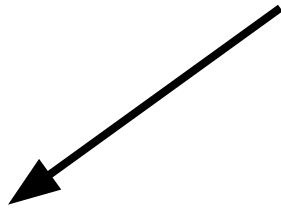
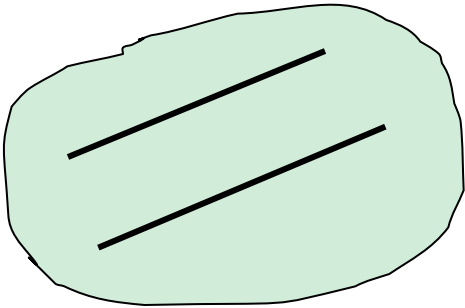


# Параллельность в пространстве



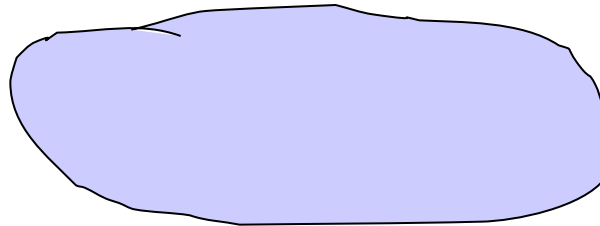
**Параллельность  
прямых**



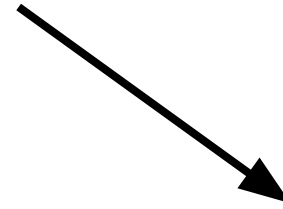
**Прямые не  
пересекаются и  
лежат в одной  
плоскости**



**Параллельность  
прямой и плоскости**



**Прямая и  
плоскость не  
имеют общих  
точек**

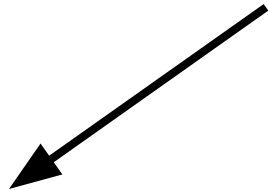


**Параллельность  
плоскостей**

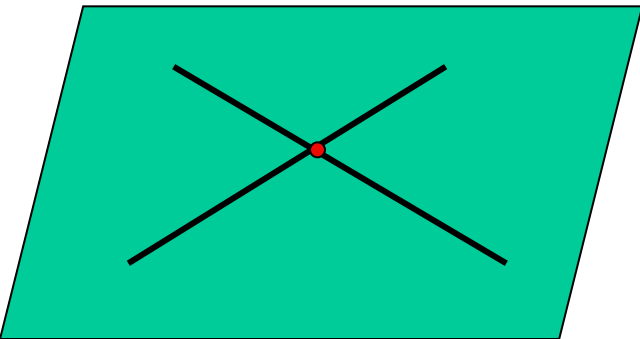


**Плоскости  
не имеют  
общих точек**

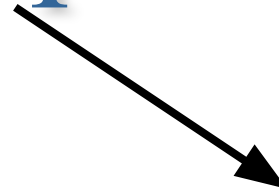
# прямые в пространстве



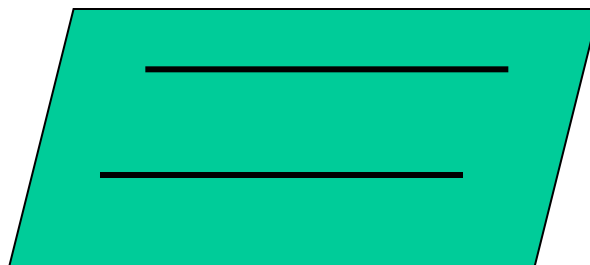
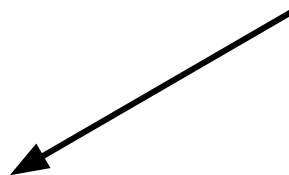
Имеют общие точки



