

Решение тестовых задач на движение (подготовка к ЕГЭ)

Подготовили

Никитина Ирина Александровна
Алышова Наталья Сергеевна

Текстовые задачи являются традиционным разделом на вступительных экзаменах. Как правило, основная трудность при решении текстовой задачи состоит в переводе её условий на математический язык уравнений.

Общего способа такого перевода не существует. Однако многие задачи на вступительных экзаменах, достаточно

ТИПИЧНЫ.

Цель урока:

- Закрепление умений решения задач различными способами (с помощью уравнений и по действиям);
- знакомство с другими способами решения текстовых задач (подбор, полный перебор, метод предположения);
- привитие аккуратности, математической грамотности.

Основные цели решения текстовых задач в школьном курсе математики:

- научить переводить реальные предметные ситуации в различные математические модели,
- обеспечить действенное усвоение учащимися основных методов и приемов решения учебных математических задач.

Этапы решения текстовых задач:

- Анализ содержания задачи.
- Поиск пути решения задачи и составление плана ее решения.
- Осуществление плана решения задачи.
- Проверка решения задачи.

Стандартная схема решения таких задач включает в себя:

- 1. Выбор и обозначение неизвестных.
- 2. Составление уравнений (возможно неравенств) с использованием неизвестных и всех условий задачи.
- 3. Решение полученных уравнений (неравенств).
- 4. Отбор решений по смыслу задачи.

Основными типами задач на движение являются :

- задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);
- задачи на движение по замкнутой трассе;
- задачи на движение по воде;
- задачи на среднюю скорость;
- задачи на движение протяжённых тел.

Задачи на движение.

При решении этих задач принимают следующие допущения:

- ✓ Если нет специальных оговорок, то движение считают равномерным.
- ✓ Скорость считается величиной положительной.
- ✓ Все переходы на новый режим движения, на новое направление движения считают происходящим мгновенно.
- ✓ Если тело с собственной скоростью x движется по реке, скорость течения которой равна y , то скорость движения тела по течению считается равной $(x + y)$, а против течения – равной $(x - y)$.

Задачи на движение:

- В задачах на движение используются обычно формулы, выражающие законы равномерного движения: $S=V \cdot t$, где S - пройденное расстояние, V - скорость равномерного движения, t - время движения.
- При составлении уравнений в таких задачах часто бывает удобно прибегнуть к геометрической иллюстрации процесса движения: путь изображается в виде отрезка прямой, место встречи движущихся с разных сторон объектов точкой на отрезке и т.д.
- Часто для усложнения задачи её условие формулируется в различных единицах измерения(метры, километры, часы, минуты и т.д.). В этом случае при выписывании уравнений необходимо пересчитывать все данные задачи в одинаковых единицах измерения:

Задачи на движение:

- Движение на встречу:
$$t = \frac{S}{v_1 + v_2}$$

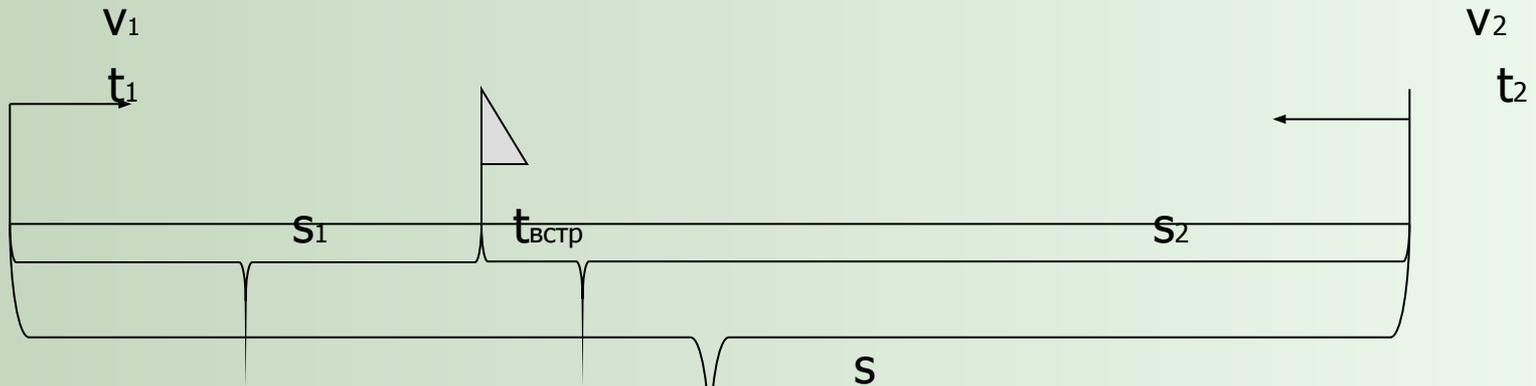
- Движение вдогонку:
$$t = \frac{S}{v_1 - v_2}$$

