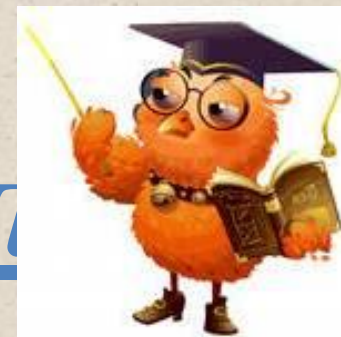




Делимость чисел



*Наибольший общий
делитель.*

Взаимно простые числа



Цели:



- ❖ *ввести понятия наибольшего общего делителя;*
- ❖ *формировать навык нахождения наибольшего общего делителя.*

Изучение нового материала

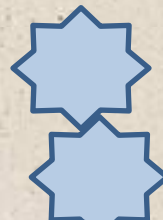
Решите уравнения, записывая только ответы.

$$84 : л = 14;$$

$$л = 6$$

$$84 : т = 7;$$

$$т = 12$$



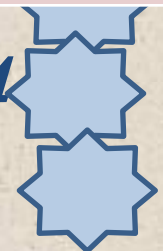
3	4	6	7	12	14	21	28
д	е	л	и	т	е	л	ь

$$84 : е = 6;$$

$$е = 14$$

$$84 : и = 12;$$

$$и = 7$$



Расположите ответы в порядке возрастания.

Назовите, какое слово получилось. Дайте определение делителя натурального числа.

*Делитель – это
натуральное число, на
которое делится данное
натуральное число без
остатка.*

Разложите на простые множители число

875	5
175	5
35	5
7	7
1	

875

$$875 = 5^3 \cdot 7$$

*Назовите **наибольший делитель**, отличный от самого числа. Как его найти?*

*Чтобы **найти наибольший делитель**, надо число **разделить на наименьший делитель**, отличный от **единицы**.*

$$875 : 5 = 175$$

Разложите на простые множители число

2376 | 2

1188 | 2

594 | 2

297 | 2

99 | 3

33 | 3

11 | 11

1

2376

$$2376 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 11$$

Назовите **наибольший делитель**, отличный от самого числа. Как его найти?

Чтобы найти **наибольший делитель**, надо число **разделить на наименьший делитель**, отличный от единицы.

$$2376 : 2 = 1188$$

Разложите на простые множители число

5625	3
1875	3
625	5
125	5
25	5
5	5
1	

5625

$$5625 = 3^2 \cdot 5^4$$

Назовите **наибольший делитель**, отличный от самого числа. Как его найти?

Чтобы найти **наибольший делитель**, надо **число разделить на наименьший делитель**, отличный от единицы.

$$5625 : 3 = 1875$$

Для каждой пары чисел: 18 и 9; 10 и 7; 15 и 20; 14 и 35; 48 и 36;
Найдите все делители каждого числа.

Подчеркните их общие делители.

Выделите их **наибольший общий делитель**.

18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

9: 1, 3, 9.

14: 1, 2, 7, 14.

35: 1, 5, 7, 35.

10: 1, 10.

7: 1, 7.

15: 1, 3, 5, 15.

20: 1, 2, 4, 5, 10, 20.

48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Наибольший общий делитель:

наибольшее натуральное число, на которое делятся без остатка числа a и b , называют наибольшим общим делителем этих чисел.

Обозначают: $\text{НОД}(48; 36) = 12$

Запишем НОД для чисел

$$\text{НОД}(18; 9) = 9,$$

$$\text{НОД}(10; 7) = 1,$$

$$\text{НОД}(48; 36) = 12.$$

$$\text{НОД}(15; 20) = 5,$$

$$\text{НОД}(14; 35) = 7,$$

Этот способ удобен, когда количество делителей, хотя бы у одного из чисел, невелико (способ 1).

Способ 2.

1. Разложите числа на простые множители.
2. Выпишите общие простые множители.
3. Найдите произведение полученных простых множителей.

