

Сравнение по модулю m .

A decorative graphic consisting of several horizontal lines of varying lengths and colors (teal, light blue, white) extending across the width of the slide below the main text.

Определение:

- Два натуральных числа a и b , разность которых кратна натуральному числу m , называются сравнимыми по модулю m .
- **обозначение:** $a \equiv b \pmod{m}$.
- **Или:**
- **Целые числа a и b называют сравнимыми по модулю m , если каждое из них при делении на m дает один и тот же остаток r .**

Примеры:

- Так, $3 \equiv 1 \pmod{2}$, $7 \equiv 1 \pmod{3}$.
- Два числа сравнимы по модулю 2, если они оба четны, либо если они оба нечетны.
- По модулю 1 все целые числа сравнимы между собой.
- В том случае, если число n делится на m , то оно сравнимо с нулем по модулю m .
- $n \equiv 0 \pmod{m}$.

Свойства сравнений по модулю:

- Пусть $a \equiv b \pmod{m}$, $c \equiv d \pmod{m}$. Тогда:
 - $a + c \equiv b + d \pmod{m}$,
 - $a - c \equiv b - d \pmod{m}$,
 - $ac \equiv bd \pmod{m}$,
 - $a^n \equiv b^n \pmod{m}$.
- Пусть $ab \equiv 0 \pmod{m}$, и числа a и m взаимно просты. Тогда $b \equiv 0 \pmod{m}$.

Теорема:

- В любой части сравнения можно отбросить или добавить слагаемое, кратное модулю.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a + km \equiv b \pmod{m}$$

Примеры:

- Найдите остаток от деления 2^{29} на 11.
- Решение:
- Так как $2^5 \equiv -1 \pmod{11}$,
(определение: $32 - (-1) = 33$ делится на 11), то по свойству сравнений:
 $(2^5)^5 \equiv (-1)^5 \pmod{11}$, то есть $2^{25} \equiv -1 \pmod{11}$ и $2^4 \equiv 5 \pmod{11}$, и $2^{29} = 2^{25} \cdot 2^4$ по свойству сравнений $2^{29} \equiv -5 \pmod{11}$,
так как $-5 \equiv 6 \pmod{11}$, то остаток от деления будет 6.

Работа по учебнику:

- Стр. 39 разобрать примеры 1 и пример 2.
- Объяснение на доске.

Решение номеров:

- 1.95(а,в)

Дома:

- 1.95(б)
- Прочитать п 1.9.