

# Логарифмы и их свойства

---



# Определение логарифма числа



Логарифмом числа  $b$  по основанию  $a$  называется показатель степени, в которую нужно возвести основание  $a$ , чтобы получить число  $b$ .

Формулу  $a^{\log_a b} = b$  где  $a \neq 1$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$  называют **основным логарифмическим тождеством**.

# Основные свойства логарифмов



При любом  $a > 0 (a \neq 1)$  и любых положительных  $x$  и  $y$  выполнены равенства:

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a x / y = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^p = p \cdot \log_a x$$

для любого действительного  $p$ .

# Десятичные логарифмы



$$\log_{10} a = \lg a$$

$$\lg 10 = 1$$

$$\lg 100 = \lg 10^2 = 2$$



## Вычислить:

$$\log_7 49; \log_3 1/81; \log_{1/2} 8; \log_4 1;$$

$$\log 10000; \lg 0,001;$$

$$\log_6 3 + \log_6 2;$$

$$\log_5 100 - \log_5 4;$$

$$\lg 0,18 - \lg 180;$$

# Виды простейших уравнений и методы их решений



Уравнение	Решение
а) $\log_a x = b, a > 0, a \neq 1$	$x = a^b$
б) $\log_a f(x) = b, a > 0, a \neq 1$	$f(x) = a^b$
в) $\log_a f(x) = \log_a g(x),$ $a > 0, a \neq 1$	<u>1 способ:</u> $\begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$
	<u>2 способ:</u> $\begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$
г) $\log_x f(x) = b$	$\begin{cases} g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \\ f(x) = g(x)^b \end{cases}$

# Методы решения логарифмических уравнений



1. Преобразование уравнений по формулам
2. Приведение к одному основанию
3. Замена переменной
4. Логарифмирование уравнений



# Задание 1

Какое из данных чисел является корнем уравнения

Уравнения	Варианты ответов	Правильный ответ
1) $\log_2 x = 2$	а) 16 б) 4 в) 8 г) 2	4
2) $\log_3 x = -2$	а) $1/16$ б) $1/81$ в) $1/9$ г) -9	$1/9$
3) $\log_x 25 = 2$	а) 25 б) 5 в) -5 г) $1/5$	5





## Задание 2

Решить уравнения

Уравнение	Ответы
1) $\log_4 x = 2$	16
2) $\log_x 16 = 2$	4
3) $\log_2 (x+1) = \log_2 11$	10
4) $\log_3 (x-4) = \log_3 9$	13



## Задание 3

Укажите способ, которым следует решать уравнение.

1.  $2\sqrt{\lg x} + 5 = \lg x$
2.  $\log_3^2 x - 7\log_3 x + 5 = 0$
3.  $\lg(x-1) + \lg(x+1) = \lg(2x-3)$
4.  $x^{\lg x} = 1000$
5.  $\log_2(x+2) + \log_2(x-1) = 5$