Виды параллелограммов

8 классы. Геометрия

Прямоугольник

Параллелограмм, в котором все углы прямые, называется прямоугольником.

$ABCD$ – прямоугольник $\Leftrightarrow$ $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$

Свойства

1. Если $ABCD$ – прямоугольник,
   то $AC = BD$.

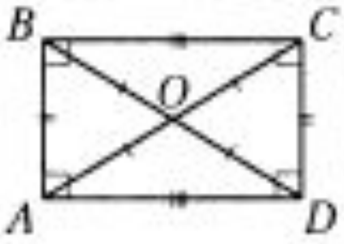
   Диагонали прямоугольника равны.

2. Прямоугольник обладает всеми свойствами параллелограмма.

   2.1. Если $ABCD$ – прямоугольник,
   то $AB = DC$; $AD = BC$; $\angle A = \angle C = \angle B = \angle D$.

   2.2. Если $ABCD$ – прямоугольник, AC и BD – диагонали,
   то $AO = OC = BO = OD$.

   2.3. Если $ABCD$ – прямоугольник,
   то $AB \parallel DC$; $AD \parallel BC$.



Признаки

1. Если $ABCD$ – параллелограмм и $AC = BD$,
   то $ABCD$ – прямоугольник.

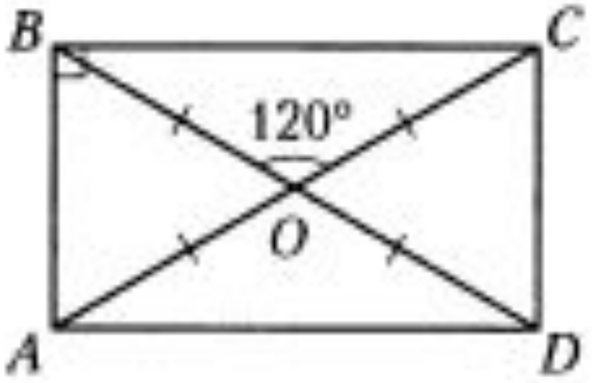
   Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм является прямоугольником.

2. Если $ABCD$ – параллелограмм и $\angle A = 90°$,
   то $ABCD$ – прямоугольник.

   Если в параллелограмме один из его углов прямой, то такой параллелограмм является прямоугольником.

Задачи

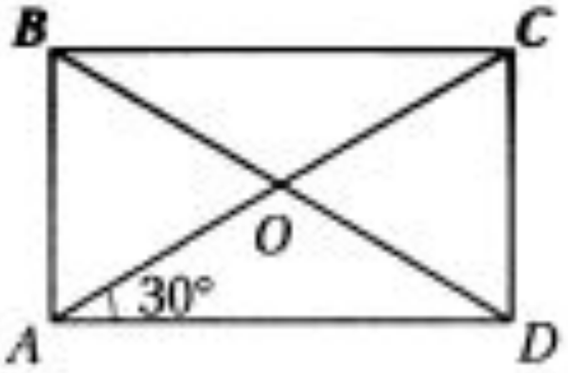
- Задача 1



Дано: $ABCD$ – прямоугольник;
$AC \cap BD = O$;
$\angle BOC = 120°$;
$AB = 9$ см.

Найти: AC.

- Задача 2

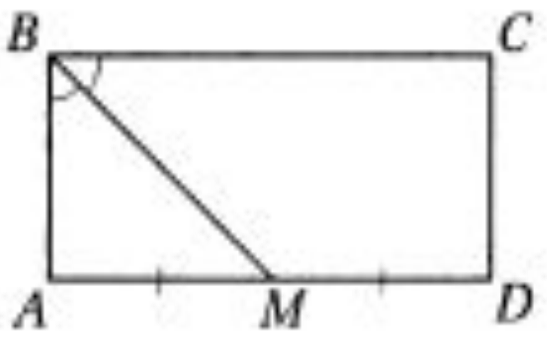


Дано: $ABCD$ – прямоугольник;
$AC \cap BD = O$;
$\angle CAD = 30°$;
$AC = 12$ см.

