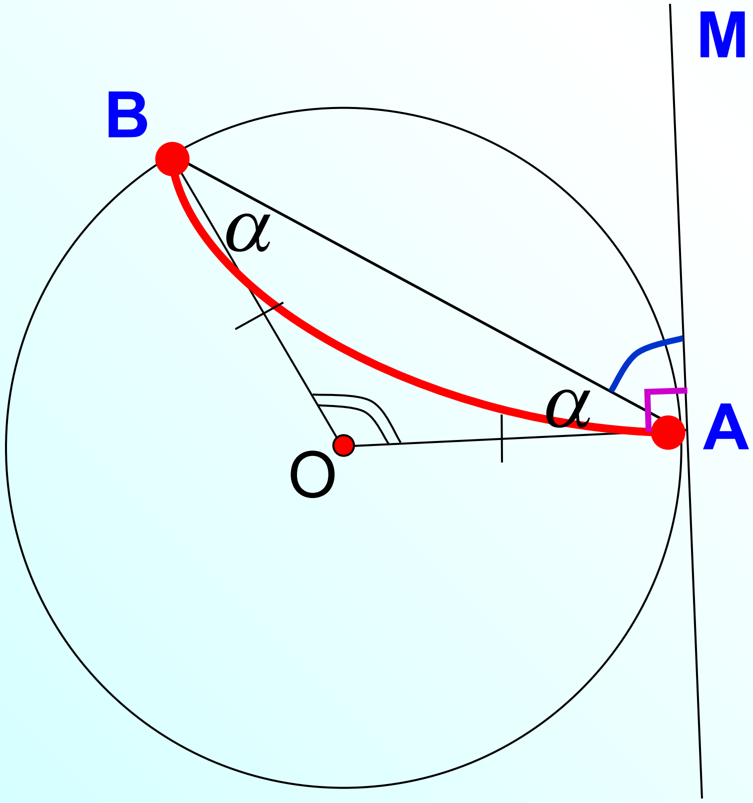
Савченко Е.М., учитель математики,
МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

Четыре замечательные точки треугольника

8 класс

Л.С. Атанасян Геометрия 7-9

№664. Прямая АМ – касательная к окружности, АВ – хорда этой окружности. Докажите, что угол МАВ измеряется половиной дуги АВ, расположенной внутри угла МАВ.



$\angle MAB = 90^0 - \alpha,$

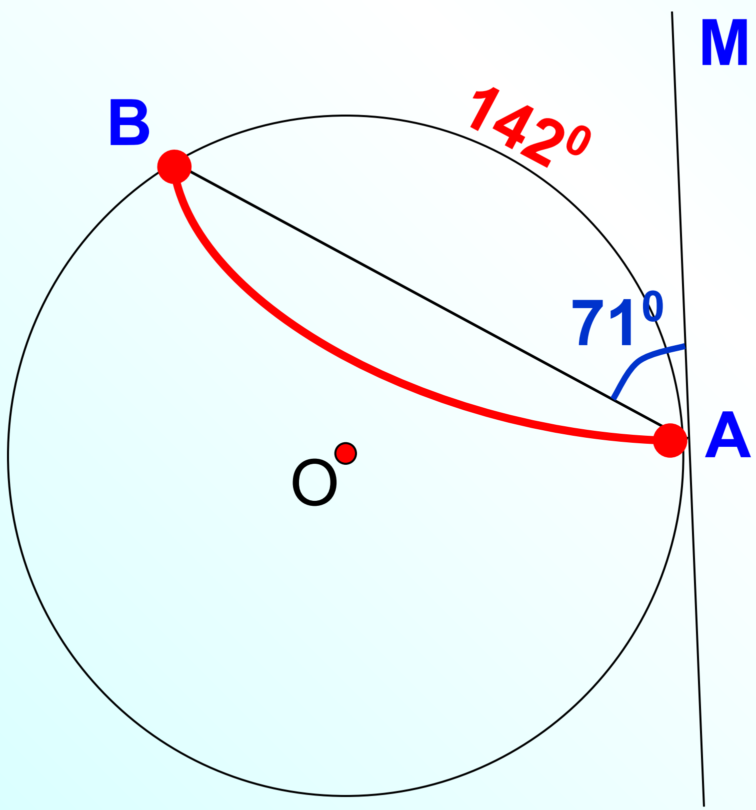
по свойству касательной

$\cup AB = 2\angle MAB$

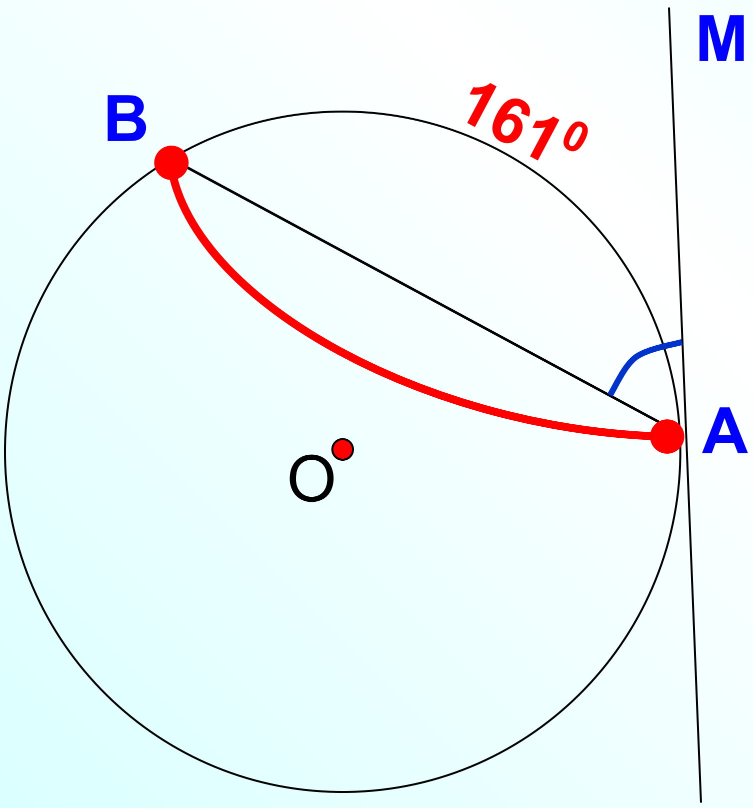
$\angle AOB = 180^0 - 2\alpha = 2(90^0 - \alpha)$

из ΔAOB

Блиц-опрос. Найдите угол MAB.

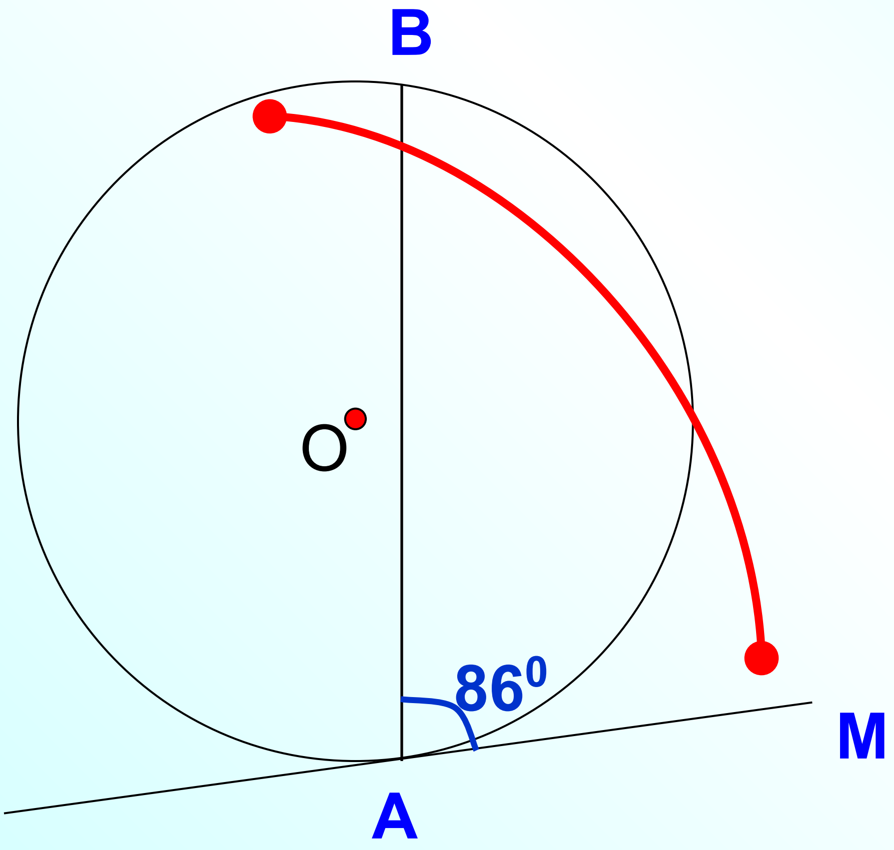


Блиц-опрос. Найдите угол MAB.



