

МДК.01.02. Проектирование цифровых устройств

Раздел 3. Проектирование цифровых устройств с
использованием систем автоматизированного
проектирования

Тема занятия:
**Принципы проектирования
комбинационных логических схем.**

Теоремы (theorems) алгебры переключений представляют собой заведомо верные утверждения, которые позволяют преобразовывать алгебраические выражения, чтобы упростить анализ или более эффективно осуществить синтез соответствующей схемы.

Теоремы алгебры переключений для функций одной переменной

(T1) $X + 0 = X$ (T1') $X \cdot 1 = X$ (Тождества)

(T2) $X + 1 = 1$ (T2') $X \cdot 0 = 0$ (Погашающие
элементы)

(T3) $X + X = X$ (T3') $X \cdot X = X$ (Идемпотентность)

(T4) $X \cdot 0' = X$ (Инволюция)

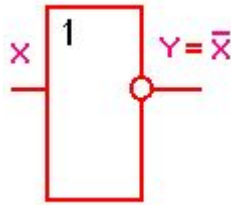
(T5) $X + X' = 1$ (T5') $X \cdot X' = 0$ (Дополнения).

Теоремы алгебры переключений для функций двух и трех переменных

(T6) $X+Y=Y+X$	(T6') $X Y = Y X$	Коммутативность
(T7) $(X + Y) + Z=X + (Y+Z)$	(T7') $(X Y) Z=X (Y Z)$	Ассоциативность
(T8) $X Y + X Z = X (Y + Z)$	(T8') $(X + Y) (X + Z) = X + Y Z$	Дистрибутивность
(T9) $X + X Y=X$	(T9') $X (X + Y) = X$	Поглощение
(T10) $X Y + X Y' = X$	(T10') $(X+Y) (X+Y') = X$	Объединение
(T11) $XY + X'Z + YZ = XY + X'Z$ (T11') $(X + Y) (X' + Z) (Y + Z) = (X + Y) (X'+Z)$		Согласованность

Логические элементы (базовые)

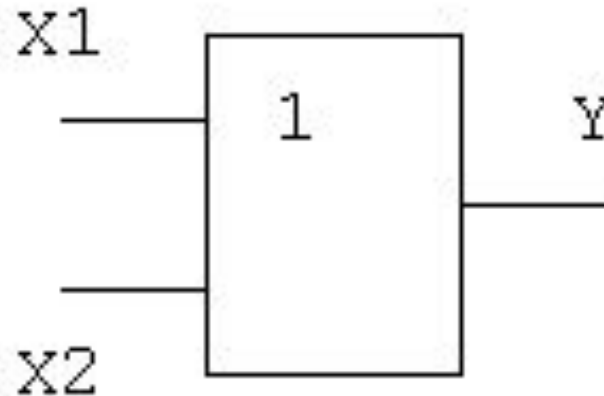
Логический элемент НЕ обозначается на схемах следующим образом:
(пишется X с чертой сверху)



Логическое ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция):

$$Y = X1 + X2 = X1 \vee X2$$

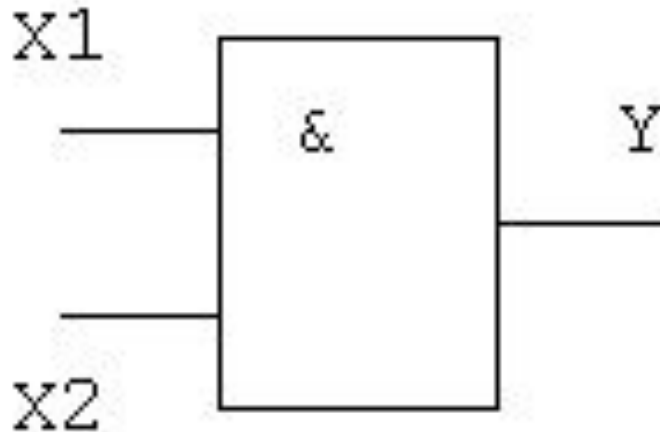
Логический элемент ИЛИ обозначается на схемах следующим образом:



Логическое И (логическое умножение, конъюнкция, схема совпадений):

$$Y = X1X2 = X1\&X2 = X1\wedge X2$$

Логический элемент И обозначается на схемах следующим образом:



