $\mu_{\text{покоя}} > \mu_{\text{скольжения}}$, однако в большинстве задач эти коэффициенты считаются равными.

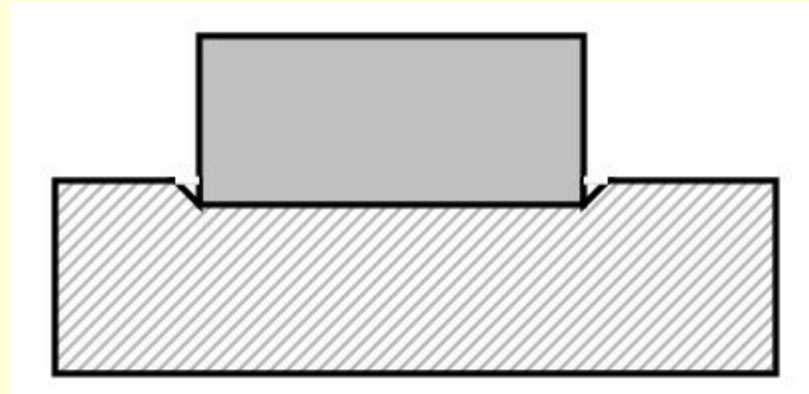


Сила трения качения

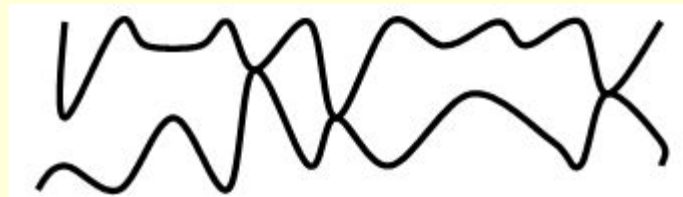
Перемещению катящегося тела мешает образование углубления под ним и «горки» перед ним. Величина силы трения качения рассчитывается по формуле: $F_{\text{качения}} = \mu_{\text{качения}} \cdot N$, где коэффициент трения $\mu_{\text{качения}}$ зависит только от природы контактирующих веществ, качества поверхностей и от температуры. Обычно $\mu_{\text{качения}} < \mu_{\text{скольжения}}$.



Природа всех видов сил сухого трения сходная: во-первых, прижатые (например, под действием силы тяжести) тела деформируют свои поверхности и меньшее тело оказывается в некотором углублении,



во-вторых, контактирующие поверхности имеют шероховатости, мешающие взаимному перемещению, в-третьих, в зонах контакта могут возникать межатомные связи, которые должны рваться при перемещении.



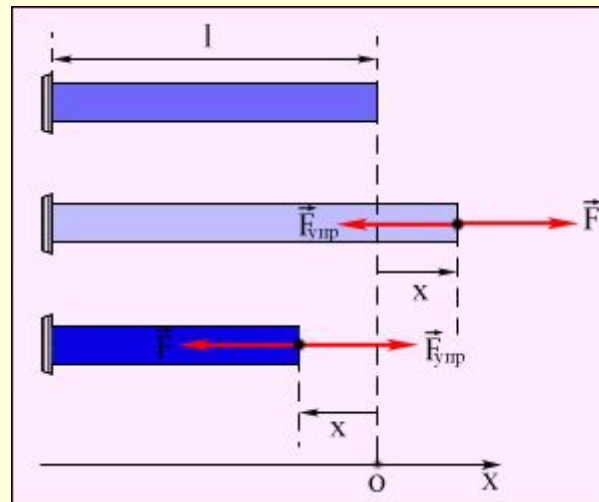
Вязкое трение

При движении твердого тела в жидкости или газе возникает *сила вязкого трения*. Сила вязкого трения значительно меньше силы сухого трения. Она также направлена в сторону, противоположную относительной скорости тела. *При вязком трении нет трения покоя.*

Сила вязкого трения сильно зависит от скорости тела. При достаточно малых скоростях $F_{\text{тр}} \sim v$, при больших скоростях $F_{\text{тр}} \sim v^2$. При этом коэффициенты пропорциональности в этих соотношениях зависят от формы тела.

3.4. Сила упругости и деформация твердых тел

При **деформации** тела возникает сила, которая стремится восстановить прежние размеры и форму тела. Эта сила возникает вследствие **электромагнитного** взаимодействия между атомами и молекулами вещества. Ее называют силой **упругости**.