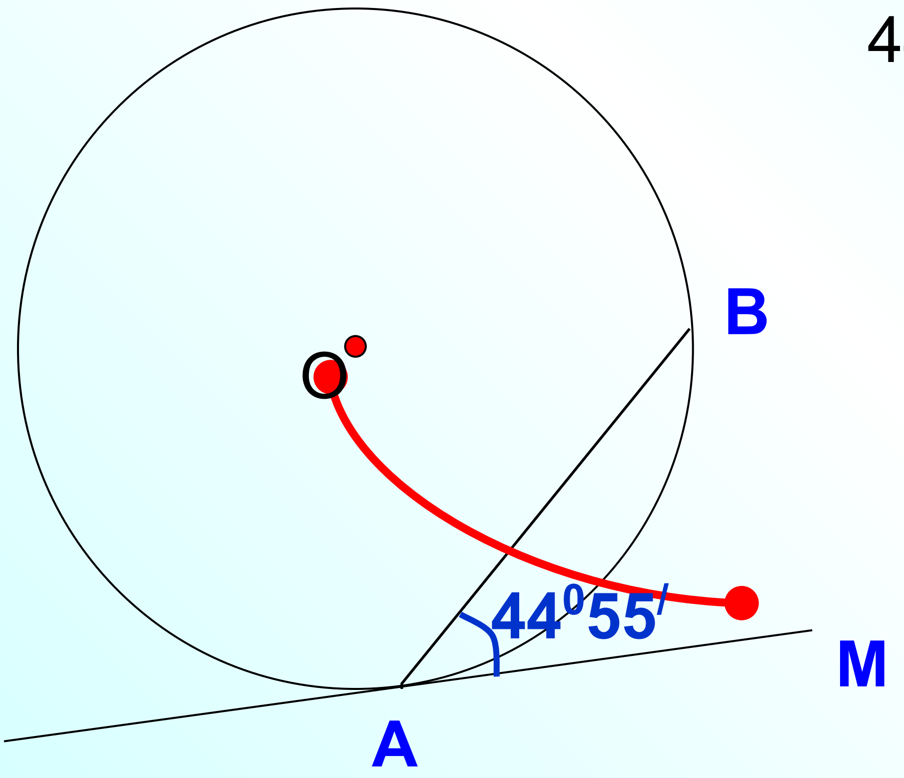
$161^0 : 2 = 160^0 60^/ : 2$ **$= 80^0 30^/$**

Блиц-опрос. Найдите дугу АВ.



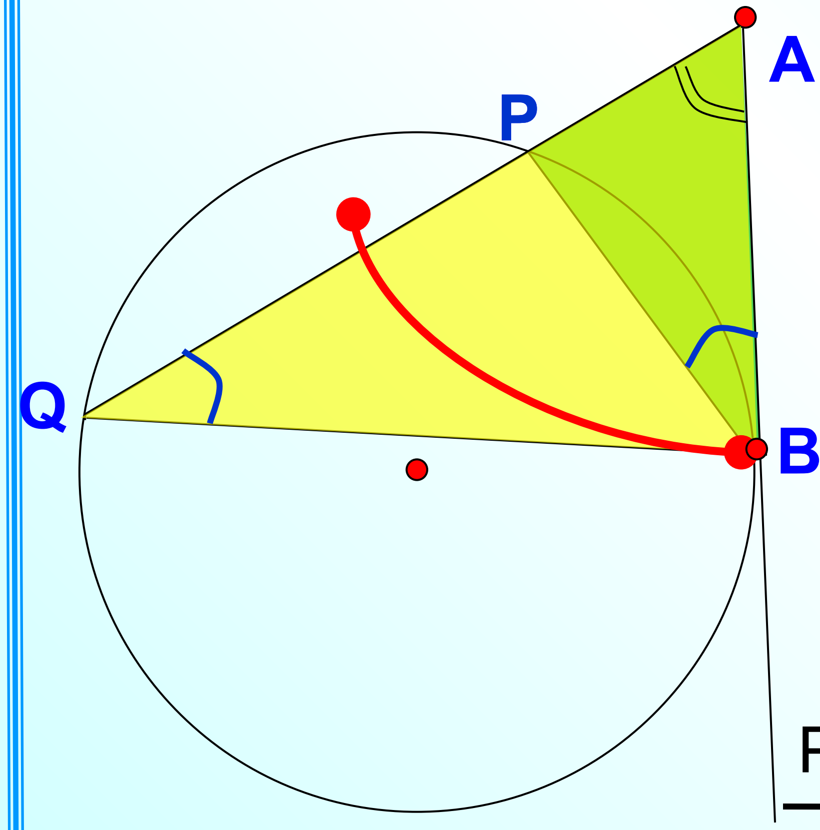
$86^0 \cdot 2 =$ **$= 172^0$**

Блиц-опрос. Найдите дугу АВ.



$44^0 55' \cdot 2 = 88^0 110'$ **$= 89^0 50'$**

№670. Через точку A проведены касательные AB (B – точка касания) и секущая, которая пересекает окружность в точках P и Q. Докажите, что $AB^2 = AP \cdot AQ$.



$\angle A - \text{общий}$

$\angle ABP = \frac{1}{2} \cup BP$

$\angle Q = \frac{1}{2} \cup BP$

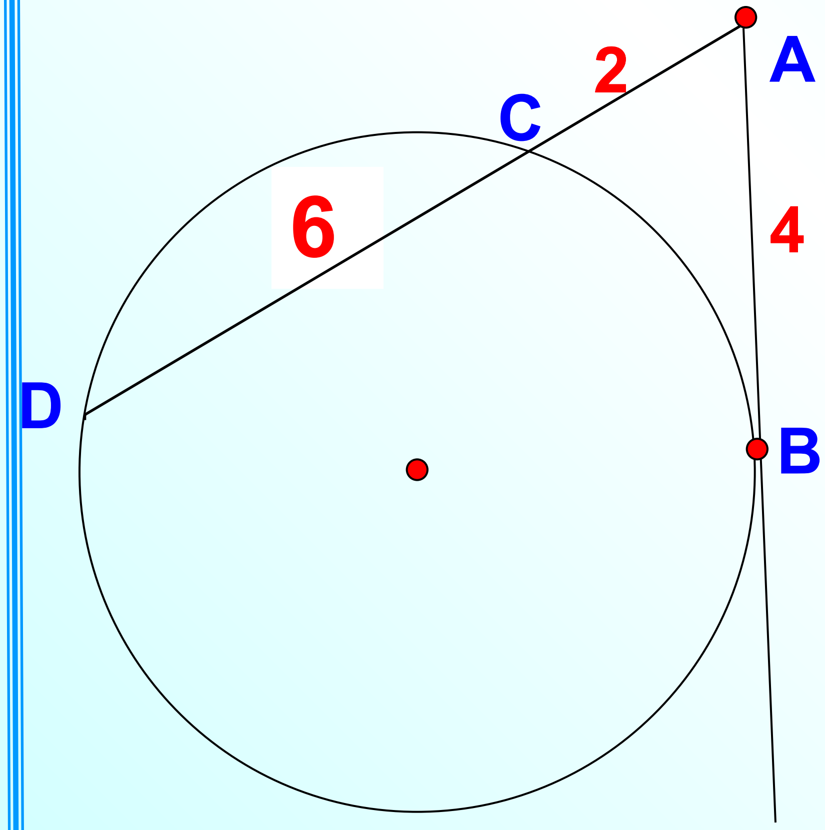
$\Delta ABP \sim \Delta AQB$

по 1 признаку подобия

$\frac{PB}{BQ} = \frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AQ}$

$AB^2 = AP \cdot AQ$.