24		2
12		2
6		2
3		3
1		

60		2
30		2
15		3
5		5
1		

$$24 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{3};$$

$$60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5$$

$$\text{НОД}(24;60) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12.$$

$$\text{НОД}(50; 175) = ?$$

50		2
25		5
5		5
1		

175		5
35		5
7		7
1		

$$50 = \underline{2} \cdot \underline{5} \cdot 5;$$

$$175 = \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot 7$$

$$\text{НОД}(50; 175) = 5 \cdot 5 = 25$$

НОД (675; 875) = ?

<i>675</i>	<i>3</i>
<i>225</i>	<i>3</i>
<i>75</i>	<i>3</i>
<i>25</i>	<i>5</i>
<i>5</i>	<i>5</i>
<i>1</i>	

<i>875</i>	<i>5</i>
<i>175</i>	<i>5</i>
<i>35</i>	<i>5</i>
<i>7</i>	<i>7</i>
<i>1</i>	

$$675 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \underline{5} \cdot \underline{5};$$

$$875 = \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{НОД}(675; 875) = 5 \cdot 5 = 25$$

НОД (7920; 594) = ?

7920	2
3960	2
1980	2
990	2
495	3
165	3
55	5
11	11
1	

594	2
297	3
99	3
33	3
11	11
1	

$$7920 = \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot 5 \cdot \underline{11}$$

$$594 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot 3 \cdot \underline{11}$$

$$\text{НОД}(7920; 594) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 = 198$$

*Алгоритм нахождения **наибольшего общего делителя** нескольких чисел.*

*Чтобы найти **наибольший общий делитель** **нескольких** натуральных чисел, надо:*

- 1) разложить их на простые множители;*
- 2) из множителей, входящих в каждое разложение подчеркнуть общие множители;*
- 3) найти произведение подчеркнутых множителей.*

*Если все данные числа **делятся на одно из них**, то **это число** и является **наибольшим общим делителем** данных чисел.*

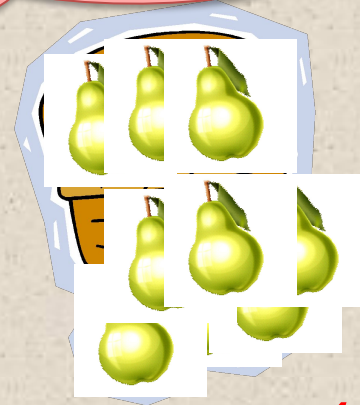
Задача.

В одной корзине 32 яблока, в другой корзине 40 груш. Какое наибольшее количество одинаковых наборов можно составить, используя эти фрукты.

*Найти наибольшее число, на которое делятся числа 32 и 40, то есть найти их **наибольший общий делитель.***



32 яблока



40 груш

$$\text{НОД}(32; 40) = 8.$$

Ответ: 8 наборов.

Для каждой пары чисел: 35 и 88; 25 и 9; 5 и 3; 7 и 8;
Найдите все делители каждого числа.
Подчеркните их общие делители.

Выделите их **наибольший общий делитель**.

35: 1, 5, 7, 35

88: 1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88

$\text{НОД}(35; 88) = 1.$

25: 1, 5, 25

9: 1, 3, 9

$\text{НОД}(25; 9) = 1;$

5: 1, 5

3: 1, 3

$\text{НОД}(5; 3) = 1;$

7: 1, 7

8: 1, 2, 4, 8

$\text{НОД}(7; 8) = 1.$

*Такие числа называются
взаимно простыми.*

$$\text{НОД}(35; 88) = 1$$

$$\text{НОД}(25; 9) = 1$$

$$\text{НОД}(5; 3) = 1$$

$$\text{НОД}(7; 8) = 1$$

*Натуральные числа называют
взаимно простыми, если их
наибольший общий делитель
равен 1.*

Историческая минутка.