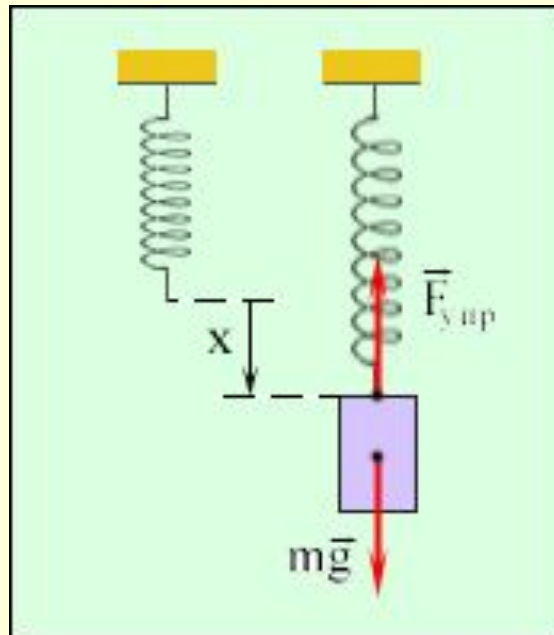


Закону Гука: $\vec{F} = -k\vec{x}$,

где \vec{x} – перемещение конца стержня, то есть удлинение стержня, k – жёсткость стержня.

В системе СИ жесткость измеряется в *ньютонах на метр* (Н/м).

Коэффициент жесткости зависит от формы и размеров тела, а также от материала.



В физике закон Гука для деформации растяжения или сжатия принято записывать в другой форме.

Отношение $\varepsilon = x/l$ называется *относительной деформацией*, а отношение $\sigma = F / S = -F_{\text{упр}} / S$, где S – площадь поперечного сечения деформированного тела, называется *напряжением*.

Тогда закон Гука можно сформулировать так: относительная деформация ε пропорциональна напряжению σ :

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma.$$

Коэффициент E в этой формуле называется *модулем Юнга*. Модуль Юнга зависит только от свойств материала и не зависит от размеров и формы тела.

Для различных материалов модуль Юнга меняется в широких пределах. Для стали, например, $E \approx 2 \cdot 10^{11}$ Н/м², а для резины $E \approx 2 \cdot 10^6$ Н/м², т. е. на пять порядков меньше.

Упругая деформация после снятия внешней нагрузки полностью снимается. Однако, если внешняя нагрузка достаточно велика, то, во-первых, перестаёт выполняться закон Гука – связь между механическим напряжением и относительной деформацией перестаёт быть линейной, а во-вторых, после снятия внешней нагрузки не вся деформация снимается – часть деформации остаётся. Эта остаточная деформация называется пластической. Когда же прикладываемое напряжение становится равным временному сопротивлению разрыву, происходит так называемое нарушение однородности деформации – в каком-то месте образца образуется сужение (шейка) и при дальнейшем увеличении деформации образец разрушается.