№671. Через точку A проведены касательные AB (B – точка касания) и секущая, которая пересекает окружность в точках C и D. Найдите CD, если AB=4 см, AC=2 см.

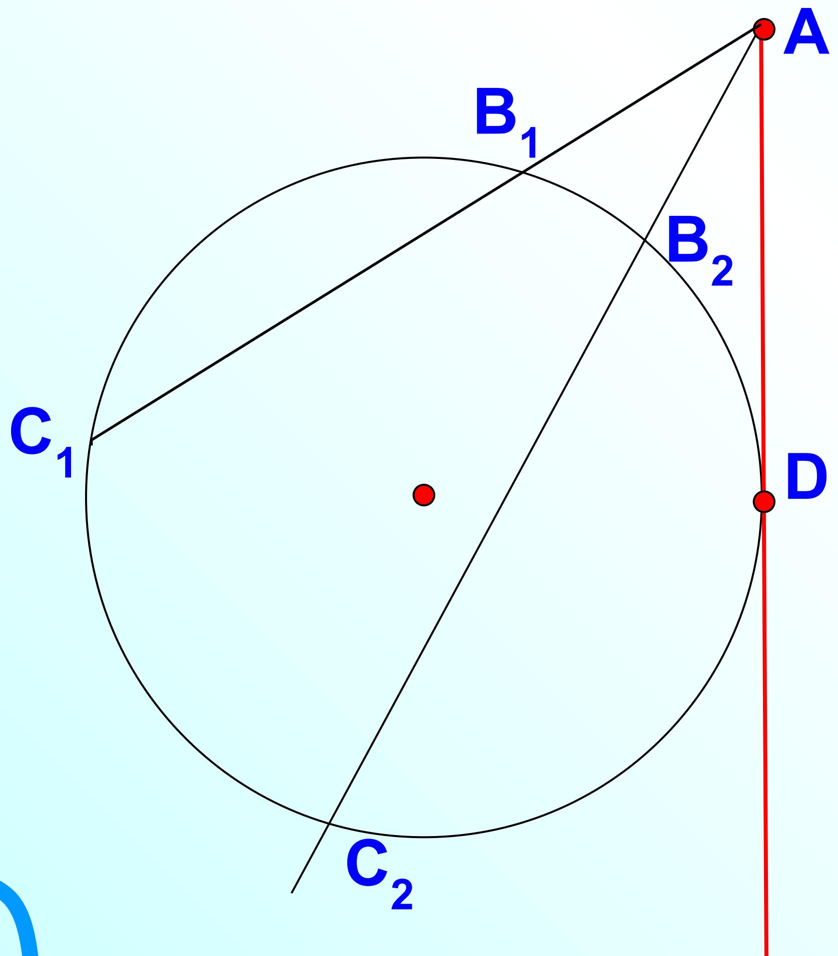


$$AB^2 = AC \cdot AD.$$

$$4^2 = 2 \cdot AD.$$

$$AD = 8$$

№672. Через точку А, лежащую вне окружности, проведены две секущие, одна из которых пересекает окружность в точках B_1, C_1, а другая – в точках B_2, C_2. Докажите, что $AB_1 \cdot AC_1 = AB_2 \cdot AC_2$



$AD^2 = AB_1 \cdot AC_1$

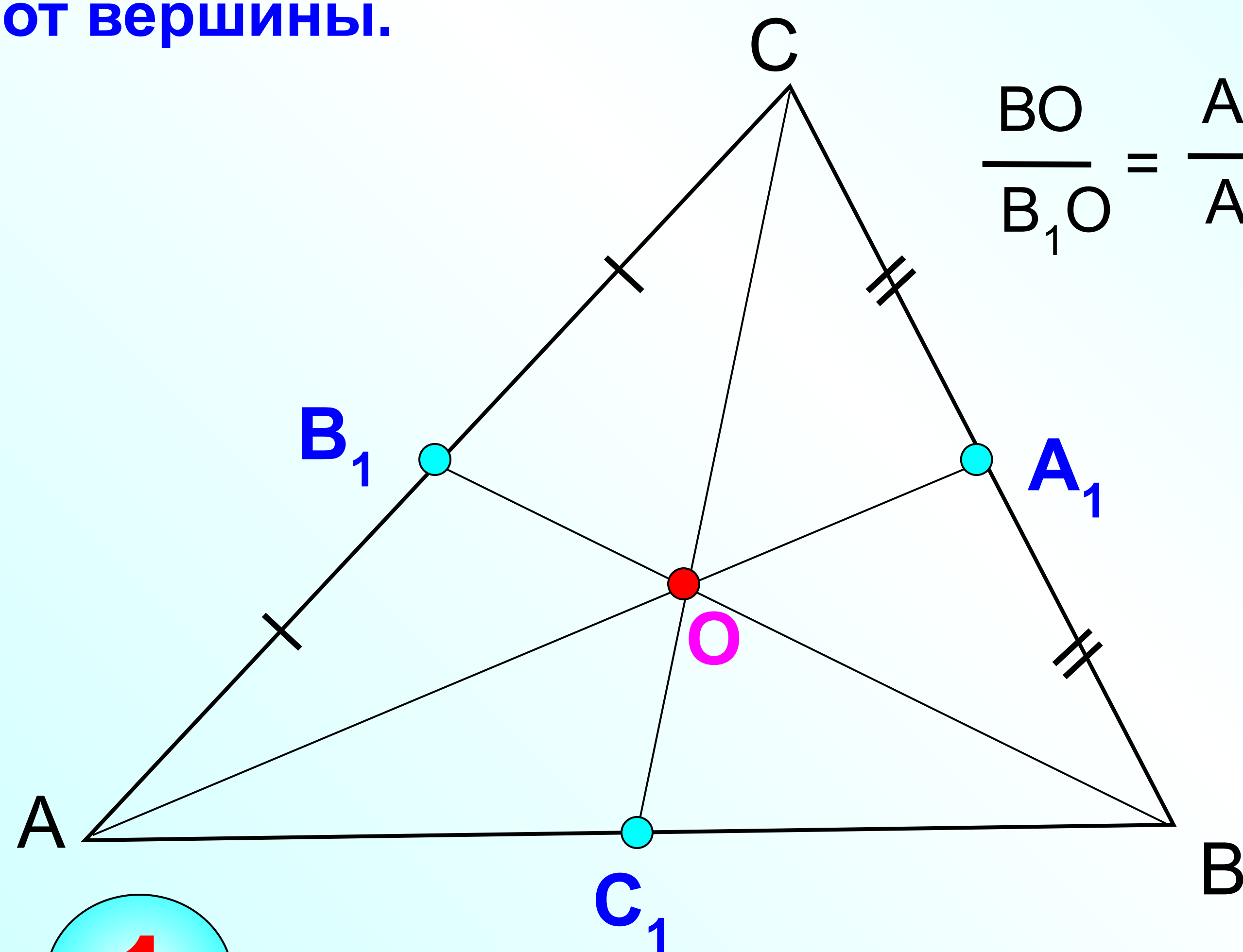
=

$AD^2 = AB_2 \cdot AC_2$

Свойство медиан треугольника.

