

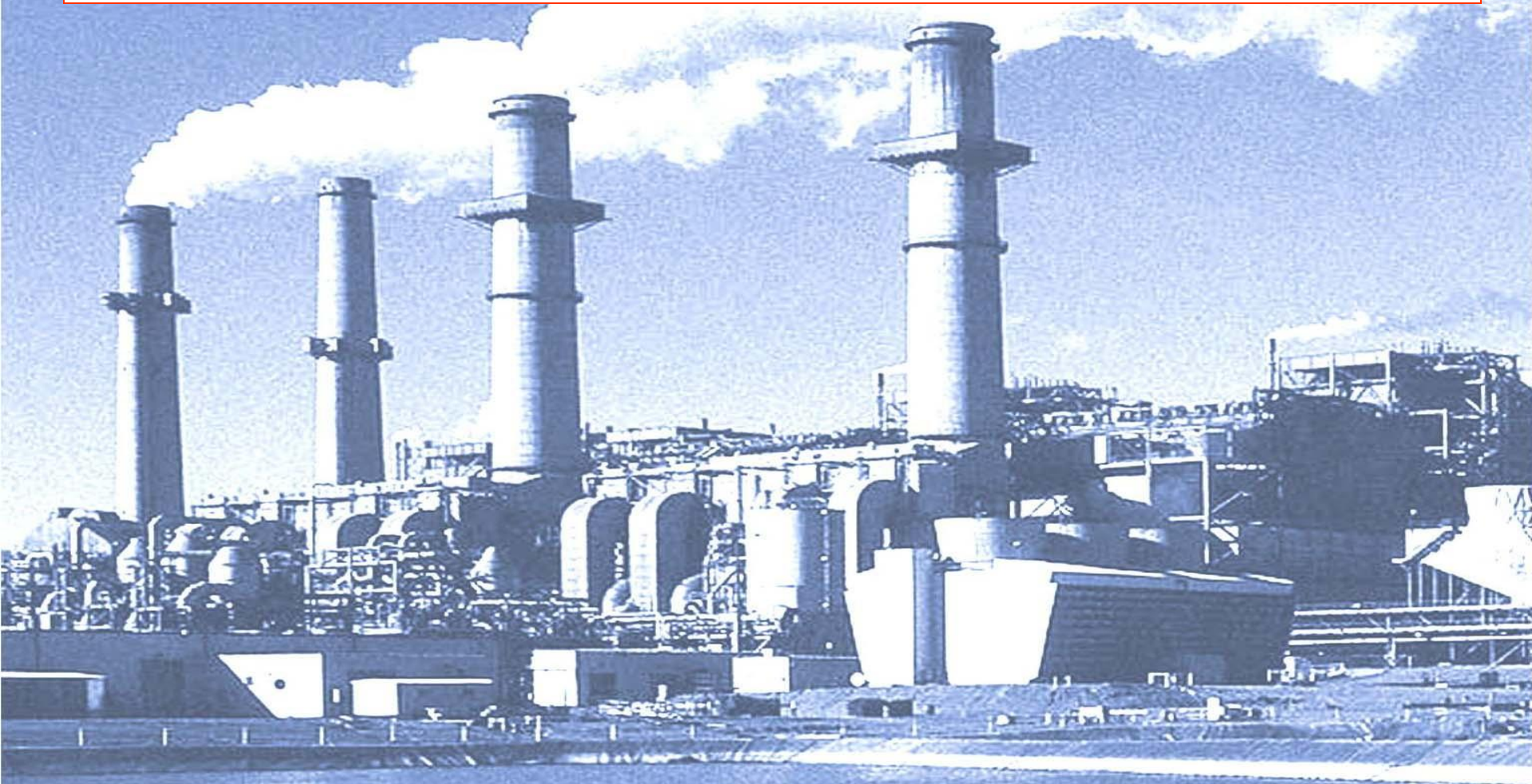
АКАДЕМИЯ ГРАЖДАНСКОЙ ЗАЩИТЫ МЧС РОССИИ

- КАФЕДРА ЭКОНОМИКИ И ФИНАНСОВ

ДОЦЕНТ

Клименкова Людмила Александровна

Лекция 8. Моделирование (выравнивание) вариационных рядов





УЧЕБНЫЕ ВОПРОСЫ:

- 1.Общее понятие о кривых распределения.
- 2.Основные типы кривых распределения (теоретических распределений). Эмпирическое и теоретическое распределения.
- 3.Моделирование вариационных рядов. Нахождение по эмпирическим данным теоретических частот нормального распределения, распределения Пуассона.
- 4.Статистические критерии и проверка гипотез о характере распределения.

Моделирование

Анализируя частоты в эмпирическом распределении, можно:

- описать его с помощью*
- математической модели — закона распределения,*
- установить по исходным данным параметры теоретической кривой и*
- проверить правильность выдвинутой гипотезы о типе распределения данного ряда.*

Нахождение функции кривой распределения называется моделированием.

Нормальное распределение

Плотность нормального распределения выражается формулой

$$f(x) = \varphi(x, \bar{x}, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \sigma^2}} e^{-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

Особенности кривой нормального распределения

- Кривая симметрична и имеет максимум в точке, соответствующей
 - значению $x = Mo = Me$.
 - Кривая асимптотически приближается к оси абсцисс, продолжаясь в обе стороны до бесконечности.
 - Чем больше отдельные значения отклоняются от \bar{x} , тем реже они встречаются.
 - Кривая имеет две точки перегиба на расстоянии $\pm \sigma$ от \bar{x} .
 - Площадь между ординатами, проведенными на расстоянии $\bar{x} \pm \sigma$ составляет 0,683. Это означает, что 68,3% всех исследуемых единиц (частот) отклоняется от средней арифметической не более чем на σ , т.е. находится в пределах $\bar{x} \pm \sigma$.
- В промежутке $\bar{x} \pm 2\sigma$ находится 95,4%,
а в промежутке $\bar{x} \pm 3\sigma$, соответственно, 99,7% всех единиц исследуемой совокупности.
- Коэффициенты асимметрии и эксцесса равны нулю.