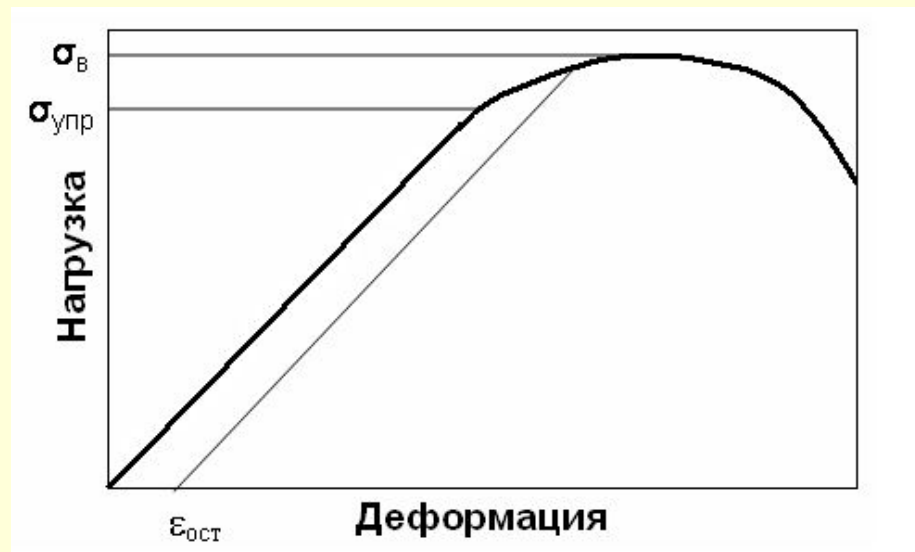
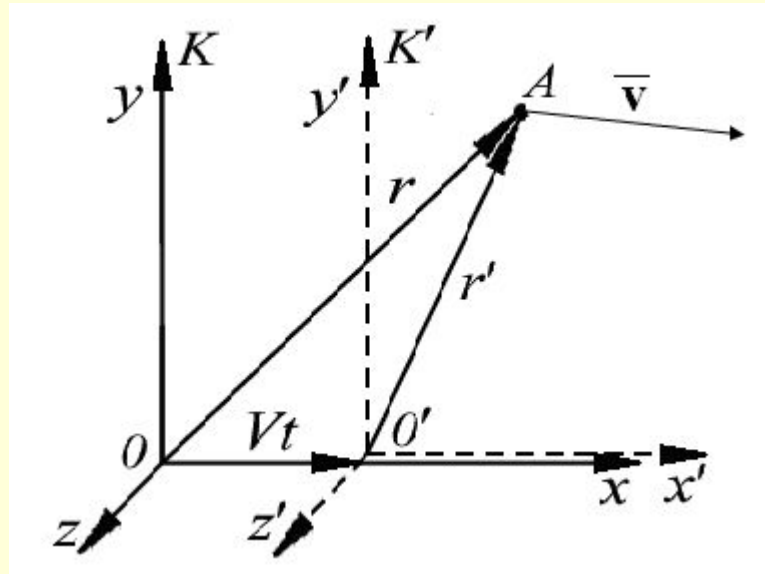


Диаграмма растяжения: $\sigma_{\text{упр}}$ – предел упругости, $\sigma_{\text{в}}$ – предел прочности (временное сопротивление разрыву), $\epsilon_{\text{ост}}$ – остаточная пластическая деформация.

4. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета



$${}^{\mathbb{W}}r_A(t) = {}^{\mathbb{W}}r_{O'}(t) + {}^{\mathbb{W}}r'_{A}(t)$$

$$\frac{\partial {}^{\mathbb{W}}r_A}{\partial t} = \frac{\partial {}^{\mathbb{W}}r_{O'}}{\partial t} + \frac{\partial {}^{\mathbb{W}}r'_{A}}{\partial t}$$

$${}^{\mathbb{W}}\mathbf{V}_A(t) = {}^{\mathbb{W}}\mathbf{V}_{O'}(t) + {}^{\mathbb{W}}\mathbf{v}'_A(t)$$

$${}^{\mathbb{W}}\mathbf{a}_A = {}^{\mathbb{W}}\mathbf{a}_{O'} + \mathbf{a}'_A$$

Если у нас обе системы инерциальные (то есть $\overset{\square}{a}_{O'} = 0$) и тело A движется с ускорением $\overset{\square}{a}_A \neq 0$, то $\overset{\square}{a}'_A = \overset{\square}{a}_A$ – ускорение инвариантно по отношению к переходу из одной инерциальной системы отсчёта в другую.

Ускорения появляются при наличии силы, действующей на тело A :

$$\overset{\square}{F} = m \cdot \overset{\square}{a}_A = m \overset{\square}{a}'_A = \overset{\square}{F}' .$$

То есть, при переходе из одной инерциальной системы отсчёта в другую силы, действующие на тела, не меняются. А следовательно, выполняется **принцип относительности Галилея**: *все механические явления в различных инерциальных системах отсчёта протекают одинаковым образом, вследствие чего никакими механическими опытами невозможно установить, покоится ли данная система отсчёта или движется равномерно и прямолинейно.* Поскольку

$\overset{\square}{a}_{O'} = 0$, то $\overset{\square}{r}_A(t) = \overset{\square}{r}'_A(t) + \overset{\square}{V}_{O'} \cdot t$ – **преобразование Галилея**.

Примером тонкого механического эксперимента, в котором проявляется неинерциальность системы, связанной с Землей, служит поведение *маятника Фуко*. Так называется массивный шар, подвешенный на достаточно длинной нити и совершающий малые колебания около положения равновесия. Если бы система, связанная с Землей, была инерциальной, плоскость качаний маятника Фуко оставалась бы неизменной относительно Земли. На самом деле плоскость качаний маятника вследствие вращения Земли поворачивается, и проекция траектории маятника на поверхность Земли имеет вид розетки.