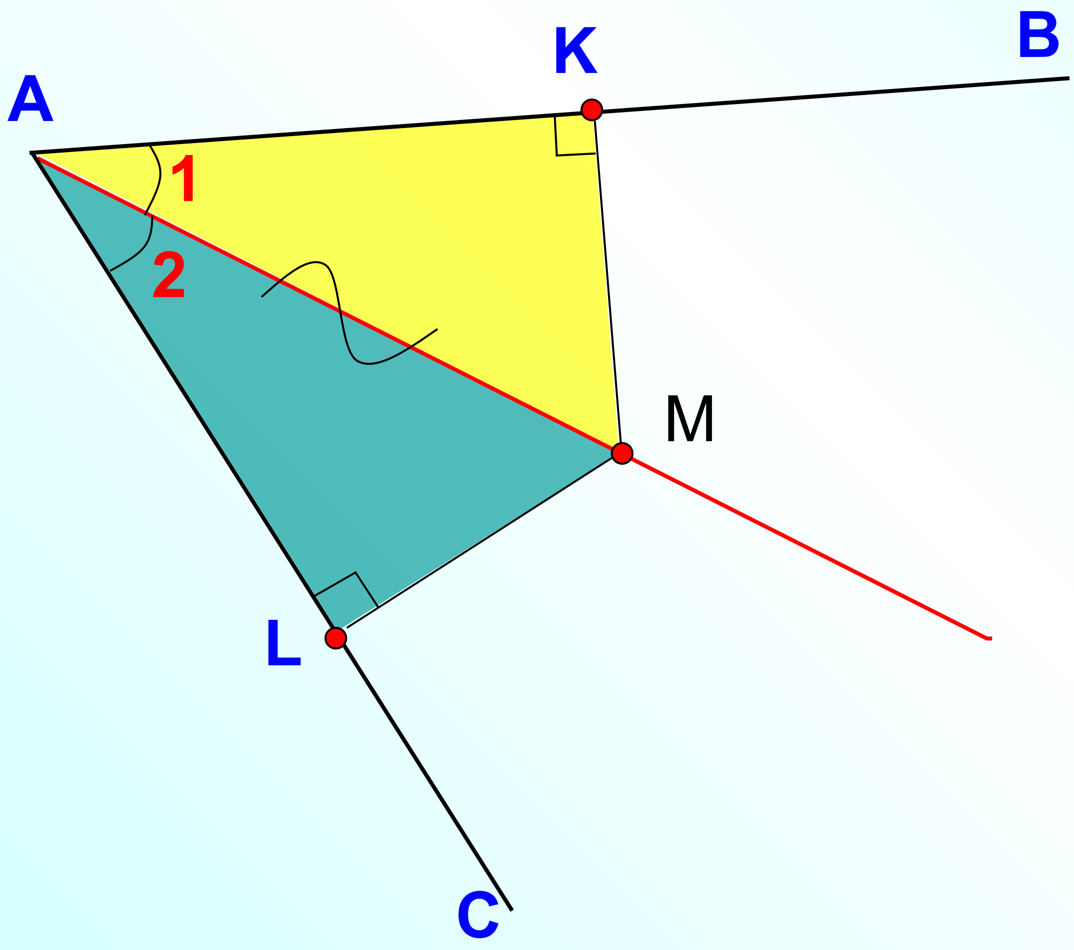
Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.

$$\frac{BO}{B_1O} = \frac{AO}{A_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$$

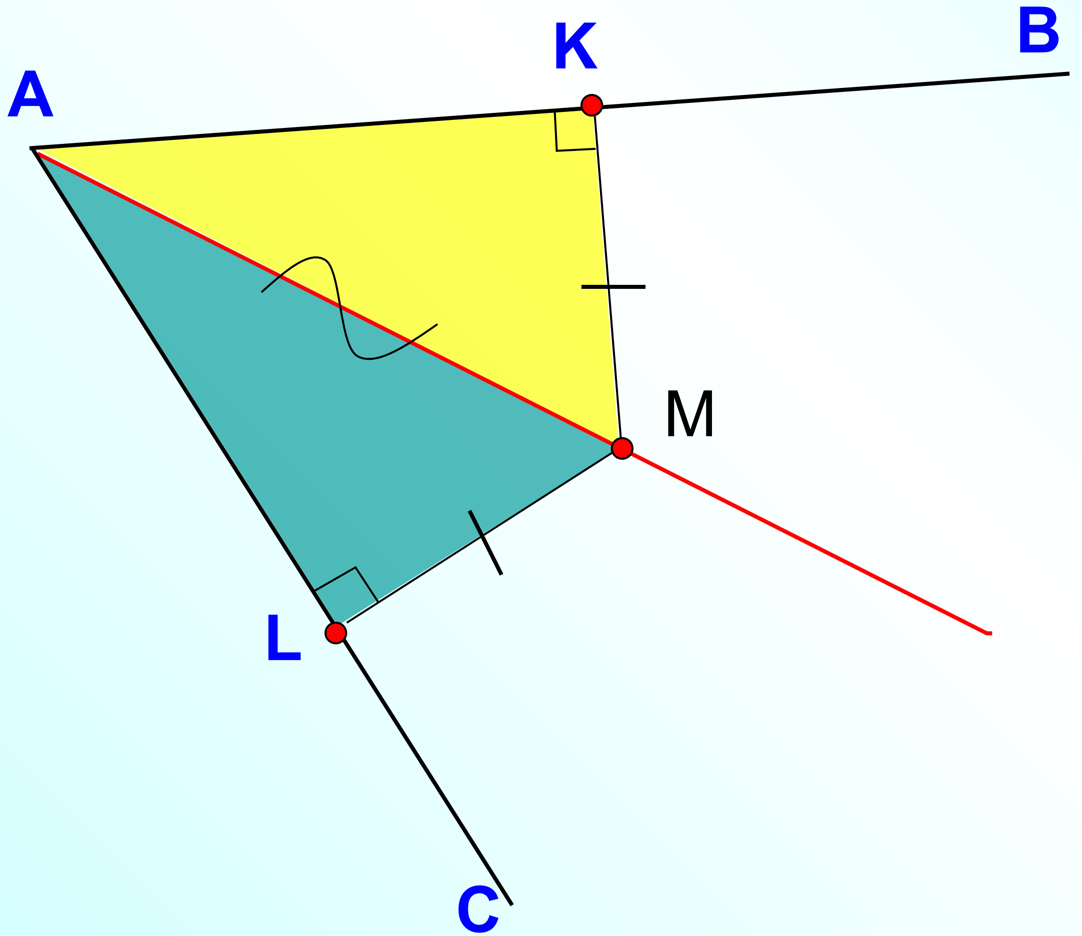


1

Теорема Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла **равноудалена** от его сторон.