Найти: P_{AOB}

Задачи

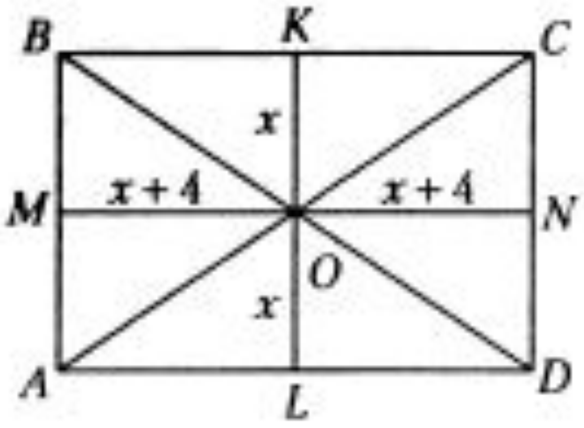
- **Задача 3**



Дано: $ABCD$ – прямоугольник;
BM – биссектриса $\angle B$;
$AM = MD$;
$BC = 12$ см.

Найти: P_{ABCD}

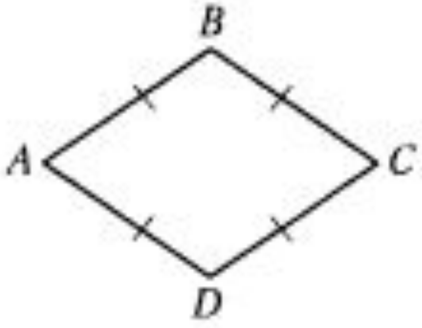
- **Задача 4**



Дано: $ABCD$ – прямоугольник;
$BD \cap AC = O$;
расстояние от точки O до AB на 4 см больше расстояния от точки O до AD;
$P_{ABCD} = 56$ см.

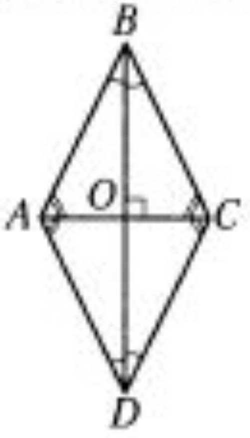
Найти: AB; BC; DC; AD.

Ромб



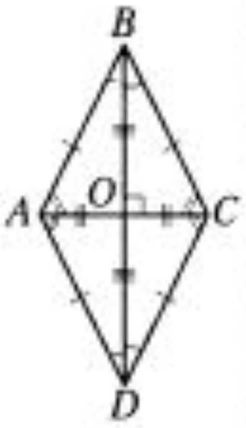
Параллелограмм, у которого все стороны равны, называется **ромбом**.

ABCD – ромб ⇔ $AB = BC = CD = DA$

Свойства		Признаки
1. Если *ABCD* – ромб, *AC* и *BD* – диагонали, то а) $AC \perp BD$; б) *BD* – биссектриса $\angle B$ и $\angle D$; *AC* – биссектриса $\angle A$ и $\angle C$. **Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят углы ромба пополам.**		1. Если *ABCD* – параллелограмм и $AC \perp BD$, то *ABCD* – ромб. **Если в параллелограмме диагонали взаимно перпендикулярны, то этот параллелограмм является ромбом.**

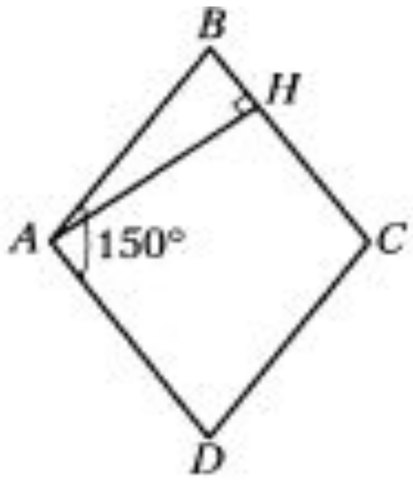
Ромб

Свойства **Признаки**

2. Ромб обладает всеми свойствами параллелограмма. 2.1. Если $ABCD$ – ромб, то $AB \parallel DC$; $AD \parallel BC$. 2.2. Если $ABCD$ – ромб, AC и BD – диагонали, то $AO = OC$; $BO = OD$. 2.3. Если $ABCD$ – ромб, то $\angle A = \angle C$; $\angle B = \angle D$.	 	2. Если $ABCD$ – параллелограмм и диагонали AC и BD являются биссектрисами его углов, то $ABCD$ – ромб. Если диагонали параллелограмма являются биссектрисами его углов, то этот параллелограмм является ромбом.
		3. Если $ABCD$ – четырехугольник и $AB = AD = BC = CD$, то $ABCD$ – ромб. Если в четырехугольнике все стороны равны, то этот четырехугольник является ромбом.