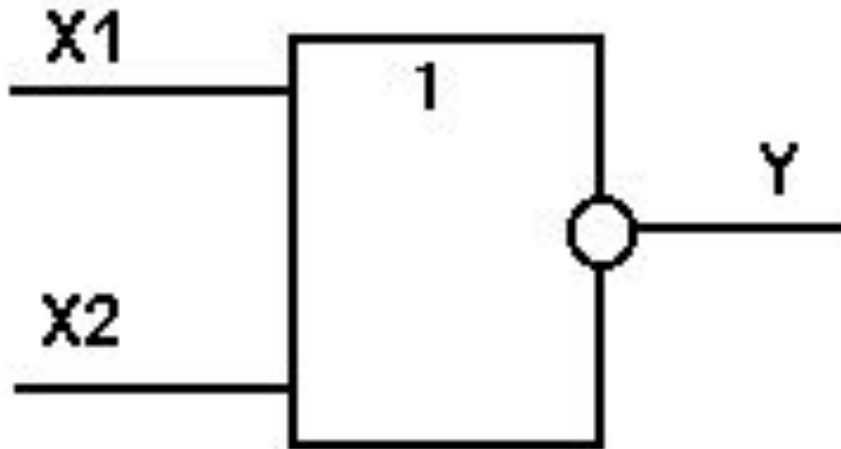
Логические элементы дополнительные

Функция

стрелка Пирса (ИЛИ-НЕ): $Y = \text{NOT}(X1+X2)$

Логический элемент ИЛИ-НЕ

обозначается на схемах следующим образом:

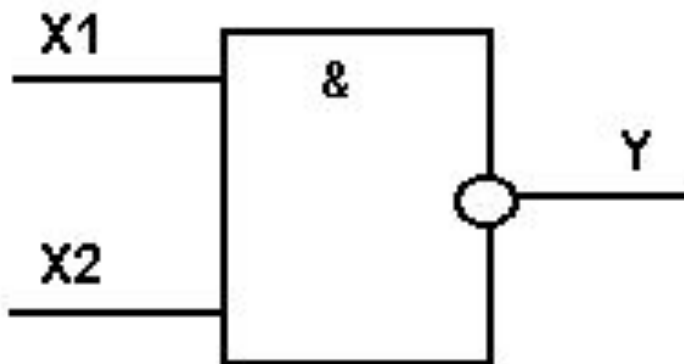


Функция

штрих Шеффера (И-НЕ):

$$Y = X1 | X2 = \text{NOT}(X1X2)$$

Логический элемент И-НЕ обозначается на схемах следующим образом:



Найти сокращенную ДНФ для функции

$$F(x, y, z) = \overline{x}y + x\overline{y} + \overline{x}z + x\overline{z}$$

Применяя правило обобщенного
склеивания — —

$$F(x, y, z) = \overline{x}y + x\overline{y} + \overline{x}z + x\overline{z} = \overline{x}y + x\overline{y} + \overline{x}z + x\overline{z} + \overline{x}z + x\overline{z}$$

правило поглощения и находим
сокращенную ДНФ $F(x, y, z) = \overline{x}y + x\overline{y} + \overline{x}z + x\overline{z}$

Если в произвольной КНФ булевой функции раскрыть все скобки в соответствии с дистрибутивным законом и устранить все элементарные поглощения, то в результате получится сокращенная ДНФ этой функции.

Найти сокращенную ДНФ для функции

$$F(x, y, z) = (x + y + z)(x + y + \bar{z})(x + \bar{y} + z)(x + \bar{y} + \bar{z})$$