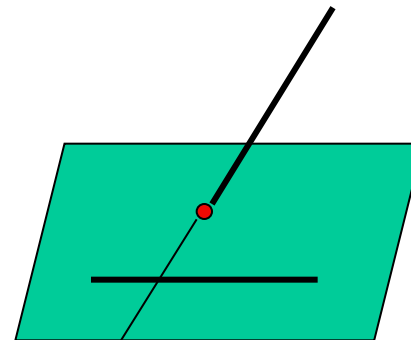
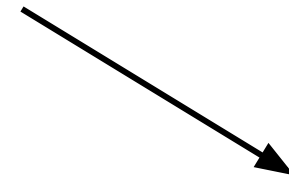
пересекаются



Не имеют общих точек



параллельны



скрещиваются

# Признак параллельности прямых

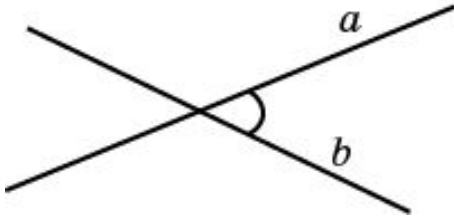
Если две прямые параллельны третьей прямой, то они тоже параллельны

**Дано:**  $a \parallel b$ ;  $c \parallel b$

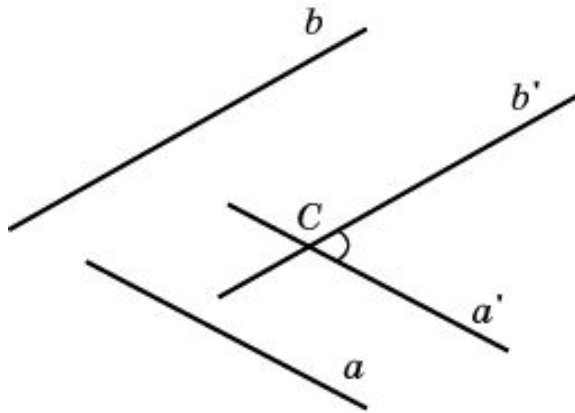
**Доказать:**  $a \parallel c$



# Угол между прямыми в пространстве



Углом между двумя пересекающимися **прямыми** в пространстве называется наименьший из углов, образованных лучами этих прямых с вершиной в точке их пересечения.



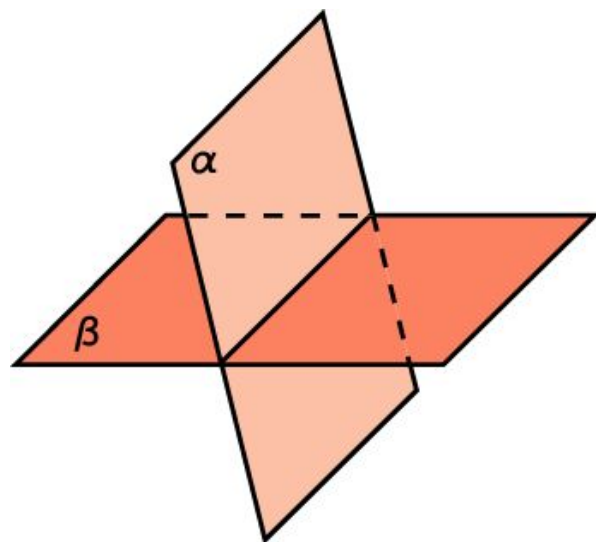
Углом между **скрещивающимися** **прямыми** называется угол между пересекающимися **прямыми**, соответственно **параллельными** данным.

Две прямые называются **перпендикулярными**, если угол между ними прямой.

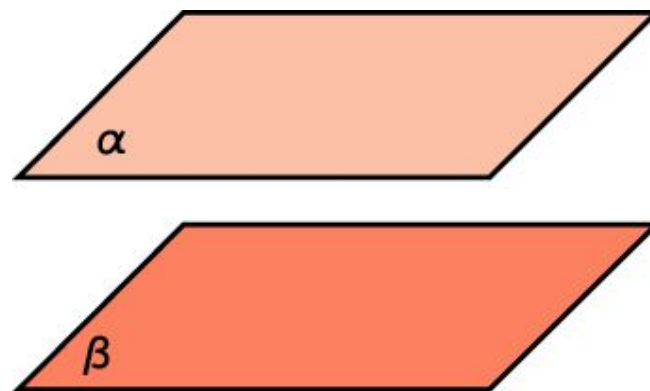
# ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