Задачи

- **Задача 5**



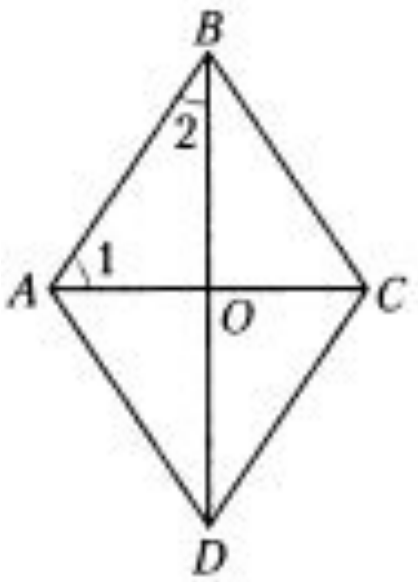
Дано: $ABCD$ – ромб;
$\angle DAB = 150°$;
AH – высота;
$AH = 3{,}5$ см.

Найти: P_{ABCD}

- **Задача 6**

Дано: $ABCD$ – ромб;
$\angle B = 45°$.

Найти: $\angle 1$; $\angle 2$.



Задачи

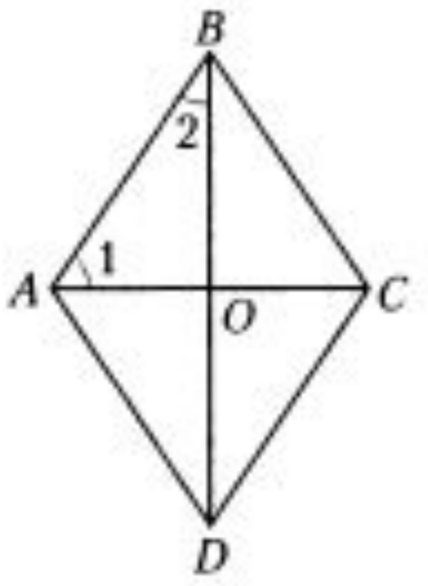
- **Задача 7**

В ромбе *ABCD* биссектриса угла *BAC* пересекает сторону *BC* в точке *M*. Найти углы ромба, если угол *AMC* = 120^0.

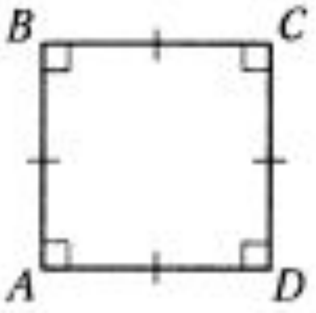
- **Задача 8**

Дано: $ABCD$ – ромб;
AC, BD – диагонали;
$\angle ABD : \angle BAC = 4 : 5$.

Найти: $\angle A$; $\angle B$; $\angle C$; $\angle D$.



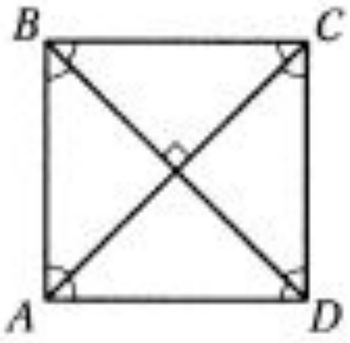
Квадрат



Прямоугольник, у которого все стороны равны, называется **квадратом**.

или

Ромб, у которого все углы прямые, называется **квадратом**.

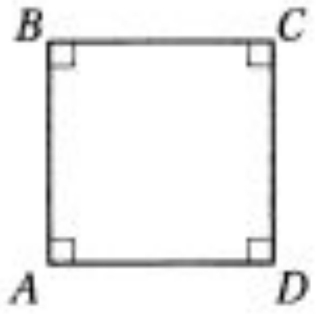
Свойства		Признак
1. Если $ABCD$ – квадрат, AC и BD – диагонали, то **$AC \perp BD$; AC – биссектриса $\angle A$ и $\angle C$; BD – биссектриса $\angle B$ и $\angle D$.** Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны и делят углы квадрата пополам.		Если $ABCD$ – прямоугольник и $AC \perp BD$, то **$ABCD$ – квадрат**. Если в прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны, то этот прямоугольник есть квадрат.