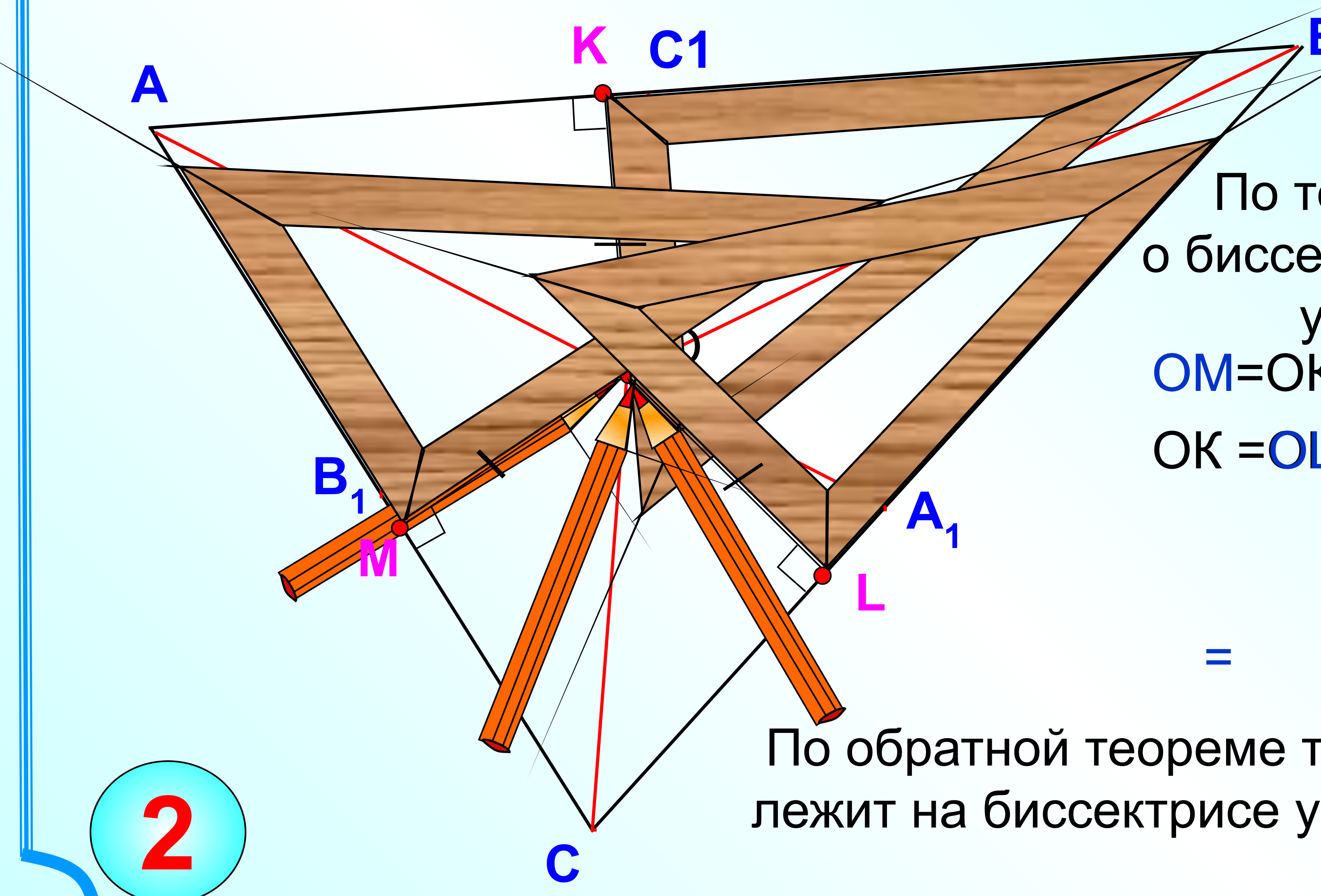


Обратная теорема Каждая точка, лежащая внутри угла и равноудаленная от сторон угла, лежит на его биссектрисе.



Следствие

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.



По теореме о биссектрисе угла

OM=OK

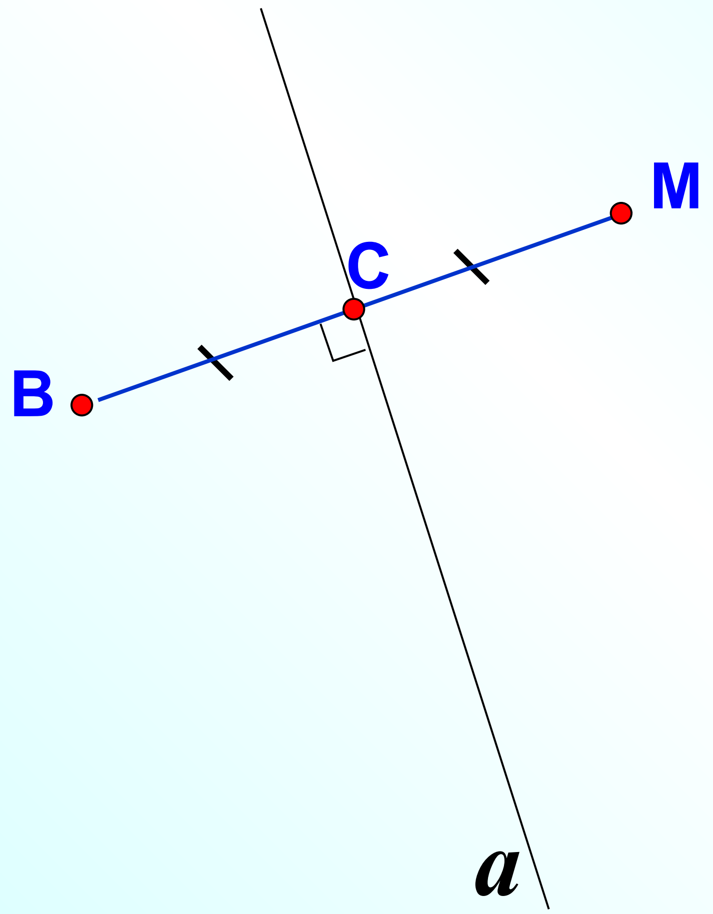
OK =OL

=

По обратной теореме т. O лежит на биссектрисе угла C

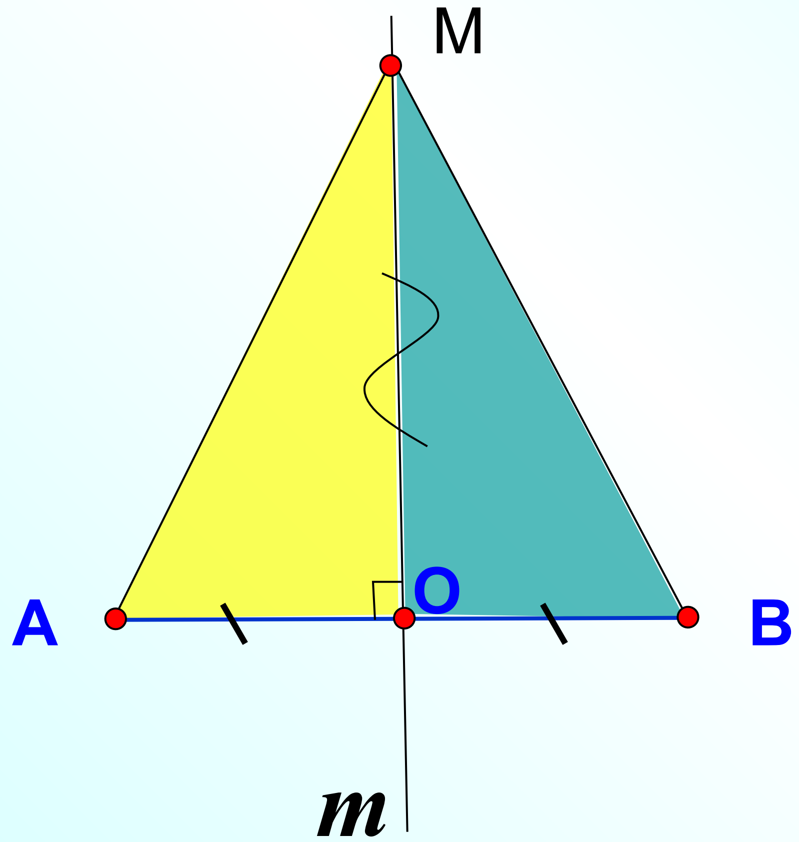
2

Определение Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярно к нему.



