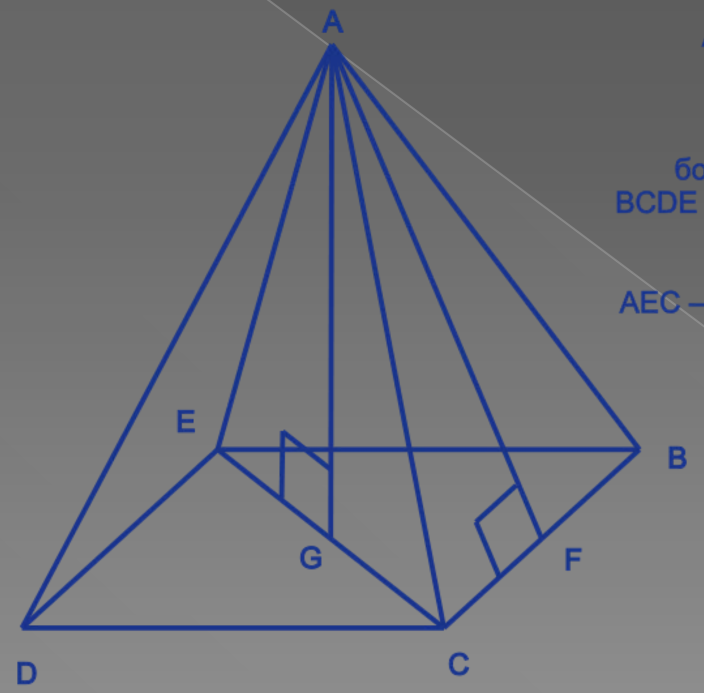
Презентация на тему: Пирамида

Гадзаовой Алины

Пирамида - многогранник, основание которого — многоугольник, а остальные грани — треугольники, имеющие общую вершину. По числу углов основания различают пирамиды треугольные, четырёхугольные и т. д.



A – вершина пирамиды;
AB, AC, AD, AE – ребра пирамиды;
ADE, AEB, ABC, ACD – боковые грани пирамиды;
BCDE – основание пирамиды;
AG – высота;
AF – апофема;
AEC – диагональное сечение.

История

Начало геометрии пирамиды было положено в Древнем Египте и Вавилоне, однако активное развитие получило в Древней Греции. Первый, кто установил, чему равен объем пирамиды, был Демокрит ,а доказал Евдокс Книдский. Древнегреческий математик Евклид систематизировал знания о пирамиде в XII томе своих «Начал», а также вывел первое определение пирамиды: телесная фигура, ограниченная плоскостями, которые от одной плоскости сходятся в одной точке.

Элементы пирамиды

- апофема — высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины.
- боковые грани — треугольники, сходящиеся в вершине пирамиды;
- боковые ребра — общие стороны боковых граней;
- вершина пирамиды — точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания;
- высота — отрезок перпендикуляра, проведённого через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра);
- диагональное сечение пирамиды — сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания;
- основание — многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.

Свойства

Если все боковые ребра равны, то:

- около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
- боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы.
- также верно и обратное, то есть если боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы или если около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр, то все боковые ребра пирамиды равны.

Если боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом, то:

- в основание пирамиды можно вписать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
- высоты боковых граней равны;
- площадь боковой поверхности равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани.

Формулы

- Объём пирамиды может быть вычислен по формуле:

$$V=\frac{1}{3}Sh$$

- Боковая поверхность — это сумма площадей боковых граней.
- Полная поверхность — это сумма боковой поверхности и площади основания:

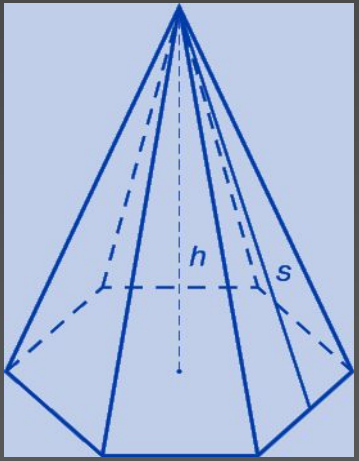
$$S_{полн}= S_{бок} + S_{осн}$$

- Для нахождения боковой поверхности в правильной пирамиде можно использовать формулы:

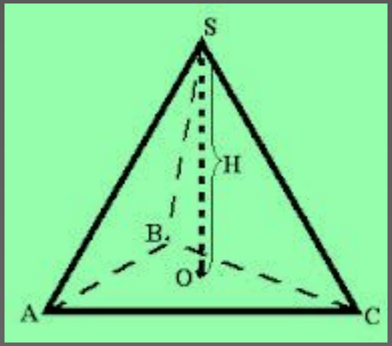
$$S_{бок}= \frac{1}{2} Pa= \frac{n}{2} b^2 \sin\alpha$$

где a — апофема , P— периметр основания, n— число сторон основания, b— боковое ребро.

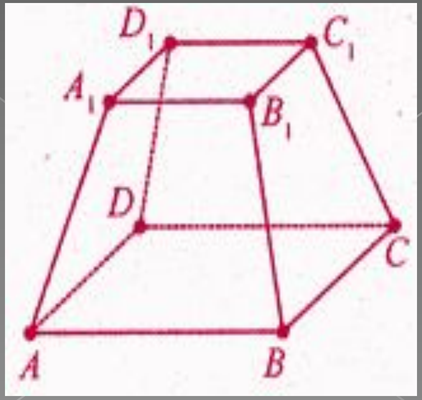
Пирамида называется правильной, если основанием её является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.



Пирамида называется прямоугольной, если одно из боковых рёбер пирамиды перпендикулярно основанию. В данном случае, это ребро и является высотой пирамиды.



Усечённой пирамидой называется многогранник, заключённый между основанием пирамиды и секущей плоскостью, параллельной её основанию.



Задачи

№1 В правильной усеченной четырехугольной пирамиде высота равна 2, а стороны оснований равны 3 и 5. Найдите диагональ усеченной пирамиды.

№2 в правильной четырехугольной пирамиде точка О- центр основания, SO=8, BD=30.Найдите боковой ребро SA.

Решение

- №1 Проведем сечение через противоположные боковые ребра AA_1 и CC_1 данной усеченной пирамиды $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с основаниями $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$($AB = 5$, $A_1B_1 = 3$). Пусть O и O_1 - центры оснований $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$соответственно. Секущая плоскость проходит через высоту $OO1$ усеченной пирамиды. В сечении получим равнобедренную трапецию AA_1C_1C с основаниями $AC = 5\sqrt{2}$ и $A_1C_1 = 3\sqrt{2}$. Пусть A_1K - высота трапеции.

  $A1K = OO1 = 2$,

  $AK = (AC - A1C1) = \frac{1}{2}(5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) = \sqrt{2}$

  $CK = AC - AK = 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

  Из прямоугольного треугольника $A1KC$ находим, что

  $A1C = \sqrt{AK^2 + CK^2} = \sqrt{4 + 32} = 6$.

  Ответ: 6

№2. В правильной пирамиде все грани и ребра равны. Рассмотрим OSB:

$SB^2=SO^2+OB^2=64+225=289$

$SB=SA=17$

Ответ:17