## Две плоскости

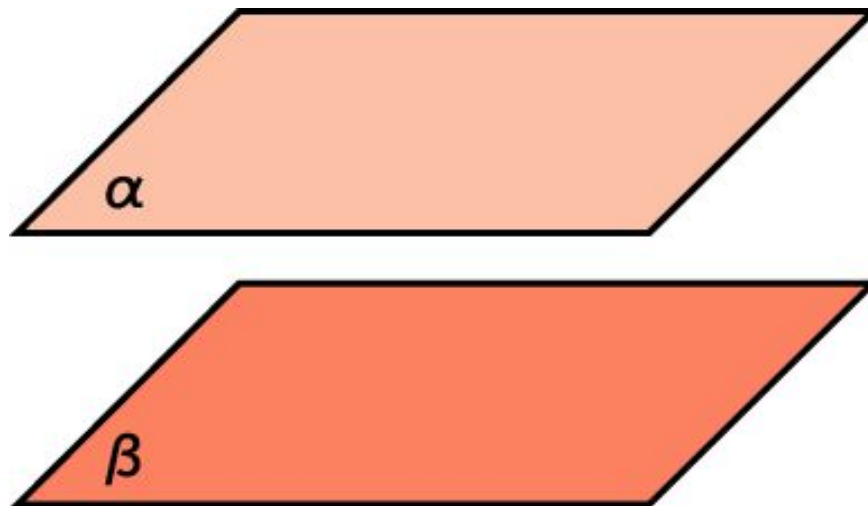
имеют общие точки  
(пересекаются по прямой)



не имеют общих точек  
(параллельны)

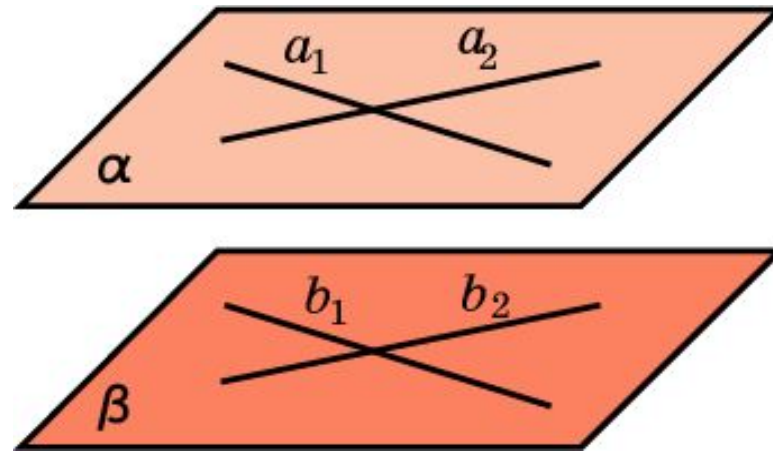


# Параллельные плоскости в пространстве



**Определение.** Две плоскости в пространстве называются параллельными, если **они не пересекаются.**

# Признак параллельности плоскостей



**Теорема.** Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

# *Свойства*

*3. Если прямая пересекает одну из параллельных плоскостей, то она пересекает и другую.*

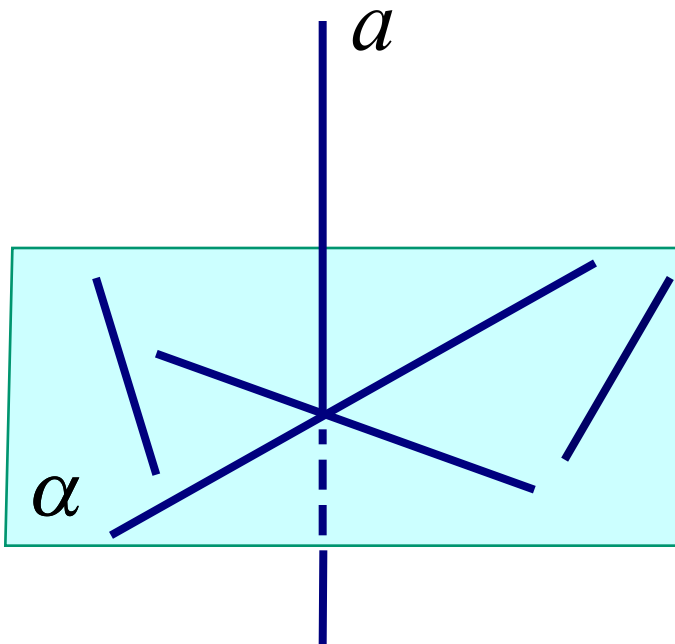
*4. Если плоскость пересекает одну из параллельных плоскостей, то она пересекает и вторую плоскость.*