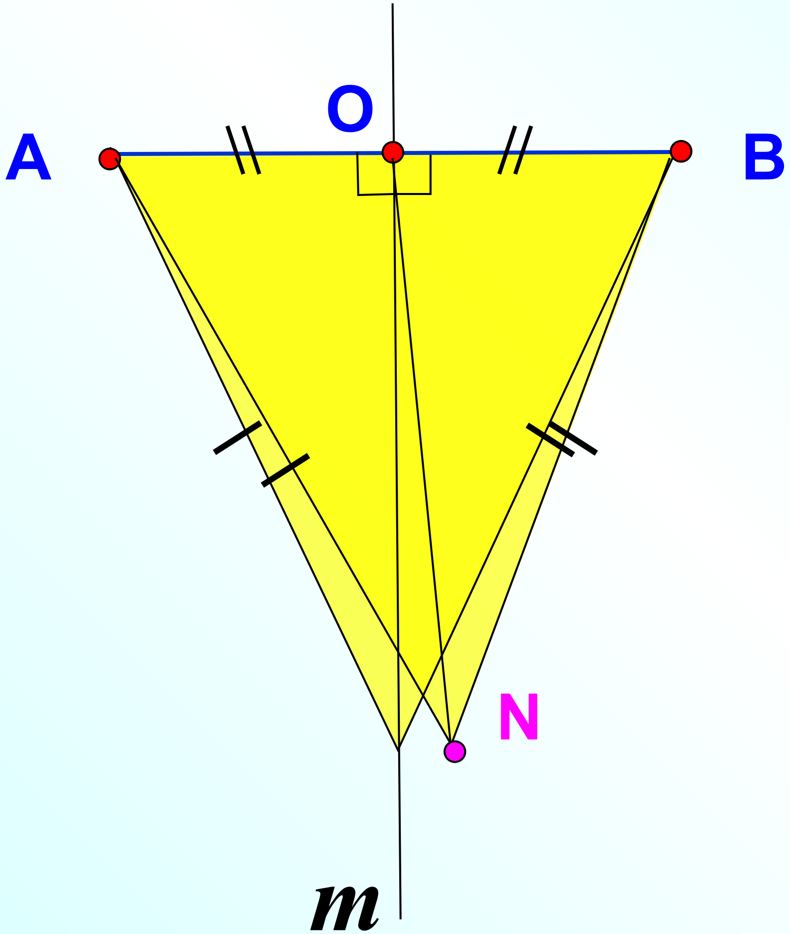
Прямая a — серединный перпендикуляр к отрезку.

Теорема Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка.

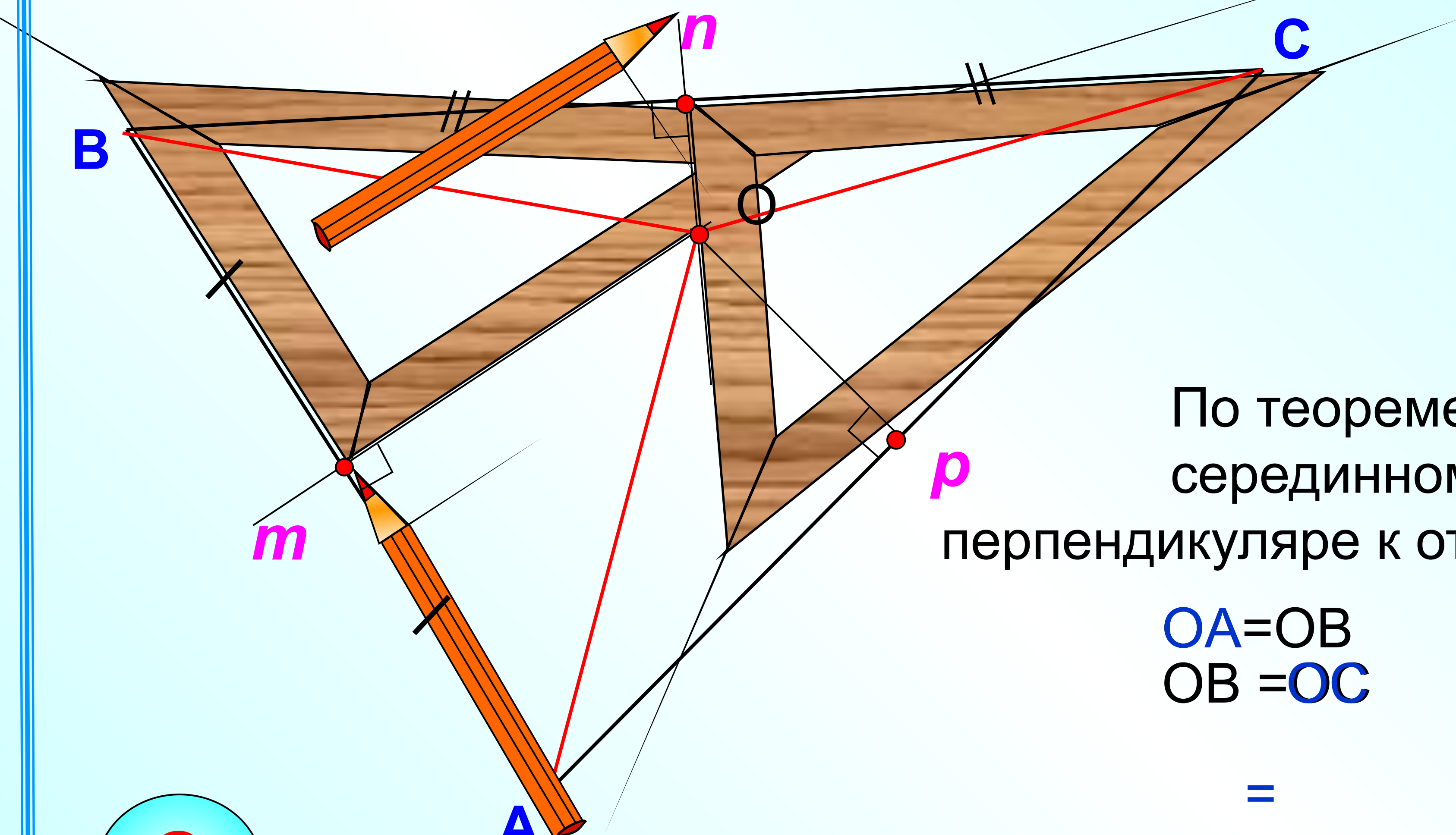


Обратная теорема

Каждая точка, равноудаленная от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.



Следствие Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.