- Движение по окружности
(замкнутой трассе):
$$t = \frac{S}{v_1 - v_2}$$

- Средняя скорость:
$$v = \frac{S}{t}$$

Задачи на движение

Встречное движение



$$t_1 = t_2 = t_{\text{встр}} \quad v_{\text{сбл}} = v_1 + v_2 \quad s = v_{\text{сбл}} * t_{\text{сближ}}$$

- Объекты, начавшие двигаться навстречу друг другу одновременно, движутся до момента встречи одинаковое время .

1. Из городов А и В навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в А, а встретились они в 13 часов. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Если в задаче не дано расстояние, очень удобно считать весь путь, как 1 целая часть.



на весь путь

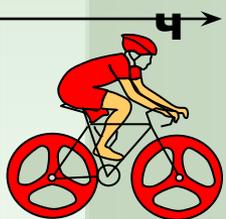
	$t, \text{ч}$	$S, \text{ часть}$	$v, \text{ часть/ч}$
Велосипедист t	x	На 13 часа	$\frac{1}{x}$
Мотоциклист	y	1	$\frac{1}{y}$

$$\begin{cases} x - y = \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{31}{y}\right) \frac{4}{5} = 1 \end{cases}$$

v навстреч t встреч S

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ $\frac{4}{5}$ 1

$\frac{1}{x}$ часть/ч



$\frac{4}{5}$ ч

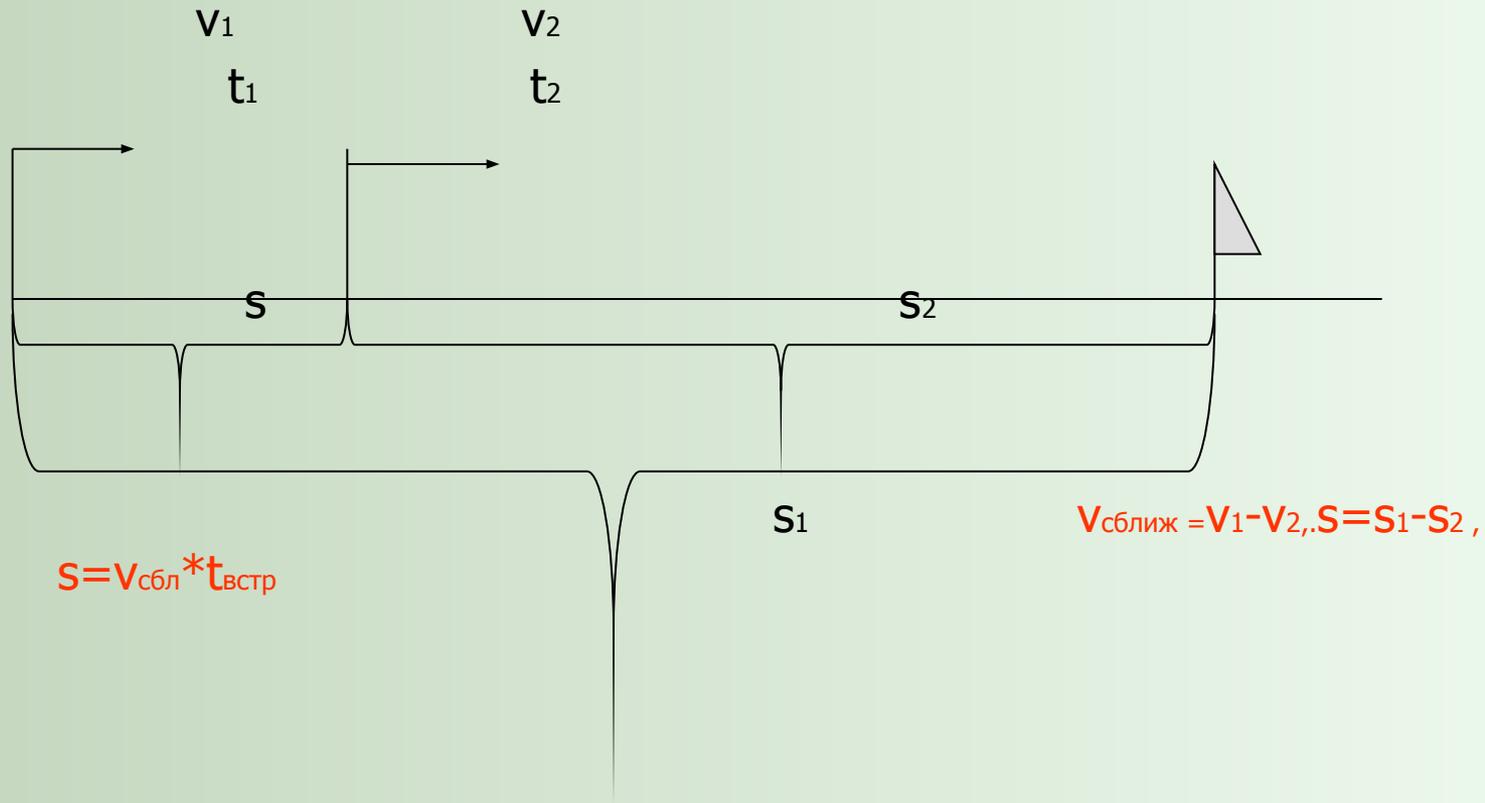
$\frac{1}{y}$ часть/ч



1

Ответ: 4

Движение в одном направлении



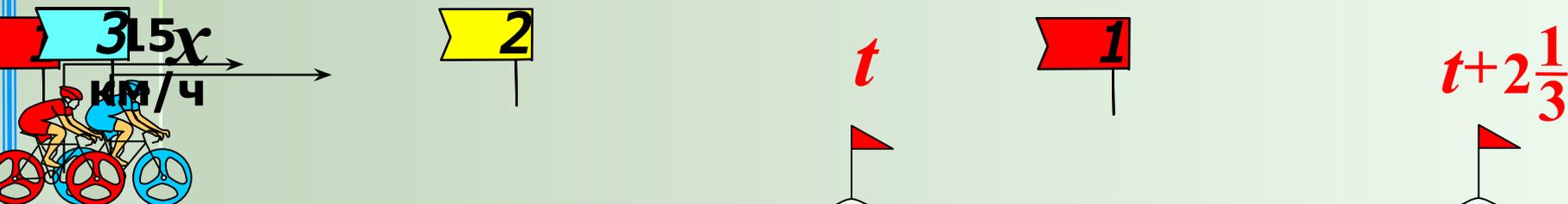
2. Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час выехал третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если известно, что через 2 часа 20 минут после выезда первого догонит его второй велосипедист.

Отметим на схеме примерное место встречи 2^{го} и 3^{го}

И примерное место встречи 1^{го} и 3^{го}

$$t + 2\frac{1}{3}$$

уже 2 ч, а 2-й вел. один час.



10
км

30
км

	v , вдогонку	t , ч	S , км
3 ^й и 2 ^й	$x - 10$	t	$(x - 10)t$
3 ^й и 1 ^й	$x - 15$	$t + 2\frac{1}{3}$	$(x - 15)(t + 2\frac{1}{3})$

$$\begin{cases} (x - 10)t = 10 \\ (x - 15)\left(t + 2\frac{1}{3}\right) = 30 \end{cases}$$

= 10
= 30

С системой придется потрудиться. При выборе ответа учтем, что скорость 3-го велосипедиста должна быть больше 15. Ответ: 25.

Движение в противоположных направлениях

В таких задачах два тела могут начинать движение в противоположных направлениях из одной точки:

- а) одновременно;
- б) в разное время.

А могут начинать свое движение из двух разных точек, находящихся на заданном расстоянии, и в разное время.

Общим теоретическим положением для них будет следующее:

$v_{\text{удал.}} = v_1 + v_2$, где v_1 и v_2 соответственно скорости первого и второго тел.

(Схематический чертеж строится аналогично предыдущим).