*5. В пространстве через точку, не лежащую на данной плоскости, можно провести плоскость, параллельную данной, и притом только одну.*



# Определение

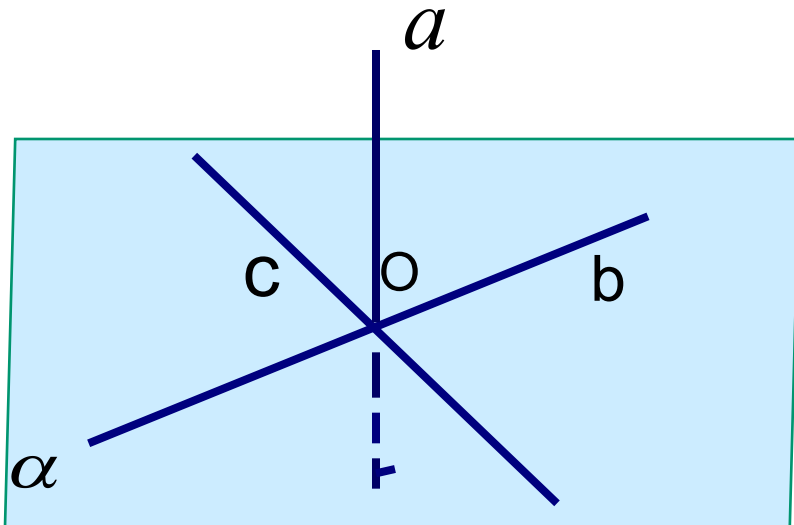
Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости



$$a \perp \alpha$$

# Признак перпендикулярности прямой и плоскости

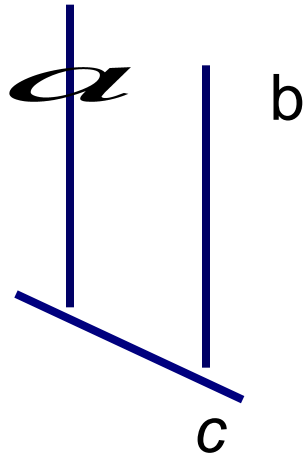
Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости



\*

$$\begin{array}{l} a \perp b , a \perp c \\ b \cap c = O \\ \hline a \perp \alpha \end{array}$$

# Теорема 1.



Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой

$$a \parallel b, a \perp c \Rightarrow b \perp c$$

## Теорема 2.

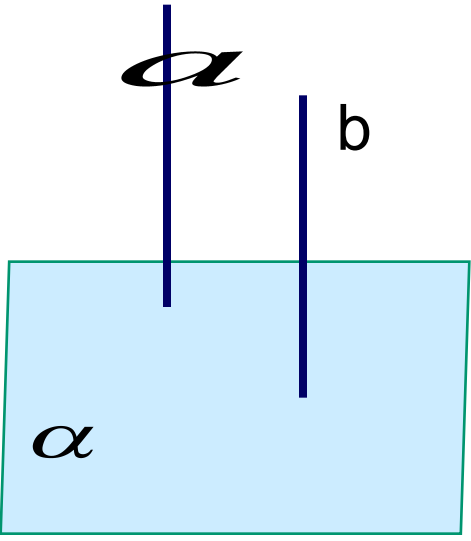
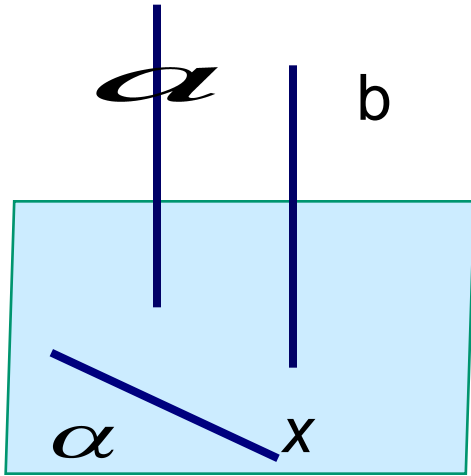
Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости

$$a \parallel b, a \perp \alpha \Rightarrow b \perp \alpha$$

## Теорема 3.

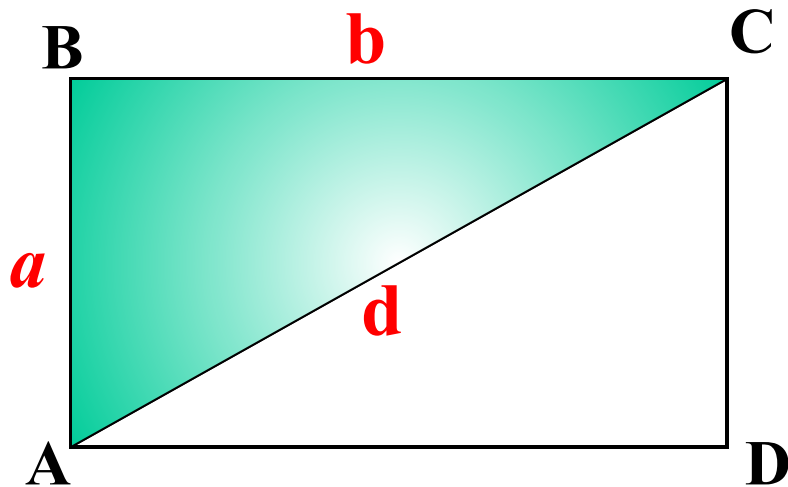
Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны

$$a \perp \alpha, b \perp \alpha \Rightarrow a \parallel b$$



## Планиметрия

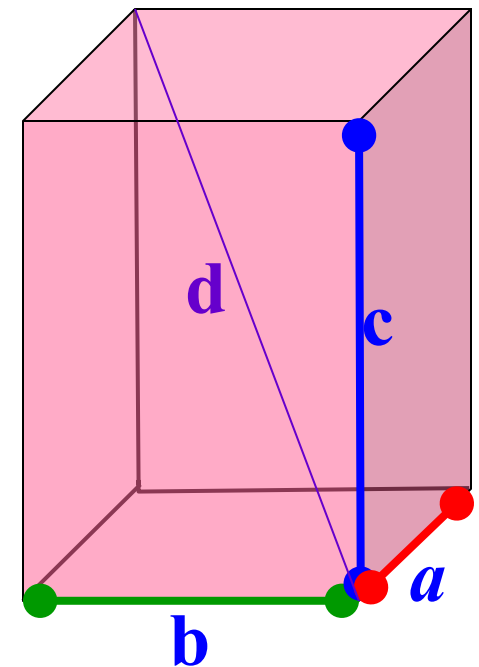
В прямоугольнике квадрат диагонали равен сумме квадратов двух его измерений.