По теореме о серединном перпендикуляре к отрезку

OA=OB

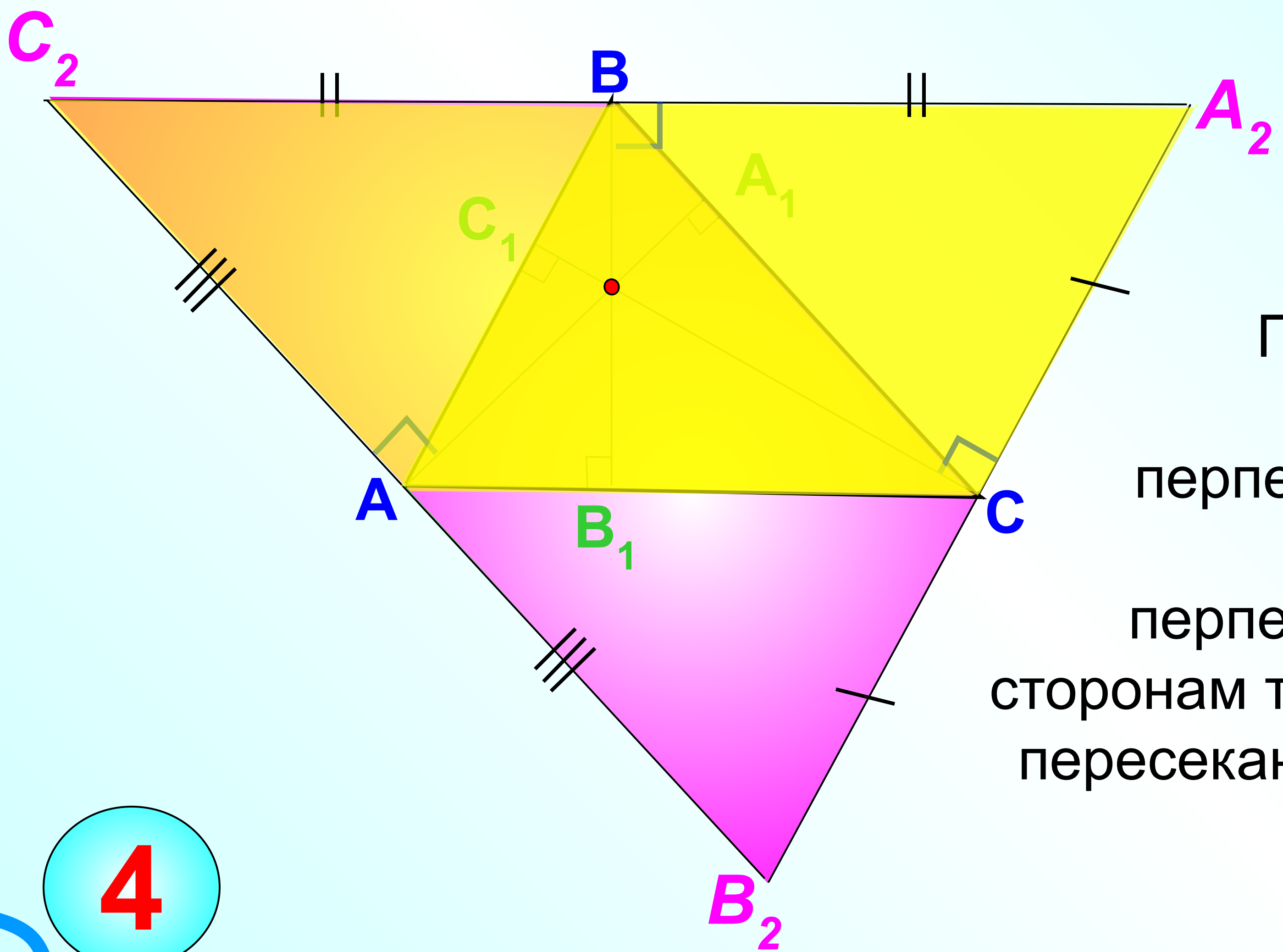
OB =OC

=

По обратной теореме т. О лежит на сер. пер. к отрезку АС

3

Теорема Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке.



По теореме о серединных перпендикулярах: серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.

4

Замечательные точки треугольника.

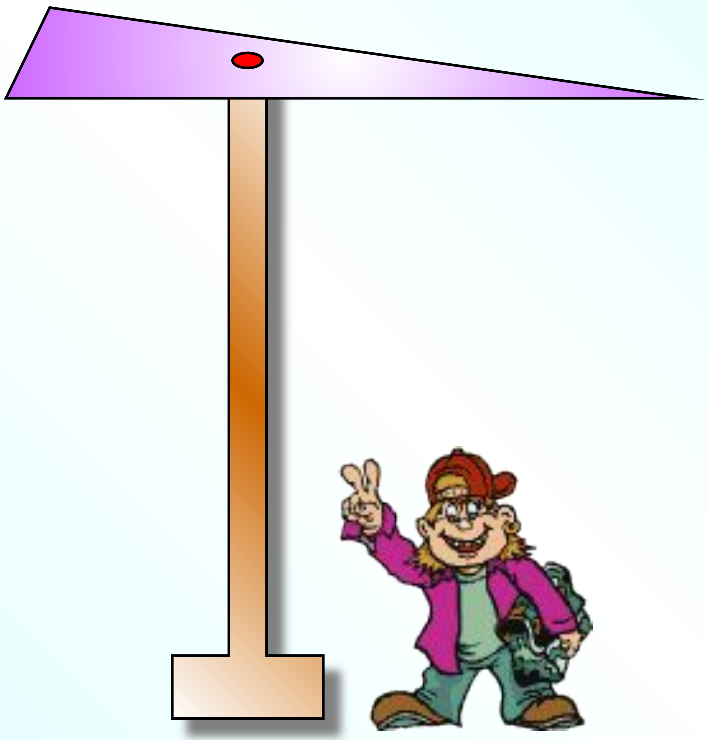
Точка пересечения **медиан**

Точка пересечения **биссектрис**

Точка пересечения **высот**

Точка пересечения серединных **перпендикуляров**

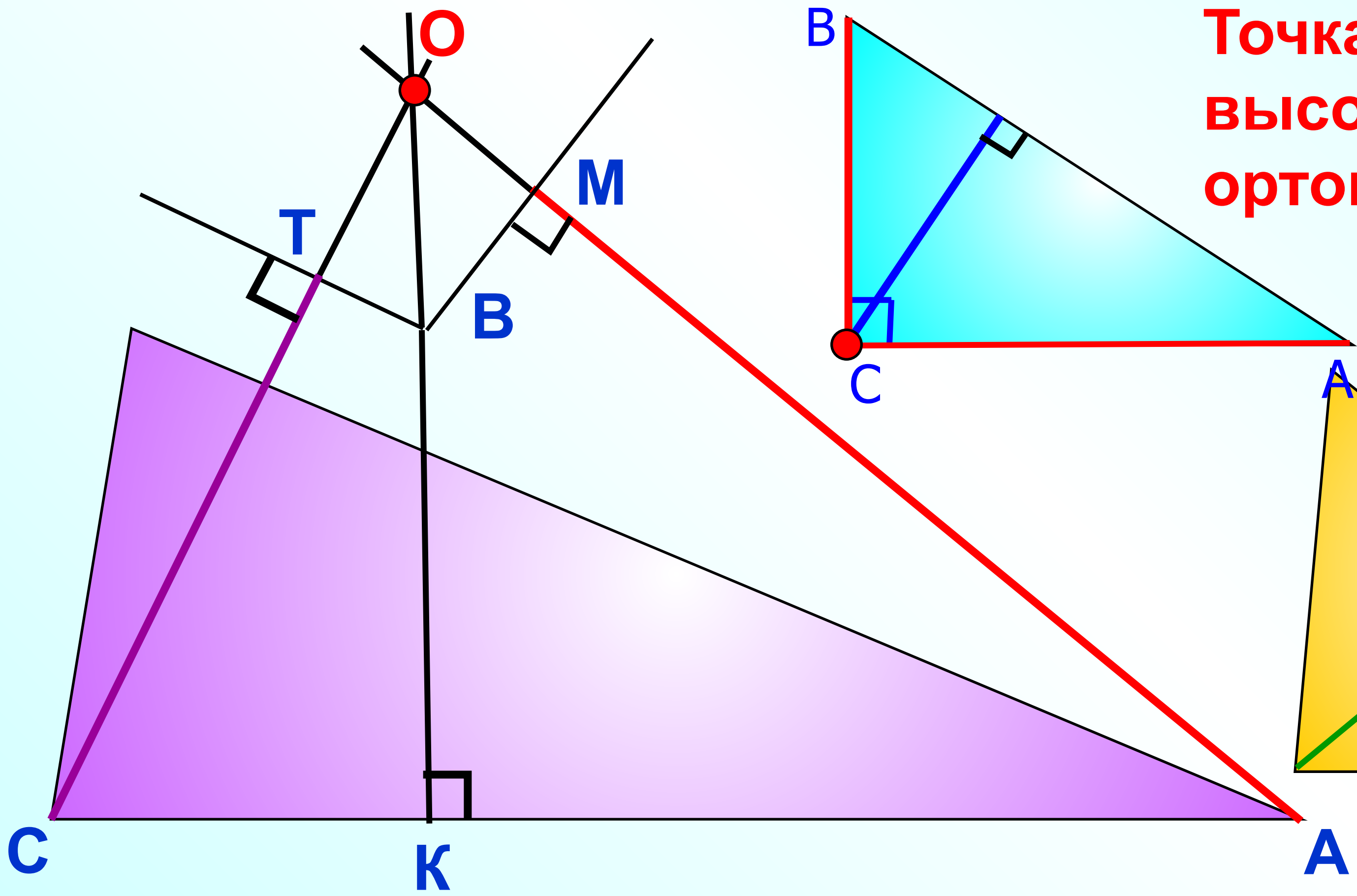
Треугольник, который опирается на острие иглы в точке пересечения медиан, находится в равновесии!