Это условие поможет ввести x

3. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 72 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 6 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 6 часов. В результате он затратил столько же времени, сколько на путь из А в В. Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость на пути

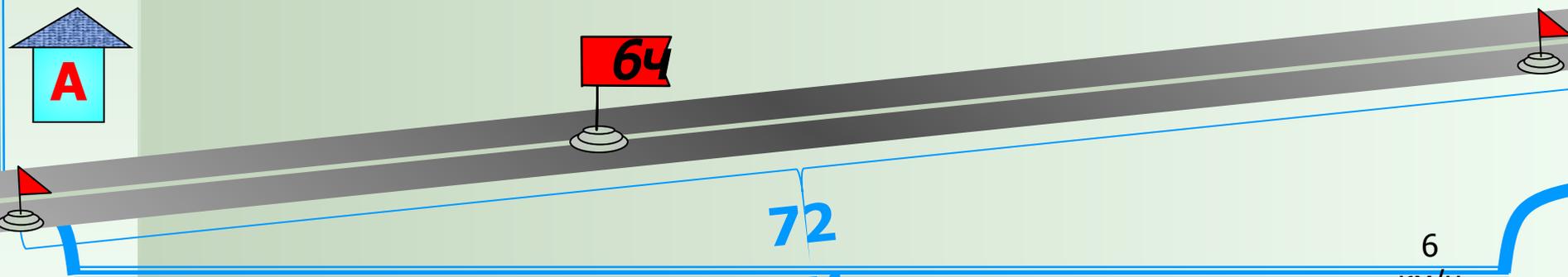
$$t = \frac{S}{v}$$

	v , км/ч	S , км	t , ч
Путь А-В			$\frac{72}{x}$
Путь В-А	$x + 6$		$\frac{72}{x + 6}$
Остановка			6

=

$$\frac{72}{x} + 6 = \frac{72}{x + 6}$$

Решите уравнение самостоятельно и найдите ответ на вопрос задачи.



Движение по воде

При движении по течению реки скорость объекта складывается из его скорости в стоячей воде и скорости течения реки. При движении против течения реки, скорость объекта равна разности скорости объекта в стоячей воде и скорости течения реки.

Движущийся плот всегда имеет скорость течения реки.

4. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 560 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 56 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Это условие поможет ввести x

Чтобы найти скорость по течению надо к собственной скорости прибавить скорость течения



	v , км/ч	S , км	t , ч
По теч.	$x+4$	56	$\frac{56}{x+4}$
Пр. теч.	$x-4$	56	$\frac{56}{x-4}$
Стоянка			8

Чтобы найти скорость против течения надо из собственной скорости отнять скорость течения



Чтобы найти время надо расстояние разделить на

СКОРОСТЬ $\frac{S}{v}$



56ч

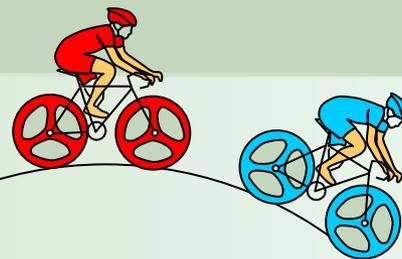
$$\frac{56}{x+4} + \frac{56}{x-4} + 8 = 56$$

Решите уравнение самостоятельно

Движение по замкнутой трассе

Если два велосипедиста одновременно начинают движение по окружности в одну сторону со скоростями v_1 и v_2 соответственно ($v_1 > v_2$ соответственно), то 1-й велосипедист приближается ко 2 со скоростью $v_1 - v_2$.

В момент, когда 1-й велосипедист в первый раз догоняет 2-го, он проходит расстояние на один круг больше.



Показать

В момент, когда 1-й велосипедист во второй раз догоняет 2-го, он проходит расстояние на два круга больше и т.д.