$$d^2 = a^2 + b^2$$

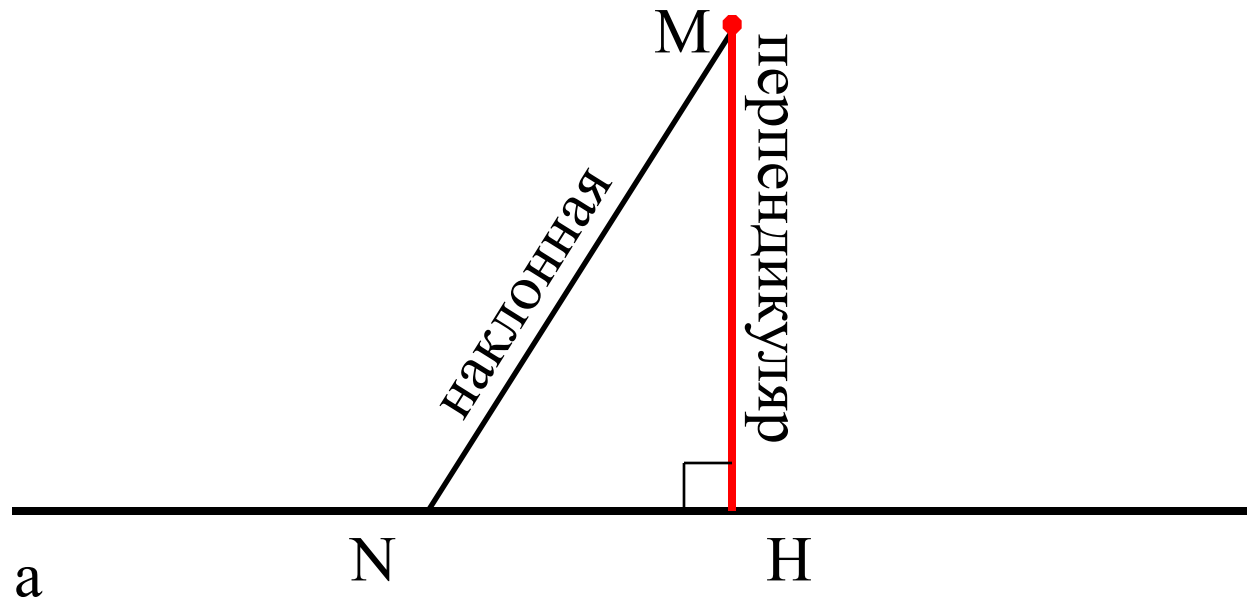
## Стереометрия

Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений. Диагонали равны между собой.



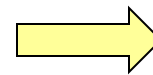
$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Расстоянием от точки до прямой является длина перпендикуляра