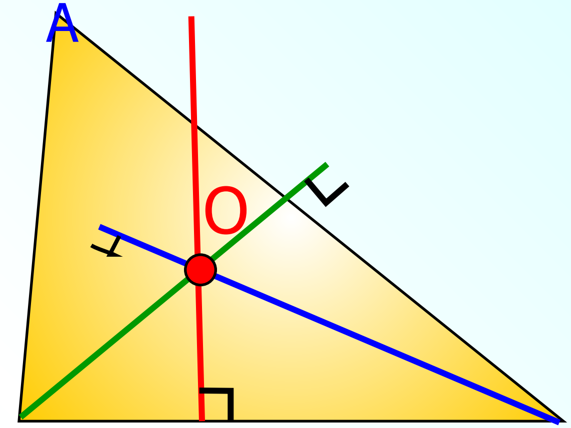
Точка, обладающая таким свойством, называется **центром тяжести треугольника.**

Высоты **прямоугольного треугольника** пересекаются в вершине С.

Высоты **остроугольного треугольника** пересекаются в точке О, которая лежит во внутренней области треугольника.

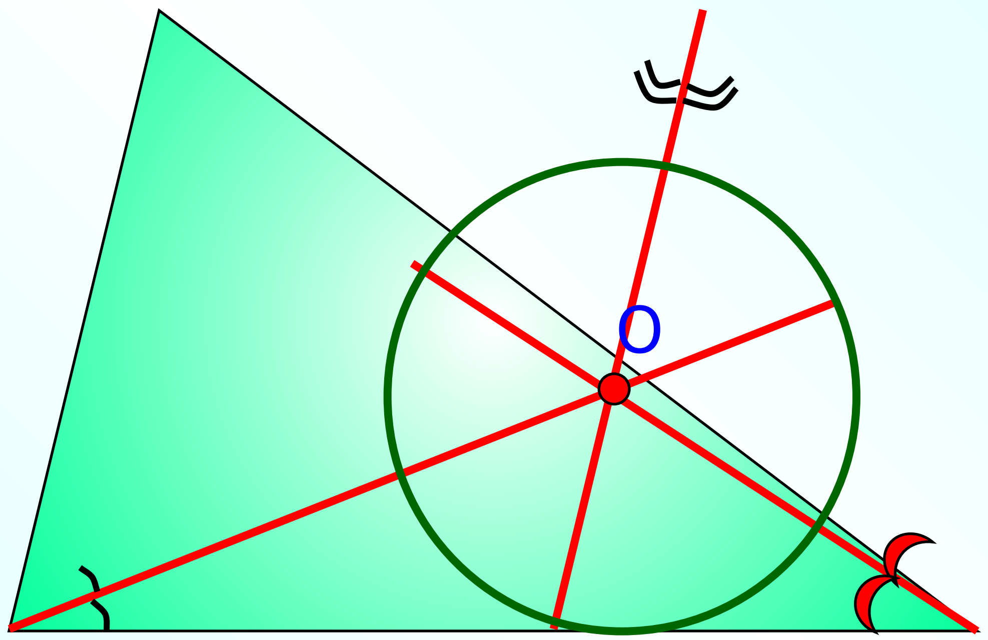


Точка пересечения высот называется ортоцентр.



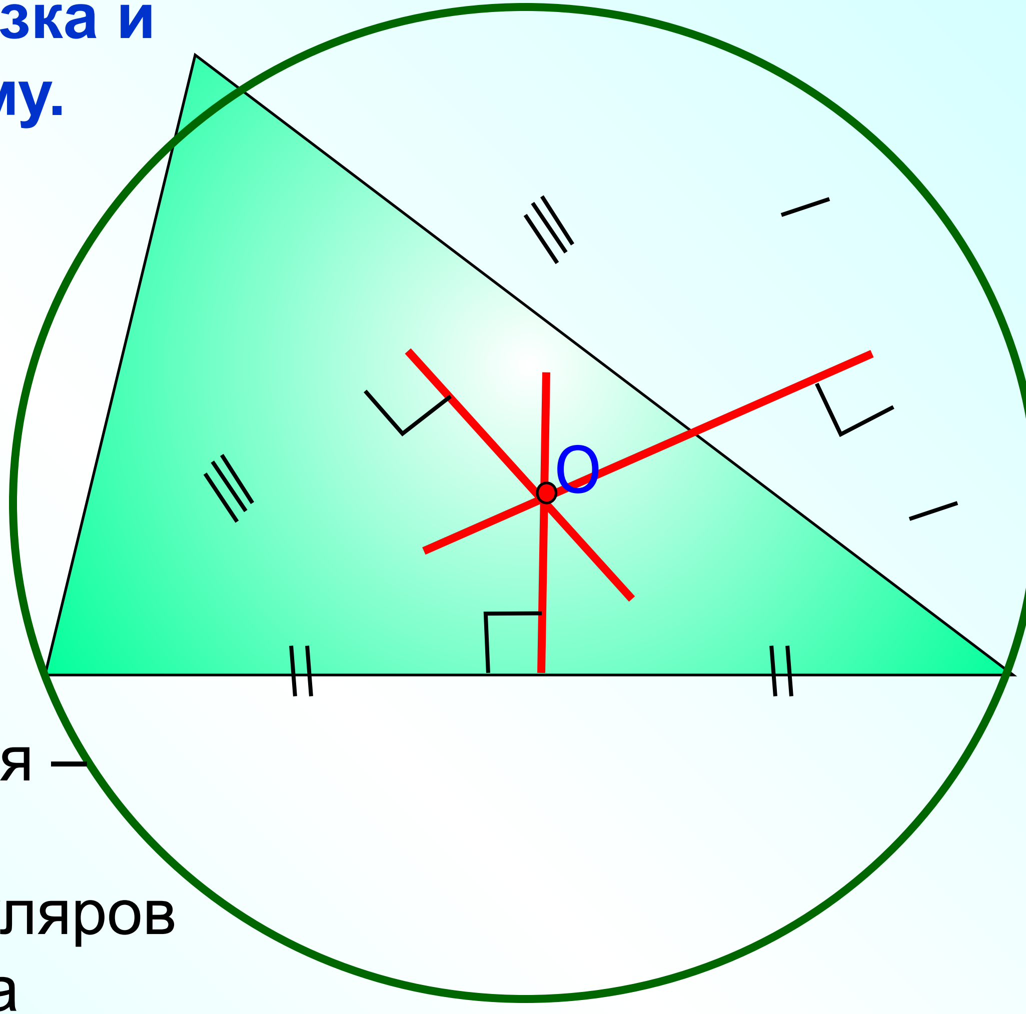
Высоты **тупоугольного треугольника** пересекаются в точке О, которая лежит во внешней области треугольника.

Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется биссектрисой треугольника.



Эта точка замечательная – точка пересечения биссектрис является центром вписанной окружности.

Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярно к нему.



Эта точка замечательная – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника является центром описанной окружности.