Распределение призывников района по росту (данные условные)

Рост призыв ников, см.	Количе ство чело век	x_i	$x_i m_i$	$(x_i - \bar{x})^2 m_i$	$t = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$	$\varphi(t)$	m'_i
А	1	2	3	4	5	6	7
156-160	8	157,5	1260,0	2918,48	2,34	0,0258	5
161-165	17	162,5	2762,0	3379,77	1,73	0,0893	16
166-170	42	167,5	7035,0	3478,02	1,11	0,2155	40
171-175	54	172,5	9315,0	907,74	0,50	0,3521	65
176-180	73	177,5	12957,5	59,13	0,11	0,3965	73
181-185	57	182,5	10402,5	1984,17	0,72	0,3079	57
186-190	38	187,5	7125,0	4514,78	1,33	0,1647	30
191-195	11	192,5	2117,5	2780,91	1,95	0,0596	11
Σ	300		52975,0	20023,00			297

Расчет величин для определения критериев согласия Пирсона и Колмогорова

Рост, см.	Частоты ряда распределения		$\frac{(m-m')^2}{m'}$	F	F'	$ F - F' $
	m	m'				
А	1	2	3	4	5	6
156-160	8	5	1,8	8	5	3
161-165	17	16	0,1	25	21	4
166-170	42	40	0,1	67	61	6
171-175	54	65	1,9	121	126	5
176-180	73	73	0	194	199	5
181-185	57	57	0	251	256	5
186-190	38	30	2,1	289	286	3
191-195	11	11	0	300	297	3
	300	297	6,0			

Распределение Пуассона

- Аналитически распределение Пуассона можно выразить формулой

$$P(x) = \frac{a^x e^{-a}}{x!}$$

- где
- — $P(x)$ вероятность того, что признак примет то или иное значение,
- — $a = \bar{x}$ средняя арифметическая ряда

Распределение автомобилей по числу неисправностей

Число неисправностей в автомобиле	Количество автомобилей	$x_i m_i$	$(x_i - \bar{x})^2 m_i$	m'_i
0	215	0	77,40	213
1	135	135	21,60	134
2	38	76	74,48	42
3	8	24	46,08	9
4	3	12	34,68	1
5	1	5	19,36	1
	400	252	273,60	400

Статистические критерии и проверка гипотез о характере распределения (критерии согласия)

- **Критерии согласия**, опираясь на установленный закон распределения, дают возможность установить, когда расхождения между теоретическими и эмпирическими частотами

следует признать несущественными (*случайными*), а когда — существенными (*неслучайными*).

- Таким образом, **критерии согласия позволяют** отвергнуть или подтвердить правильность выдвинутой при выравнивании ряда гипотезы о характере распределения в эмпирическом ряду и дать ответ, можно ли принять для данного эмпирического распределения модель, выраженную некоторым теоретическим законом распределения.

Критерий согласия Пирсона (хи-квадрат)

- Критерий согласия Пирсона χ^2 (хи-квадрат) — один из основных критериев согласия.
- Критерий предложен английским математиком Карлом Пирсоном (1857—1936) для оценки случайности (существенности) расхождений между частотами эмпирического и теоретического распределений.

$$\sum_{i=1}^k \frac{(m_i - m'_i)^2}{m'_i}$$

Критерий Романовского

- Критерий Романовского основан
- на использовании критерия Пирсона ,
- т.е. уже найденных его значений ,
- и числа степеней свободы :

$$K_p = \frac{|\chi^2 - \nu|}{\sqrt{2\nu}}$$

- Под числом степеней свободы понимают количество независимых величин, которые могут принимать независимые значения, не изменяющие заданные характеристики.

Критерий Колмогорова

- **Критерий Колмогорова** основан на определении максимального расхождения между накопленными частотами или частостями эмпирических и теоретических распределений:

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{N}} \quad \text{или} \quad \lambda = d\sqrt{N}$$

где D и d — соответственно максимальная разность между накопленными частотами $(F - F')$ и между накопленными частостями $(p - p')$ эмпирического и теоретического рядов распределений;

N — число единиц в совокупности.

Контрольные вопросы

1. Что такое динамический ряд и ряд распределения?
2. В чем сущность вариационного ряда распределения?
3. Что является одной из важных задач анализа рядов распределения?
4. Что выражают кривые распределения?
5. Какие кривые называются эмпирическими и теоретическими?
6. В чем сущность моделирования рядов распределения и его значение в анализе?
7. Как определяются коэффициенты асимметрии и что они характеризуют?
8. Как определяется коэффициент эксцесса и что он характеризует?
9. Какой функцией распределения характеризуется чисто нормальное распределение, ее формула и порядок вычисления теоретических частот?
10. Что характеризует критерий согласия?
11. Какова формула критерия согласия Пирсона, с каким показателем связано его вычисление и применение в анализе?
12. Что представляет собой число степеней свободы и как оно определяется?
13. Какова формула критерия согласия Колмогорова и ее применение в анализе?



ДОКЛАД ОКОНЧЕН