H – основание перпендикуляра

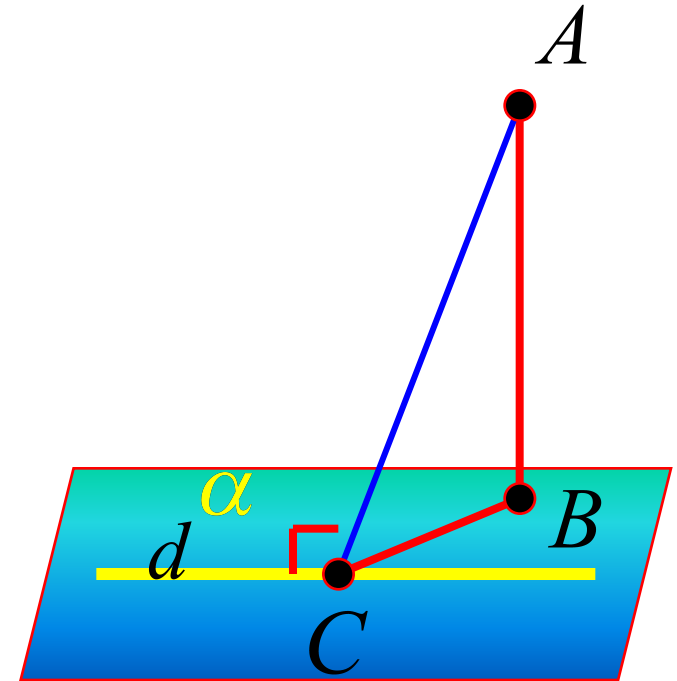
N – основание наклонной



NN – проекция наклонной

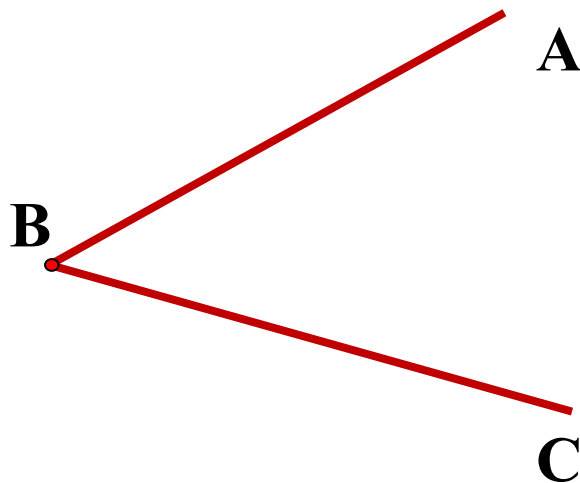
# *Теорема о трех перпендикулярах*

*Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она перпендикулярна наклонной.*



## *Планиметрия*

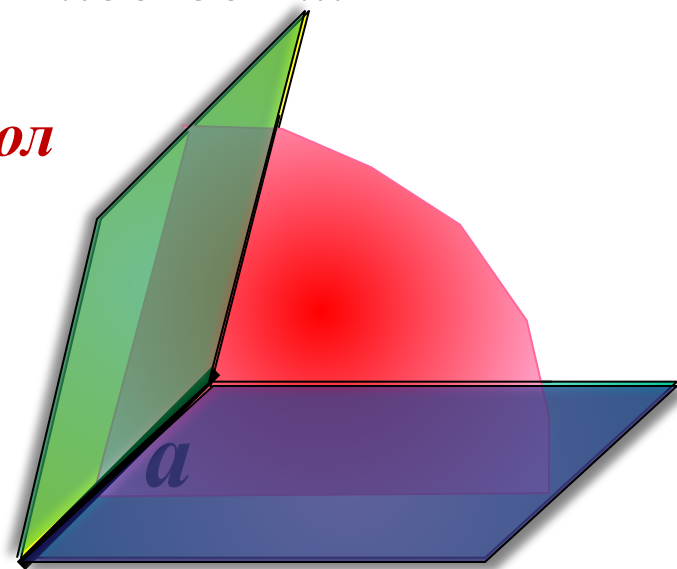
*Углом на плоскости называется фигура, образованная двумя лучами, исходящими из одной точки.*



## *Стереометрия*

*Двугранным углом называется фигура, образованная прямой  $a$  и двумя полуплоскостями с общей границей  $a$ , не принадлежащими одной плоскости.*