Продолжит

ь

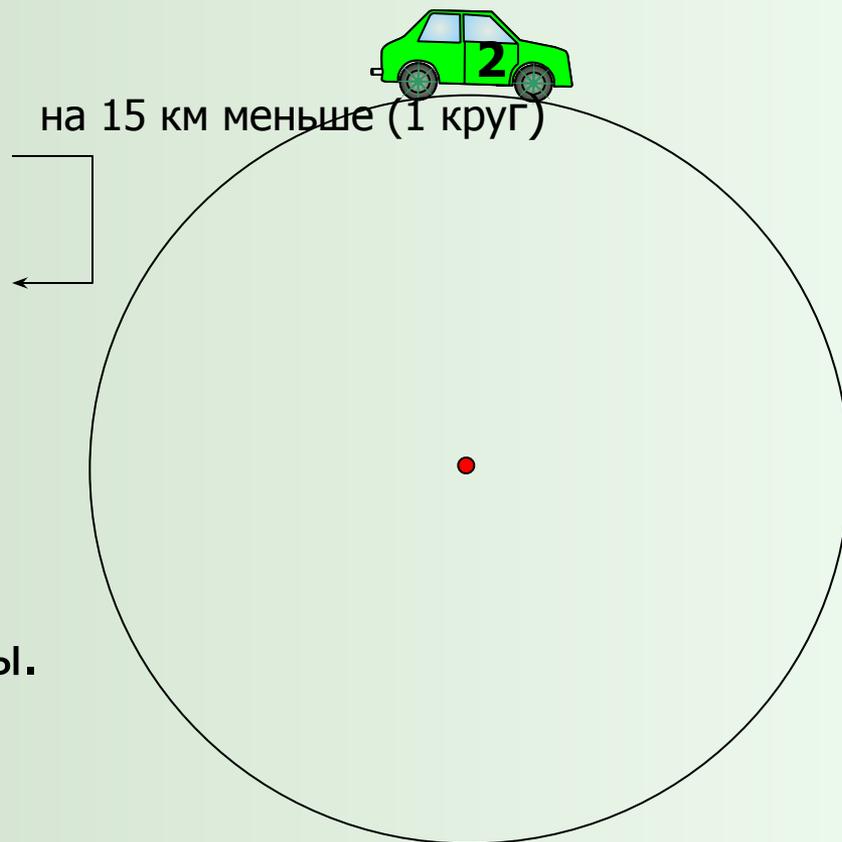
5. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 60 км/ч, скорость второго равна 80 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
1 красный	60	x	60x
2 зеленый	80	x	80x

Уравнение: $80x - 60x = 15$

x получим в часах.

Не забудь перевести в минуты.



Показать

Ответ: 45

Движение протяжённых тел.

В задачах на движение протяженных тел требуется, как правило, определить длину одного из них. Наиболее типичная ситуация: определение длины поезда, проезжающего мимо столба или протяженной платформы. В первом случае поезд проходит мимо столба расстояние, равное длине поезда, во втором случае — расстояние, равное сумме длин поезда и платформы.

При решении задач на движение двух тел часто очень удобно считать одно тело неподвижным, а другое — приближающимся к нему со скоростью, равной сумме скоростей этих тел (при движении навстречу) или разности скоростей (при движении вдогонку). Такая модель помогает разобраться с условием задачи.

6. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Решение. Будем считать, что первый сухогруз неподвижен, а второй приближается к нему со скоростью v (м/мин), равной разности скоростей второго и первого сухогрузов. Тогда за 12 минут второй сухогруз проходит расстояние

$$v = \frac{S}{t}$$

$$v = \frac{1200}{12} = 100 \text{ (м / мин)} = 6000 \text{ (м / ч)} = 6 \text{ (км / ч)}$$

$\frac{1200}{12}$

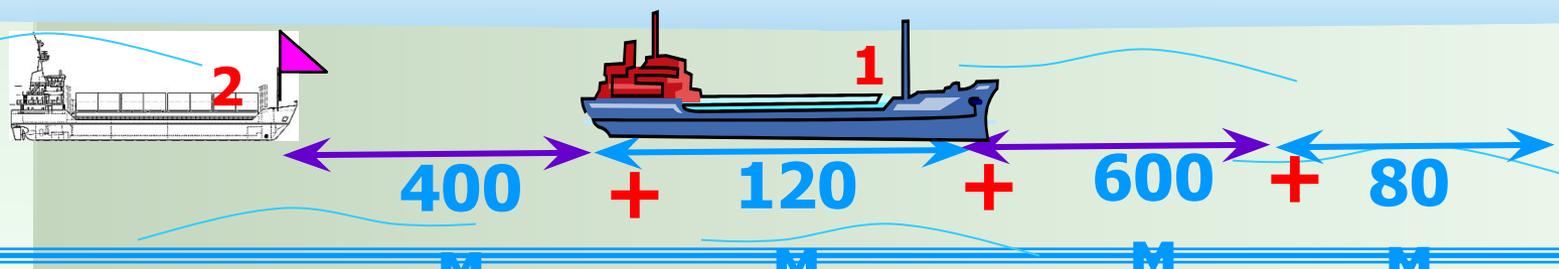
 $\frac{\text{м}}{\text{мин}}$

 $\frac{\text{м} \cdot 60}{\text{мин} \cdot 60}$

 $\frac{\text{м} \cdot 60}{\text{ч}}$

 $\frac{\text{м} \cdot 60}{\text{ч} \cdot 1000}$

 $\frac{\text{км} \cdot 60}{\text{ч}}$



Средняя скорость

Чтобы определить среднюю скорость при неравномерном движении, надо весь пройденный путь разделить на все время движения:

$$v_{\text{ср}} = \frac{\text{весь путь}}{\text{все время}} = \text{средняя скорость}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{s_1 + s_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