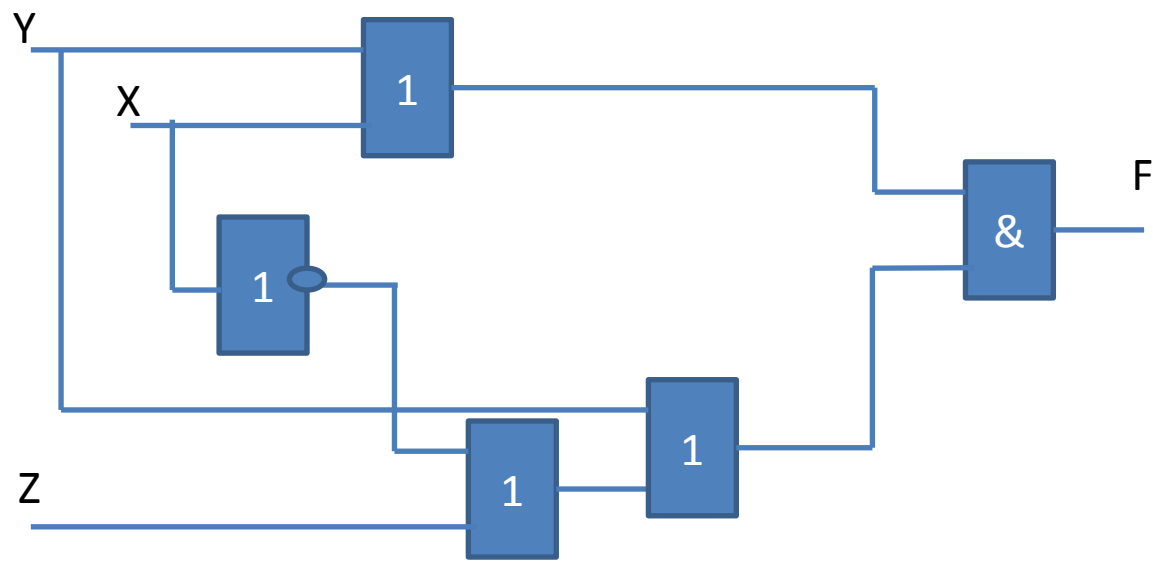
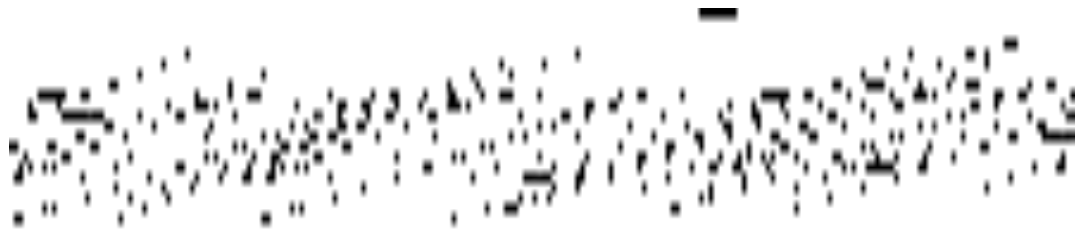
После раскрытия скобок с помощью дистрибутивного закона, получаем:

$$F(x, y, z) = x^2 + x^2y + x^2z + x^2\bar{z} + xy^2 + xy^2z + xy^2\bar{z} + x\bar{y}^2 + x\bar{y}^2z + x\bar{y}^2\bar{z} + x^2yz + x^2y\bar{z} + x^2\bar{y}z + x^2\bar{y}\bar{z} + xy^2z + xy^2\bar{z} + x\bar{y}^2z + x\bar{y}^2\bar{z} + x^2yz + x^2y\bar{z} + x^2\bar{y}z + x^2\bar{y}\bar{z} + xy^2z + xy^2\bar{z} + x\bar{y}^2z + x\bar{y}^2\bar{z} + x^2yz + x^2y\bar{z} + x^2\bar{y}z + x^2\bar{y}\bar{z}$$

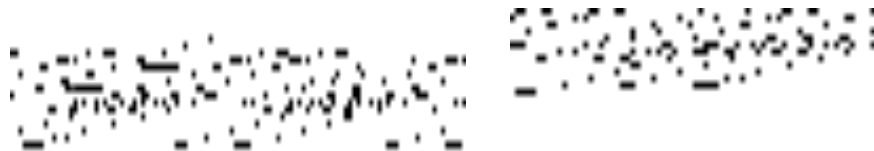
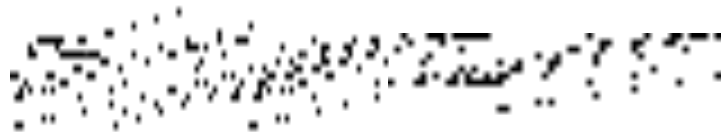
Так как $x^2 = x$, то имеем:

$$F(x, y, z) = x^2 + xy^2 + x\bar{y}^2 + x^2yz + x^2y\bar{z} + x^2\bar{y}z + x^2\bar{y}\bar{z} + xy^2z + xy^2\bar{z} + x\bar{y}^2z + x\bar{y}^2\bar{z} + x^2yz + x^2y\bar{z} + x^2\bar{y}z + x^2\bar{y}\bar{z}$$

Далее, применяя правило поглощения, получаем сокращенную ДНФ: $F(x, y, z) = x^2 + xy^2 + x\bar{y}^2 + x^2yz + x^2y\bar{z} + x^2\bar{y}z + x^2\bar{y}\bar{z} + xy^2z + xy^2\bar{z} + x\bar{y}^2z + x\bar{y}^2\bar{z}$



Построить схему реализации функций и сравнить результаты



x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee \overline{x_1} \cdot x_3 \cdot \overline{x_4}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee \overline{x_1} \cdot x_3 \cdot \overline{x_4}$$