Квадрат

2. Квадрат обладает всеми свойствами прямоугольника и ромба.

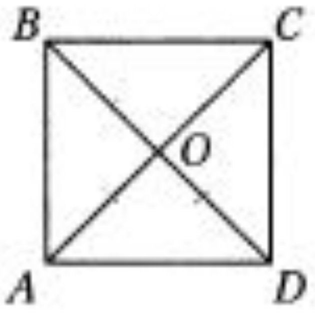
2.1. Если $ABCD$ – квадрат,

то $\boxed{AB \parallel DC \text{ и } AD \parallel BC}$.



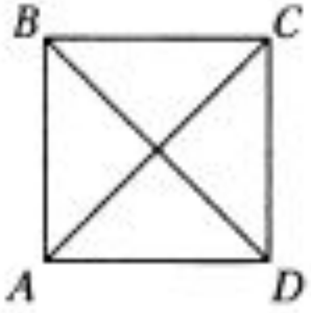
2.2. Если $ABCD$ – квадрат, AC и BD – диагонали,

то $\boxed{AO = CO = BO = DO}$.



2.3. Если $ABCD$ – квадрат,

то $\boxed{AC = BD}$.

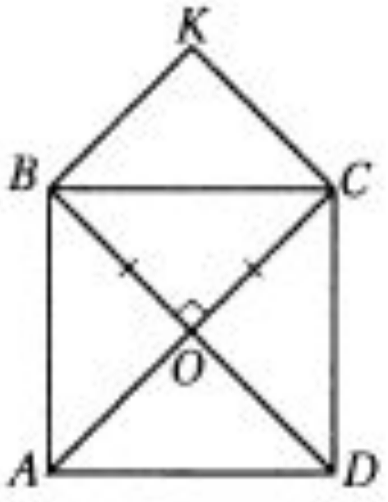


Задачи

- **Задача 9**

Дано: $ABCD$ – квадрат;
AC и BD – диагонали;
$AC = 4$ см;
BC – диагональ квадрата $OBKC$.

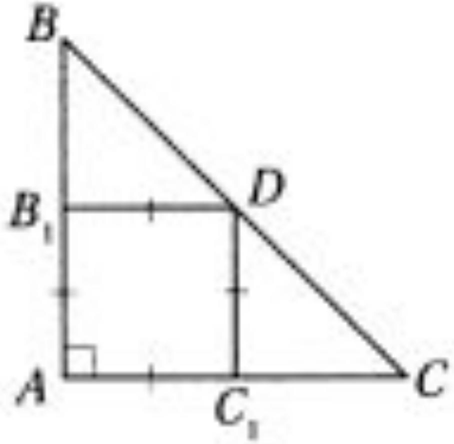
Найти: BK.



- **Задача 10**

Дано: $\triangle ABC$ – равнобедренный, прямоугольный;
AB_1DC_1 – квадрат;
$\angle A$ – общий;
$AB = 2$ см.

Найти: P_{AB1DC1}

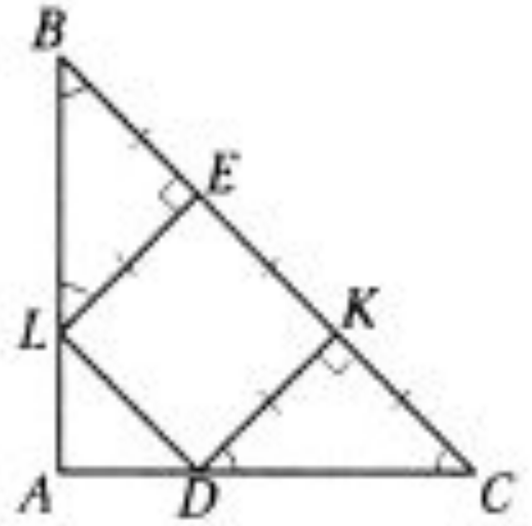


Задачи

► Задача 11

Дано: $\triangle ABC$ – равнобедренный, прямоугольный;
$LEKD$ – квадрат;
$L \in AB$;
$D \in AC$;
$E \in BC, K \in BC$;
$BC = 3$ см.