*Двугранный угол*



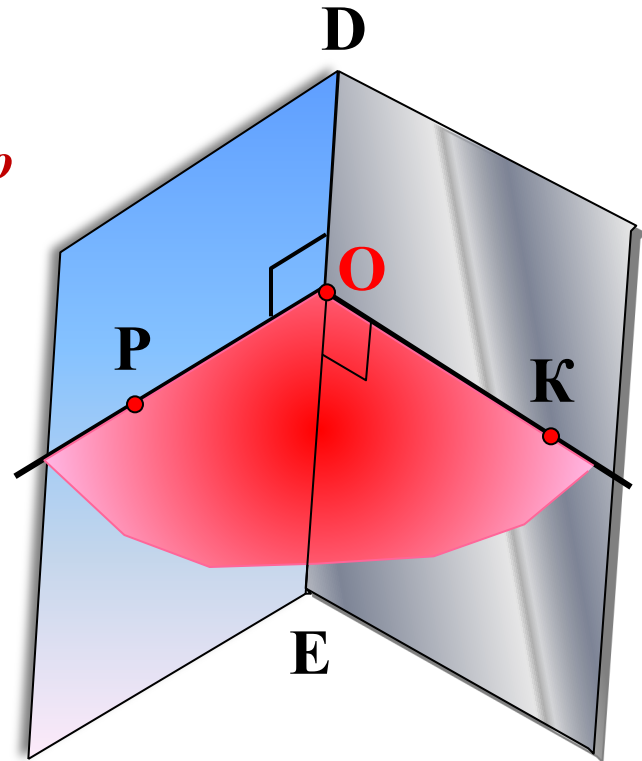
*Прямая  $a$  – ребро*

*Две полуплоскости – грани двугранного угла*

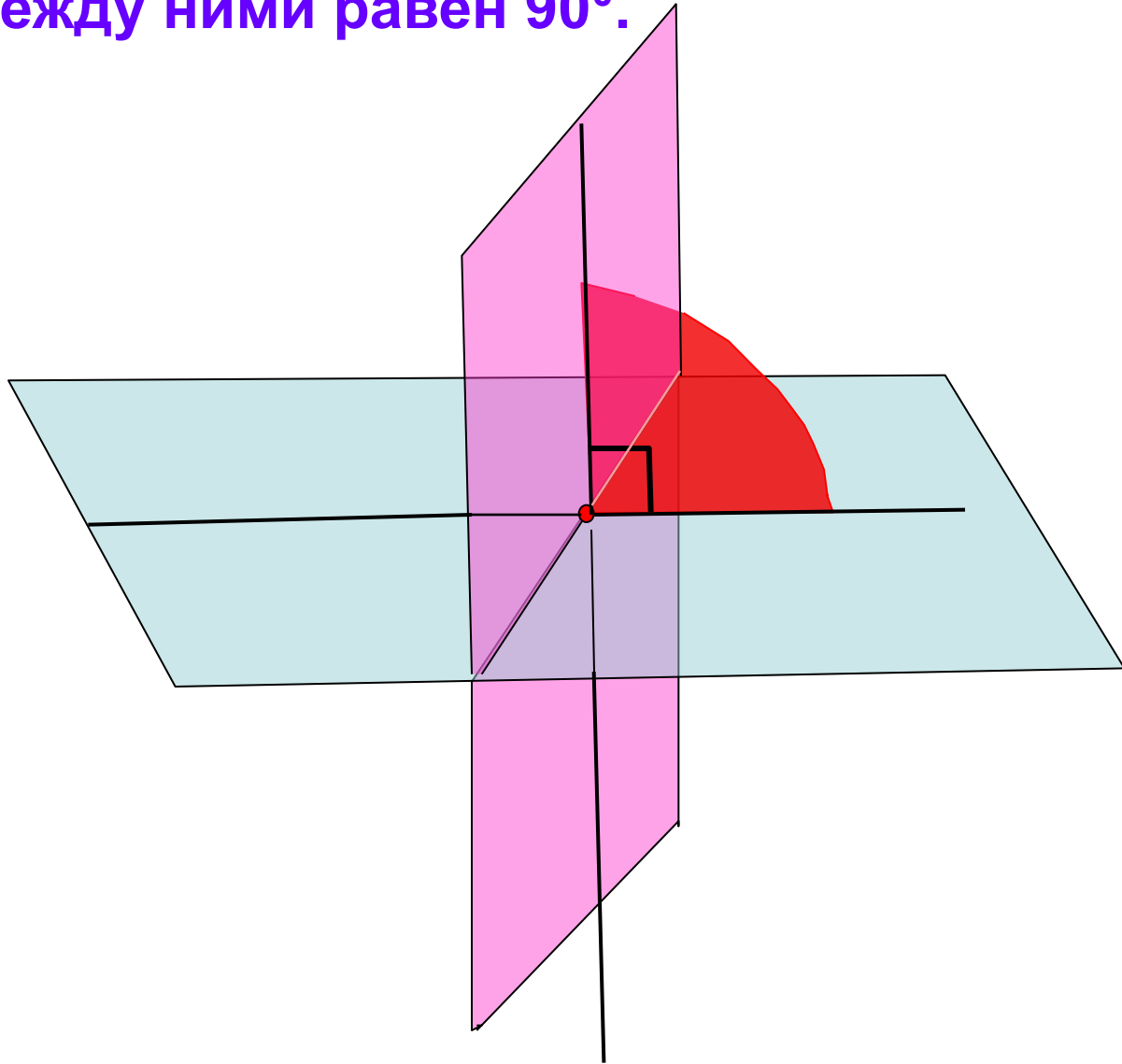


*Угол  $POK$  – линейный угол двугранного угла  $PDEK$ .*

*Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.*



Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен  $90^{\circ}$ .



## Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.