Древние греки придумали замечательный способ, позволяющий искать наибольший общий делитель двух натуральных чисел без разложения на множители. Он носил название «Алгоритма Евклида».

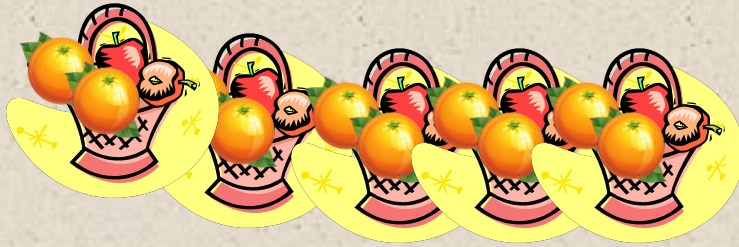
Он заключается в том, что наибольшим общим делителем двух натуральных чисел является последний, отличный от нуля, остаток при последовательном делении чисел.

Положим, требуется найти НОД (455; 312), Тогда
 $455 : 312 = 1$ (ост. 143), получаем $455 = 312 \cdot 1 + 143$
 $312 : 143 = 2$ (ост. 26), $312 = 143 \cdot 2 + 26$
 $143 : 26 = 5$ (ост. 13), $143 = 26 \cdot 5 + 13$
 $26 : 13 = 2$ (ост. 0), $26 = 13 \cdot 2$

Последний делитель или последний, отличный от нуля остаток 13 будет искомым НОД (455; 312) = 13.

Ребята получили на новогодней елке одинаковые подарки. Во всех подарках вместе было 123 апельсина и 82 яблока. Сколько ребят присутствовало на елке? Сколько апельсинов и сколько яблок было в каждом подарке?

82 яблока 123 апельсина



*Сколько ребят -?
Сколько яблок - ?
Сколько апельсинов -?*

***Количество апельсинов и яблок
должно делиться на одно и то же
наибольшее число.***

НОД (123; 82) = 41, значит, 41 человек.

$$123 : 41 = 3 \text{ (ап.)}$$

$$82 : 41 = 2 \text{ (ябл.)}$$

Ответ: ребят 41, апельсинов 3, яблок 2.

Найдите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дробей.

$$\frac{20}{30} \quad \text{НОД} (20; 30) = 10 \quad \frac{13}{26} \quad \text{НОД}(13; 26) = 13$$

$$\frac{8}{24} \quad \text{НОД} (8; 24) = 8 \quad \frac{24}{60} \quad \text{НОД} (24; 60) = 12$$

$$\frac{15}{35} \quad \text{НОД} (15; 35) = 5 \quad \frac{8}{9} \quad \text{НОД} (8; 9) = 1$$

Задача

Для поездки за город работникам завода было выделено несколько автобусов, с одинаковым числом мест в каждом автобусе. 424 человека поехали в лес, а 477 человек - на озеро. Все места в автобусах были заняты, и ни одного человека не осталось без места. Сколько автобусов было выделено и сколько пассажиров было в каждом автобусе?

Найти НОД чисел

424 и 477.
НОД (424; 477) = 53,

значит, 53 пассажира в одном автобусе.

$$424 : 53 = 8 \text{ (авт.) - в лес.}$$

$$477 : 53 = 9 \text{ (авт.) - на озеро.}$$

$$8 + 9 = 17 \text{ (авт.)}$$

Ответ: 17 автобусов, 53 пассажира в каждом.

424	2	477	3
212	2	159	3
106	2	53	53
53	53	1	
1			

Ответить на вопросы:

- Какое число называют **общим делителем** данных натуральных чисел?
- Какое число называют **наибольшим общим делителем** двух натуральных чисел?
- Какие числа называют **взаимно простыми**?
- Как найти **наибольший общий делитель** **нескольких натуральных чисел**?
- Если числа **взаимно простые**, то какому числу равен их **наибольший общий делитель**?
- Верно ли: «Если числа **простые**, то они **взаимно простые**»? Ответ обоснуйте.