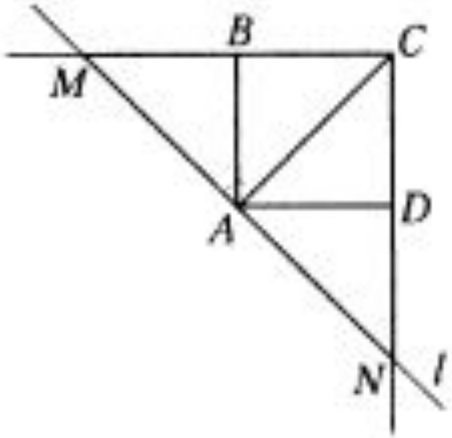
Найти: LD.



► Задача 12

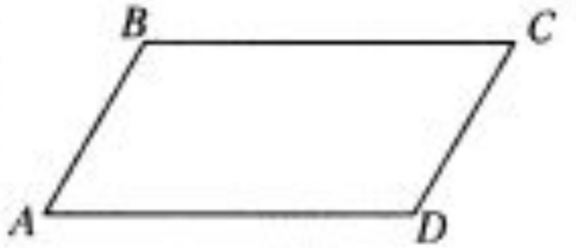
Дано: $ABCD$ – квадрат;
$AC = 18{,}4$ см;
$A \in l, l \perp AC$;
$l \cap BC = M; l \cap CD = N$.

Найти: MN.

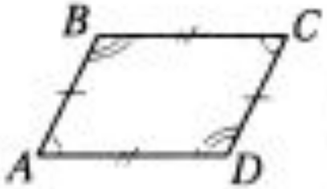


Параллелограмм

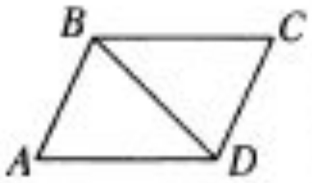
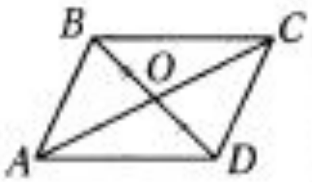
Четырехугольник, в котором противолежащие стороны попарно параллельны, называется **параллелограммом**.



ABCD – параллелограмм ⇔ $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$

Свойства		Признаки
1. Если *ABCD* – параллелограмм, то $AB = DC$; $AD = BC$; $\angle A = \angle C$; $\angle B = \angle D$. **В параллелограмме противолежащие стороны равны, противолежащие углы равны.**	 	1. Если *ABCD* – четырехугольник и $BC \parallel AD$; $BC = AD$, то *ABCD* – параллелограмм. **Если две противолежащие стороны четырехугольника равны и параллельны, то этот четырехугольник — параллелограмм.**

Параллелограмм

Свойства		Признаки
2. Если $ABCD$ — параллелограмм и BD — диагональ, то $\boxed{\triangle ABD = \triangle CDB}$. **Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.**		2. Если $ABCD$ — четырехугольник и $AB = DC$, $AD = BC$, то $ABCD$ — параллелограмм. **Если противолежащие стороны четырехугольника попарно равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.**
3. Если $ABCD$ — параллелограмм, AC и BD — диагонали, то $\boxed{AO = OC;\ BO = OD}$. **Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.**		3. Если $ABCD$ — четырехугольник, $AC \cap BD = O$ и $AO = OC$; $BO = OD$, то $ABCD$ — параллелограмм. **Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник — параллелограмм.**

Задачи

► **Задача 13**

В параллелограмме *MNKP* проведена *MT* – биссектриса угла *NMP*. Найти периметр параллелограмма, если *NT* = 6 см, а *TK* = 4 см.

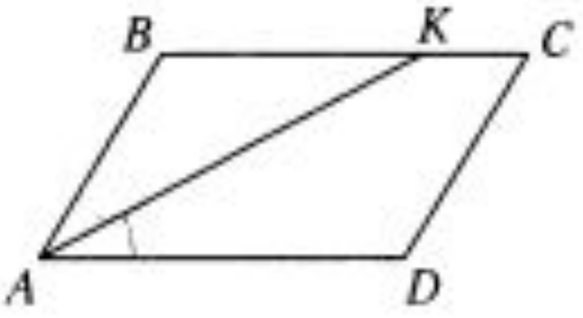
► **Задача 14**

Один из углов параллелограмма на 24^0 больше другого. Найти углы параллелограмма.