Средняя скорость

$$v_{\text{ср.}} = \frac{S}{t}$$

- все расстояние
- все время



$$v_{\text{ср.}} = \frac{42}{1+2+1} = 10,5 \text{ (км/ч) средняя скорость велосипедиста}$$

7. Автомобиль двигался 3,2ч по шоссе со скоростью 90км/ч, затем 1,5ч по грунтовой дороге со скоростью 45км/ч, наконец, 0,3ч по проселочной дороге со скоростью 30км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля на всем пути?

Средняя скорость движения определяется по формуле:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$



1. Определим длину каждого участка пути:

$$90 \cdot 3,2 = 288 \text{ (км)}$$

$$45 \cdot 1,5 = 67,5 \text{ (км)}$$

$$30 \cdot 0,3 = 9 \text{ (км)}$$

2. Определим весь путь:

$$288 + 67,5 + 9 = 364,5 \text{ (км)}$$

3. Определим все время движения:

$$3,2 + 1,5 + 0,3 = 5 \text{ (ч)}$$

4. Найдем среднюю скорость движения:

$$364,5 : 5 = 72,9 \text{ (км/ч)}$$

Примеры задач на движение из открытого банка заданий ЕГЭ (В12):

1. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля.
2. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в А со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А.
3. Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым.

4. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч.
5. Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.
6. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него.
7. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 110 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым.

8. Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В.
9. Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?
10. Из городов А и В, расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города В. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города А.
11. Расстояние между городами А и В равно 435 км. Из города А в город В со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся?

12. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 180 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда.
13. Расстояние между городами А и В равно 150 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С.
14. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?
15. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.

16. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км.
17. Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?
18. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 74 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 66 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
19. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 480 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
20. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть — со скоростью 120 км/ч, а последнюю — со скоростью 110 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

21. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час — со скоростью 100 км/ч, а затем два часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
22. Первые 190 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 180 км — со скоростью 90 км/ч, а затем 170 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
23. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.
24. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

Литература

1. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова Математика Повторение курса в формате ЕГЭ Рабочая программа 11 класс Ростов-на-Дону: Легион, 2011
2. Д. А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева Математика. Всё для ЕГЭ 2011. Часть I, Ростов-на-Дону: Мальцев Д.А., М.:НИИ школьных технологий, 2010
3. ЕГЭ 2010. Математика. Типовые тестовые задания.
Под ред. Семенова А.Л., Яценко И.В. М.: Экзамен, 2010 - 96 с.
4. ЕГЭ. Математика. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ. Лаппо Л. Д., Попов М.А. М.: Экзамен, 2010 - 62 с
5. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ: 2010. Математика. Высоцкий И.Р, Гушин Д.Д, Захаров П.И. и др. М.: АСТ, Астрель, 2010 - 96 с.
6. ЕГЭ 2011 .Математика.Типовые экзаменационные варианты (30 вариантов) под редакцией А.Л.Семенова и И.В.Яценко ,нац.образование ,2011, 240 стр.
7. С.А. Шестаков, Д.Д. Гушин ЕГЭ 2010 математика задача В12 Рабочая тетрадь, под редакцией А.Л.Семенова и И.В.Яценко , разработано МИОО
8. Анимация <http://animashky.ru/index/0-6>
<http://svetlanal.narod.ru/anim.html>
<http://www.uzdaily.com/ru/sections.php?page=7&mid=5> ;
<http://www.lenagold.ru/fon/clipart/alf.html>
9. Картины <http://www.ogoniok.ru/archive/1996/4475/44-32-33/>
<http://qrok.net/2126-raboty-xudozhnikov-eleny-i-mixail-ivanenko.html>
10. Диагностические и тренировочные работы ГИА и ЕГЭ. Сайт А. А. Ларина <http://alexlarin.net/ege.html>
11. сайт Савченко Елены Михайловны .