► **Задача 15**

Дано: *ABCD* – параллелограмм;
AK – биссектриса $\angle A$;
$BK : KC = 2 : 1$;
$P_{ABCD} = 50$ см.

Найти: *AB*; *BC*; *CD*; *AD*.



Трапеция

Четырехугольник, две стороны которого параллельны, а две другие не параллельны, называется **трапецией**.

$ABCD$ – трапеция $\Leftrightarrow$ $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$

Свойства:

Равнобокая (равнобедренная) трапеция

$AB = CD$

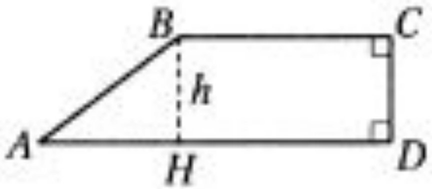
$\angle A = \angle D$ и $\angle B = \angle C$.

У равнобокой трапеции углы при основании равны.

$AC = BD$.

У равнобокой трапеции диагонали равны.

Прямоугольная трапеция



$CD \perp AD$

$h = CD$.

Высота прямоугольной трапеции равна меньшей боковой стороне.

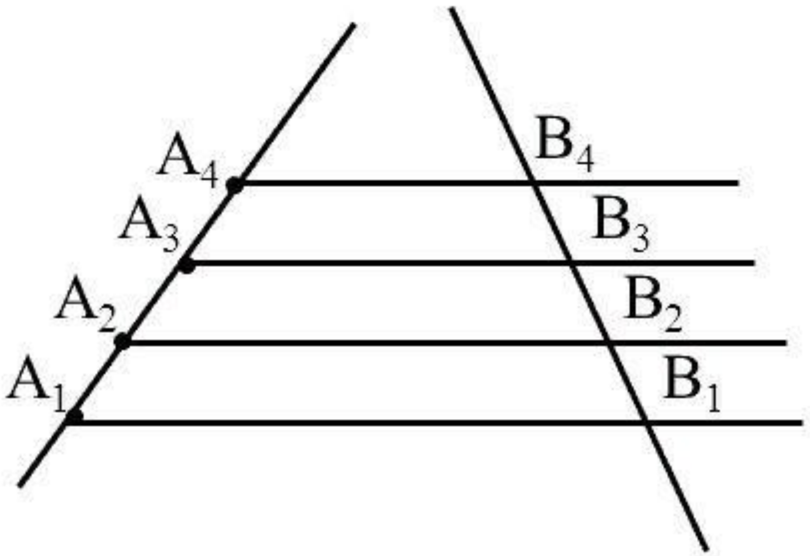
Задачи

- **Задача 16**

В равнобедренной трапеции *ABCD* , *AD* = 20 см, *BC* = 10 см. Докажите, что AC является биссектрисой угла BAC и найдите периметр трапеции.

Теорема Фалеса

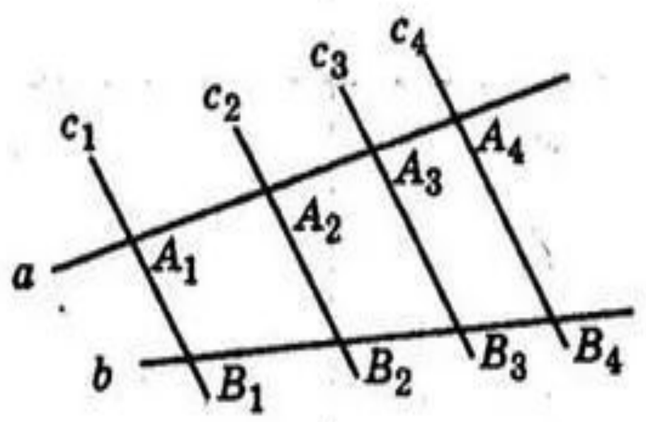
Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.



Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне.

Расширенная теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложены несколько отрезков и через их концы проведены параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то на ней отложатся отрезки, пропорциональные данным.



$c_1 \parallel c_2 \parallel c_3 \parallel c_4 \Rightarrow$

$\Rightarrow A_1A_2 : A_2A_3 : A_3A_4 = B_1B_2 : B_2B_3 : B_3B_4$

Параллельные прямые, пересекающие
стороны угла, отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки.