Олимпиадный эксперимент – в школьный практикум

КПК, Физтех
июнь, 2017

Часть I

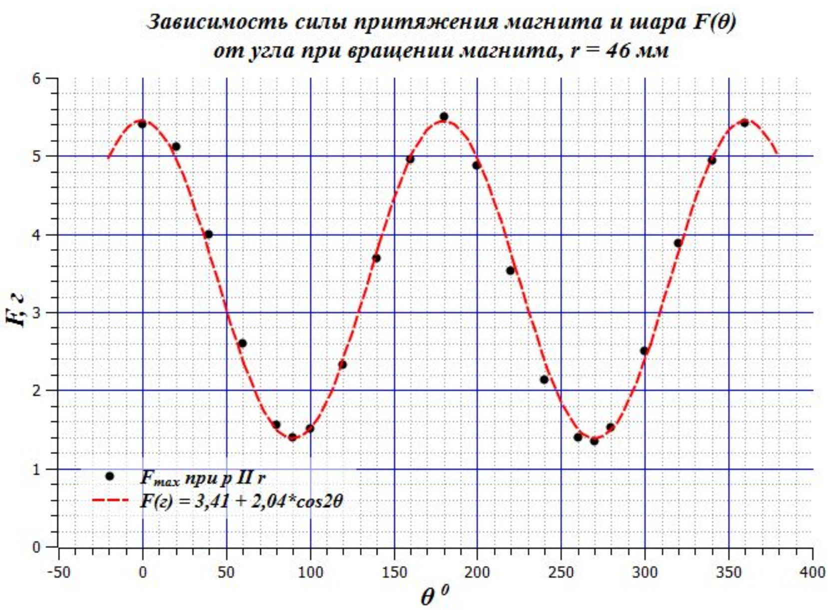
Алексей Гуденко
к.ф.м.н.,
доцент кафедры общей физики МФТИ,
a.v.gudenko@gmail.com

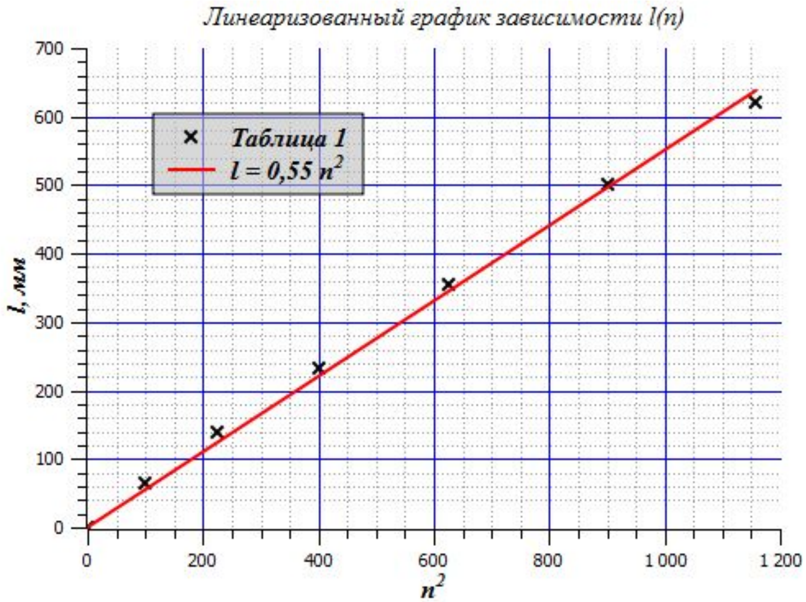
Все задачи в предлагаемой презентации - авторские

Полезные сайты

- **Олимпиадная школа МФТИ, курс «Экспериментальная физика»: http://edu-homelab.ru**
- **Международная олимпиада по экспериментальной физике (IEPhO): http://iepho.com**
- **Информационный сайт Всероссийской олимпиады по физике: http://4ipho.ru**

Обработка результатов, графики





- Все графики оформлены с помощью программы SciDavis **http://scidavis.sourceforge.net**

Наши планы

1. IEPhO-4 (2016 г.)
   - Неваляшка
   - Лестница
   - Лягушка
   - Зубочистка
   - Слинки (Slinky)
2. IEPhO-3 (2015 г.)
   - Удельное сопротивление воздуха
   - Гук или не Гук

Неваляшка, IEPhO-4
(8, 9 классы)

Оборудование

- Неваляшка
- деревянная линейка 50 см
- кусок пластилина
- карандаш (ручка)
- лист бумаги

Задание

- С помощью имеющегося оборудования определите как можно точнее высоту центра тяжести h неваляшки относительно уровня стола, на котором она расположена

- *Указание:*

  Основание неваляшки считать сферическим, неровностями его поверхности пренебречь. Массу подвижных частей колокольчика внутри неваляшки считать пренебрежимо малой

Решение. Шаг № 1

- По длине окружности С = 283 мм (Неваляшку оборачиваем бумагой) определяем радиус сферического основания Неваляшки:
  R = С/2п = 45 мм.

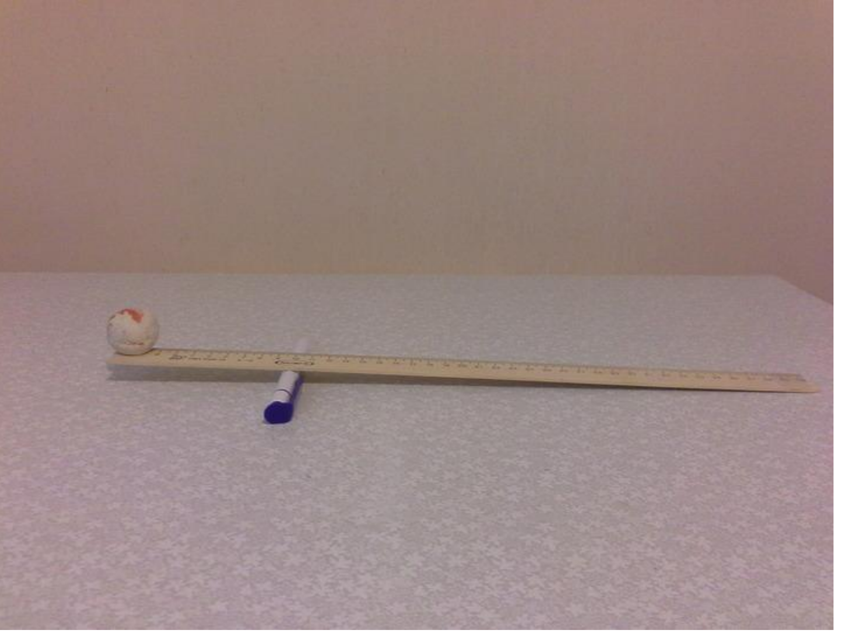
Шаг № 2

- Подбираем кусок пластилина такой массы m, чтобы ось Неваляшки расположилась горизонтально.
- Из условия равновесия относительно точки опоры (точки касания сферы со столом) получаем:
  $mgb = Mg\Delta\ell$, где $b = 100$ мм – рычаг куска пластилина, а $Mg\Delta\ell$ - момент силы тяжести Неваляшки ($\Delta\ell$ - расстояние от центра сферического основания Неваляшки вдоль её оси до центра масс Неваляшки) →
  $\Delta\ell = (m/M)\,b$
  Цель дальнейших действий - найти отношение m/M.

Шаг № 3

- Уравновешиваем Неваляшку на «рычажных весах», изготовленных из линейки (рычаг) и карандаша (опора). Из условия равновесия получаем ($m_л$ – масса линейки): $Mg\ell_1 = mg\ell_2 + m_л g\ell_3$
Делаем необходимые измерения:
ℓ_1 = 49 мм – рычаг Неваляшки;
ℓ_2 = 341 мм – рычаг пластилина;
ℓ_3 = 146 мм – рычаг линейки (расстояние от точки опоры до середины линейки).
Из уравнения моментов:
$m/M = \ell_1/(\ell_2 + m_л/m\ \ell_3)$

Шаг № 4

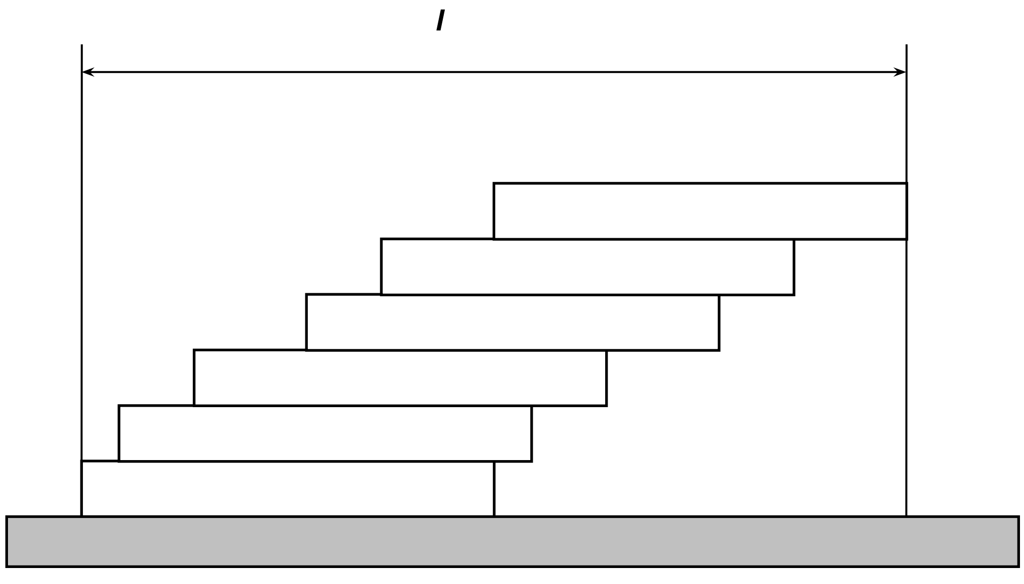


- Отношение масс линейки и пластилина находим, уравновесив пластилин линейкой. Из уравнения моментов:
$m_л/m = \ell_m/\ell_л$, где ℓ_m = 95 мм – рычаг пластилина;
$\ell_л$ = 100 мм – рычаг линейки.
Подставляя численные значения, находим:
$m_л/m = 0{,}95$.
Отношение масс пластилина и Неваляшки (см. Шаг № 3):
$m/M = \ell_1/(\ell_2 + m_л/m\ \ell_3) = 49/(341 + 0{,}95*146) = 0{,}102$
(точные измерения на весах дают следующие значения масс:
масса Неваляшки M = 148 г, масса пластилина: m = 15,26 г → m/M = 0,103 (!))

Заключительный шаг (без картинки)

- Центр масс Неваляшки расположен на $\Delta\ell = m/M\ b = 0{,}102*100 = 10$ мм ниже центра сферы основания, т.е. на высоте:
  $h = R - \Delta\ell = 35$ мм над уровнем стола

Лестница из линеек, IEPhO-4 (9, 10 классы)



Оборудование

11 деревянных линеек длиной $\ell_0 = 21$ см каждая, линейка 50 см

Задание

- Постройте ступенчатую лестницу максимальной (по горизонтали) длины из n = 2, 3, 4, …12 линеек. Для каждого n измерьте длину получившейся у вас лестницы и результаты измерений занесите в таблицу, как в абсолютных, так и в относительных единицах.
- Получите теоретическую зависимость максимальной длины лестницы от числа линеек n.
- Сравните теоретические значения с соответствующими экспериментальными значениями.
- Оцените максимальную длину лестницы, которую можно составить из линеек всех участников, выполняющих эту работу. Считайте, что работу пишет 20 участников.

Строим лестницы

Теория:
$\Delta_k = \ell_0/2k;\ \ell_T = \ell_0 + ½\ell_0\Sigma 1/k$

- **центр масс стопки, лежащей над какой-то линейкой, приходится точно на её опорный край →**
- смещение k-ой сверху линейки относительно *(k+ 1)*-ой должно удовлетворять условию:
 $\mathbf{mg(\ell_0/2 - \Delta_k) = (\mathit{k} - \mathit{1})mg\Delta_k} \rightarrow$

 ширина k-ой ступеньки: $\mathbf{\Delta_k = \ell_0/2k}$

- Полная длина лестницы складывается из длины линейки ℓ_0 и сумме ширин всех её ступенек:
 $\ell = \ell_0 + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \ldots.$
- Общая длина лестницы:

 $\ell_T = \ell_0 + ½\ \ell_0[1 + ½ + 1/3 + ¼ + \ldots + 1/(n-1)]$

Наши линейки

- $\Delta_1 = 0{,}5\ell_0/1$ = 105 мм
- $\Delta_2 = 0{,}5\ell_0/2$ = 52,5 мм
- $\Delta_3 = 0{,}5\ell_0/3$ = 35 мм
- $\Delta_4 = 0{,}5\ell_0/4$ = 26,25 мм
- $\Delta_5 = 0{,}5\ell_0/5$ = 21 мм
- $\Delta_6 = 0{,}5\ell_0/6$ = 17,5 мм
- $\Delta_7 = 0{,}5\ell_0/7$ = 15 мм
- $\Delta_8 = 0{,}5\ell_0/8$ = 13 мм
- $\Delta_9 = 0{,}5\ell_0/9$ = 11,7 мм
- $\Delta_{10} = 0{,}5\ell_0/10$ = 10,5 мм
- $\Delta_{11} = 0{,}5\ell_0/11$ = 9,5 мм

12 линеек, 240 линеек

- $N = 12$
  $\ell_T(8) \approx \ell = \ell_0 + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \ldots.\ \Delta_{10} + \Delta_{11} \approx 2{,}51\ell_0 = 52{,}7$ см

- $N = 240$
  $\sum 1/k \approx \int dz/z \approx \ell n\ n$

1. $L \approx \ell_0 + 0{,}5\ell_0(1+1/2 + 1/3 + \ldots 1/11 + \ell nN/11) = \ell_0 + 0{,}5\ell_0(3{,}02 + \ell n21{,}7) = 4{,}05\ell_0 \approx 85$ см
2. «Честный» подсчёт:

Лягушка (8, 9 классы)

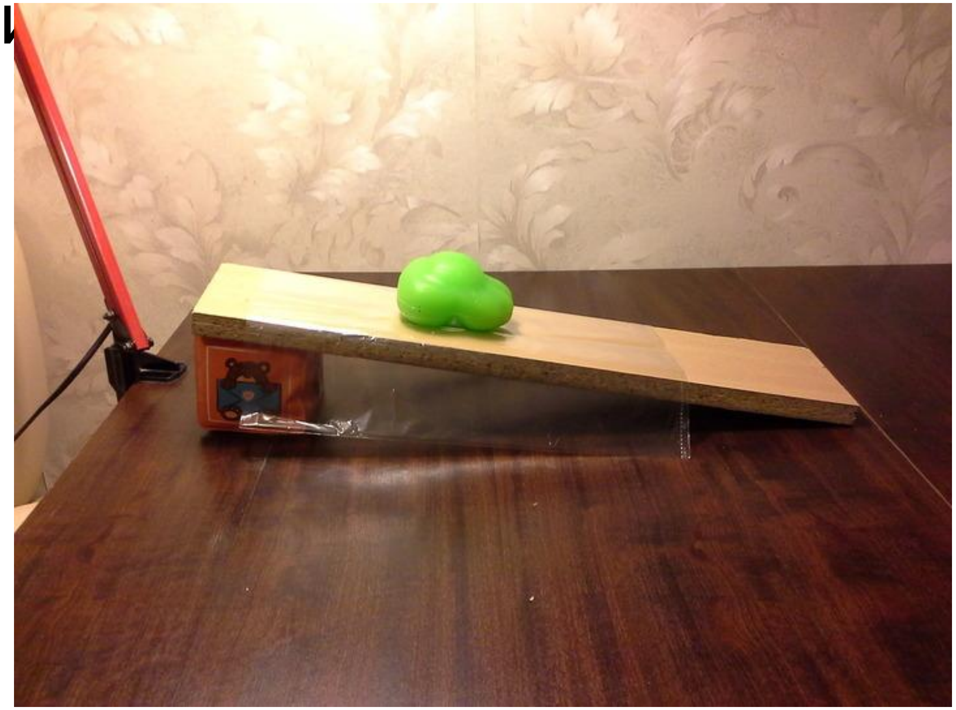
- **Оборудование:** кистевой эспандер из мягкой резины («лягушка»), полиэтилен, дощечка, линейка

- **Задание**: определите коэффициент трения полиэтилена и «лягушки» о поверхность дощечки

Решение: коэффициент трения полиэтилена $\mu_п$

- Кладём «Лягушку» на полиэтилен и по критическому углу определяем коэффициент трени

$\mu_п = tg\alpha_{крит} = 0{,}32$



Решение: коэффициент трения «лягушки» μ

- Переворачиваем «установку» и по крит. углу находим коэффициент трения дощечки по «лягушке»: $\mu_л = tg63^0 \approx 2$

Определение числа π вероятностным методом
(11 класс)

Случайность – форма проявления закономерности

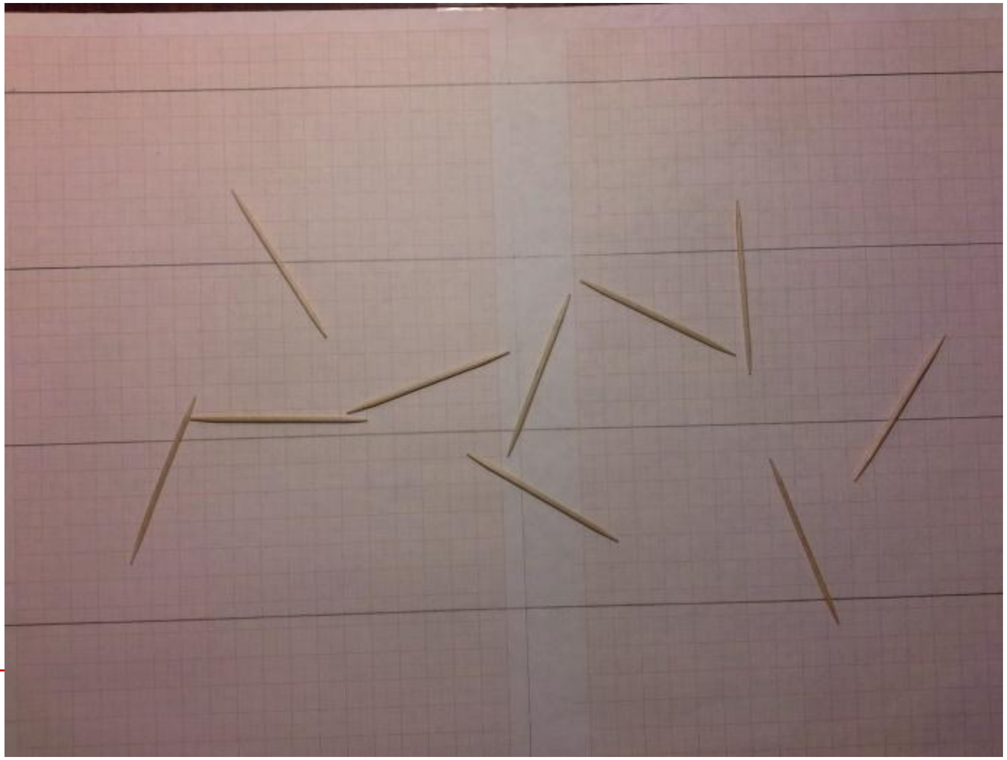
Задача Бюффона о бросании иглы (1777 г.)

Жорж-Луи Леклерк де Бюффон (Buffon) (1707 – 1788)

- Французский натурфилософ и естествоиспытатель
- Иностранный член Российской Академии наук
- член Лондонского королевского общества

Оборудование

- 10 зубочисток
- лист бумаги с параллельными линиями. Расстояние между линиями равно длине зубочистки ℓ_0



Задание

- Экспериментально исследовать закон распределения w(n) случайной величины n, где n – число пересечений зубочисток с линиями при броске $n_0 = 10$ штук
- По результатам эксперимента определите число π

Причём здесь п? (теория)

- Вероятность пересечь линию для зубочистки, образующей угол φ (в интервале dφ) с осью x, перпендикулярной линиям:
  $dw = (|\ell_{0x}|d\varphi/2\pi)/\ell_0 = |\cos\varphi|\, d\varphi/2\pi \rightarrow$

  $w_{теор} = \int|\cos\varphi|d\varphi/2\pi = 2/\pi$

Как проводим опыт

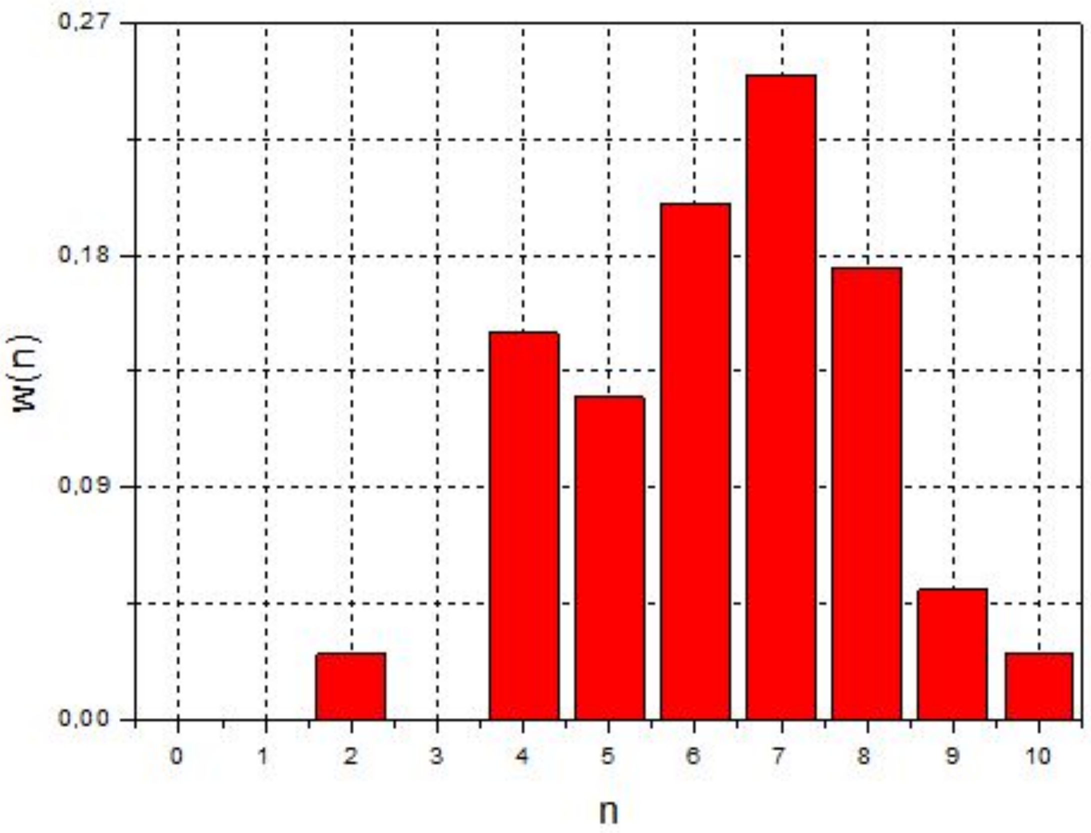
- Одновременно бросаем с высоты ~ 15-20 см n_0 = 10 зубочисток и подсчитываем число n пересечений с линиями в каждом опыте;
- Делаем N = 40 бросков;
- Результаты испытаний заносим в Таблицу

Таблица для построения гистограммы

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_n	0	0	1	0	6	5	8	10	7	2	1
w_n	**0**	**0**	**0,025**	**0**	**0,15**	**0,125**	**0,2**	**0,25**	**0,75**	**0,05**	**0,025**
n^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

n – число пересечений;
m_n – число случаев с n пересечениями;
$W_n = m_n/N$ – вероятность пересечения;
$N = 40$ – полное число бросков (испытаний)

Гистограмма



Считаем среднее $n_{ср}$

$$n_{ср} = \sum n_i/N = \sum m_n n/N = 6{,}325$$

Погрешность среднего σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{(n^2)_{cp} - n_{cp}{}^2}{N}} \approx 0{,}265$$

$n^2_{cp} = ?$

$$(n^2)_{cp} = \sum_{n=0}^{n=10} w_n n^2 = 42{,}825$$

Результат: $w_{теор} = 2/π$
$π = 2/ w_{экс} = 3{,}16 \pm 0{,}13$ ($ε_π = 4$ %)

- $n = 6{,}33 \pm 0{,}27$ – среднее число пересечений, если бросать $n_0 = 10$ штук
- Вероятность пересечения: $w_{экс} = n/n_0 = 0{,}633 \pm 0{,}027$ ($ε_w = 4$ %)
- Из теории: $w_{теор} = 2/π \rightarrow π_{экс} = 2/w_{экспер} \rightarrow$
- **$π = 3{,}16 \pm 0{,}13$ ($ε_π = 4$ %)**

Изучение упругих свойств пластиковой пружины Слинки (Slinky)

- ***Цель работы:***
  изучение упругих свойств пластиковой пружины Слинки; исследование колебаний массивной пружины.

- ***Оборудование:***
  Пластиковая пружина Слинки (Slinky), штатив с лапкой, линейка, мерная лента, секундомер, весы, скотч.

Задание (статика)

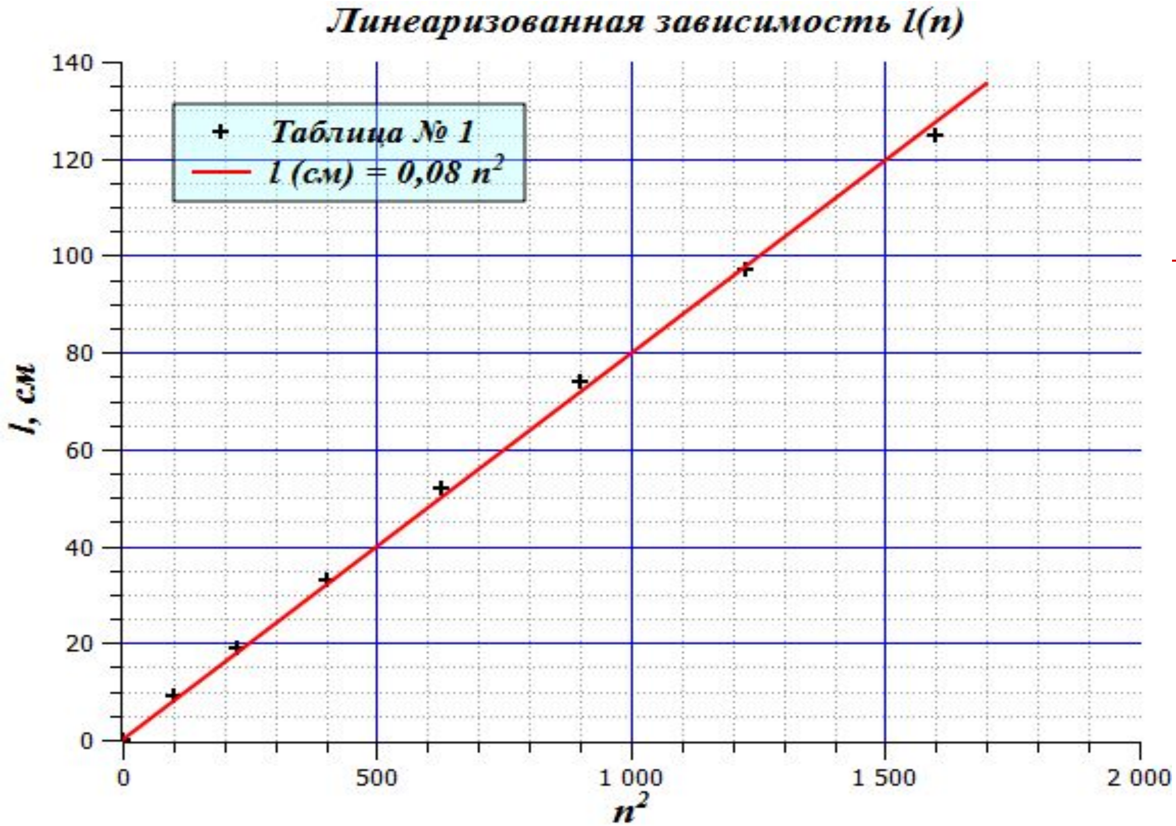
1. Снимите зависимость $\ell(n)$ длины ℓ пружины от числа n свободно свисающих витков. Для этого закрепите в штативе деревянную линейку. Разделите линейкой пружину так, чтобы под линейкой оказалось n витков. Для каждого значения n измерьте общую длину свободно свисающих витков. Измерения проведите для $n \geq 10$. Результаты измерений занесите в Таблицу №1.
2. Получите теоретическую зависимость $\ell(n)$, выразив ℓ через массу m_0 и жёсткость k_0 одного витка
3. Сравните теоретическую зависимость $\ell(n)$ с экспериментальной.
4. Определите m_0 и k_0

$\ell(n)$ - теория

- Получим теоретическую зависимость $\ell(n)$, выразив ℓ через массу m_0 и жёсткость k_0 одного витка:
  $\Delta x_1 = 0$
  $\Delta x_2 = m_0 g/k_0$
  $\Delta x_3 = 2m_0 g/k_0$
  ....
  $\Delta x_n = (n - 1)m_0 g/k_0$ - арифметическая последовательность $\rightarrow$

  $\ell(n) = \Sigma\Delta x_i = n(n - 1)m_0 g/2k_0 \approx n^2\, m_0 g/2k_0$, т.е.

  $\ell = Cn^2$, где $C = m_0 g/2k_0$



ℓ(n) - эксперимент

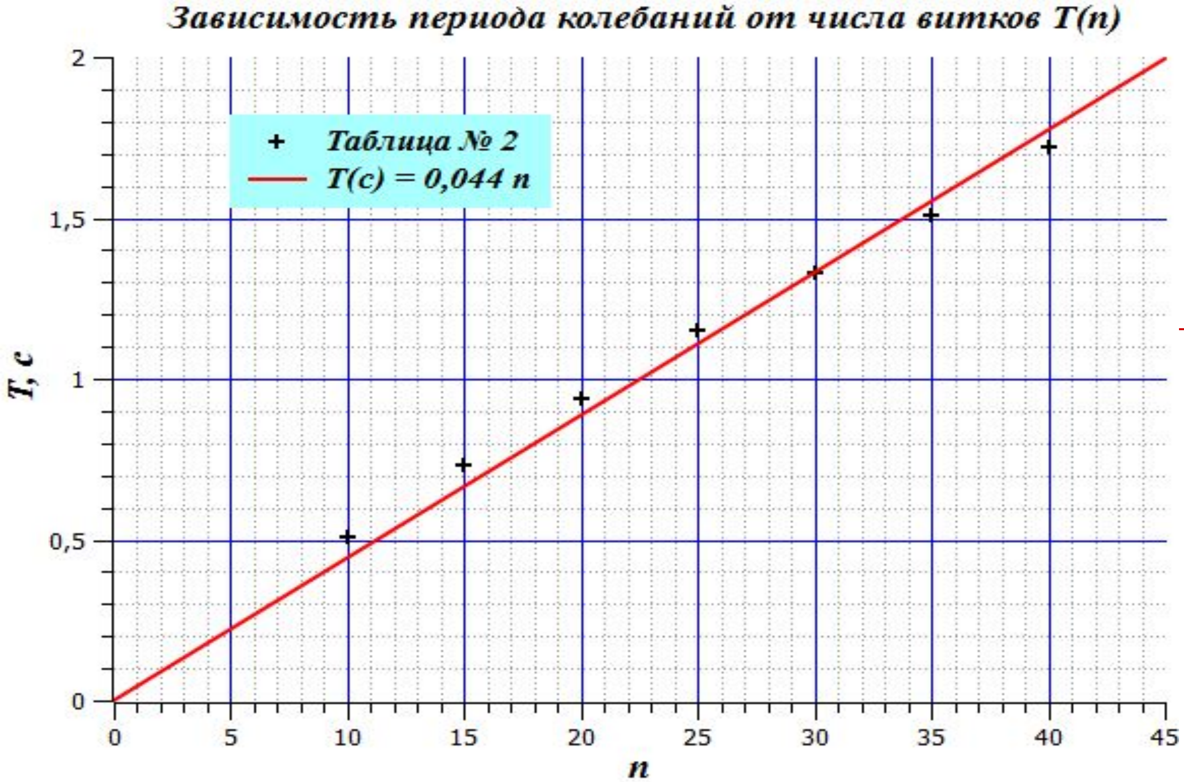
- Из графика находим: $C = m_0g/2k_0 = 0{,}08$ см
- Определяем m_0 и k_0.
  Масса всей пружины M = 90,37 г, полное число витков N = 41,5 →
  масса одного витка: $m_0 = M/N = 2{,}18$ г;
- Жёсткость витка:
  $k_0 = m_0g/2C = 2{,}18*10\text{-}3*9{,}81/2*0{,}08*10^{-2} \approx 13{,}4$ Н/м.

Задание (динамика)

1. Снимите зависимость T(n) периода колебаний T пружины, подвешенной вертикально, от числа n колеблющихся витков. Измерения проведите для $n \geq 10$. Результаты измерений занесите в Таблицу №2
2. Считая, что период T колебаний ***массивной*** пружины, подвешенной вертикально, определяется формулой $T = 2\pi(\beta m/k)^{1/2}$, где m – масса пружины, k – жёсткость пружины, β – константа, получите теоретическую зависимость T(n).
3. Сравните теоретическую зависимость T(n) с экспериментальной и определите значение константы $\beta_{эксп}$
4. Сравните экспериментальное значение β с теоретическим.

T(n) - теория

- $T = 2\pi(\beta m/k)^{1/2} = 2\pi(\beta n m_0/(k_0/n))^{1/2} = 2\pi n\ (\beta m_0/k_0)^{1/2} = An$, где $A = 2\pi\ (\beta m_0/k_0)^{1/2}$.
- Итак $T \sim n$:
  $T = An$, где $A = 2\pi(\beta m_0/k_0)^{1/2}$



T(n) - эксперимент

- Итак T ~ n:
  $T = 0{,}044n$, $A = 0{,}044$ с
- Находим β:
  $T^2 = 4\pi^2 n^2 (2\beta m_0/2k_0) = 4\pi^2 n^2 (2\beta m_0 g/2gk_0) \approx 8\beta C n^2 \rightarrow$
  $8\beta C = A^2 \rightarrow \beta_{эксп} = A^2/8C = 0{,}044^2/8*(0{,}08*10^{-2}) = 0{,}303$
- **$\beta_{эксп} = 0{,}303$**
- **$\beta_{теор} = 1/3$; $\Delta\beta/\beta \approx 10$ %.**

Удельное электросопротивление воздуха

Оборудование

- Два теннисных шарика с небольшим ушком, покрытые проводящей (графитовой) краской; пластмассовая трубка; полиэтиленовый пакет; нить; две деревянные линейки; секундомер, скотч, ножницы

- *Примечание: в качестве вспомогательного оборудования можно использовать стол, стул, а также элементы конструкции вашей кабинки*

Погрешности

- *Оценки погрешности в этой работе не требуется*

Задание

- С помощью имеющегося оборудования определите удельное сопротивление воздуха.

Авторское решение

- Удельное сопротивление можно определить по скорости уменьшения заряда шарика:
  $q(t) = q_0 \exp(-t/\tau)$
  $\tau = \rho\varepsilon_0$ – время релаксации (Максвелловская релаксация)

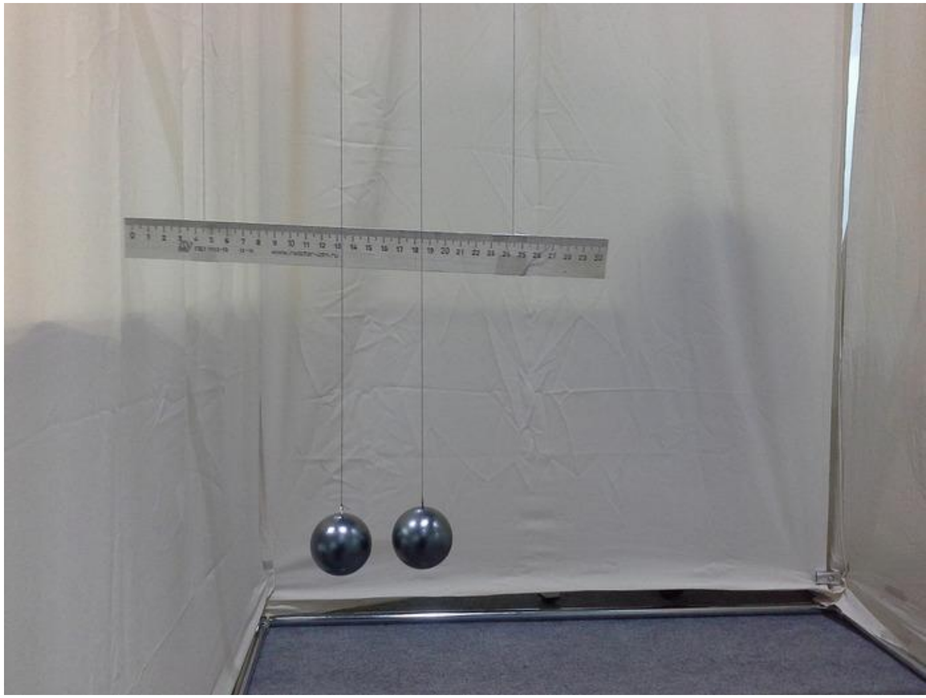
Теория

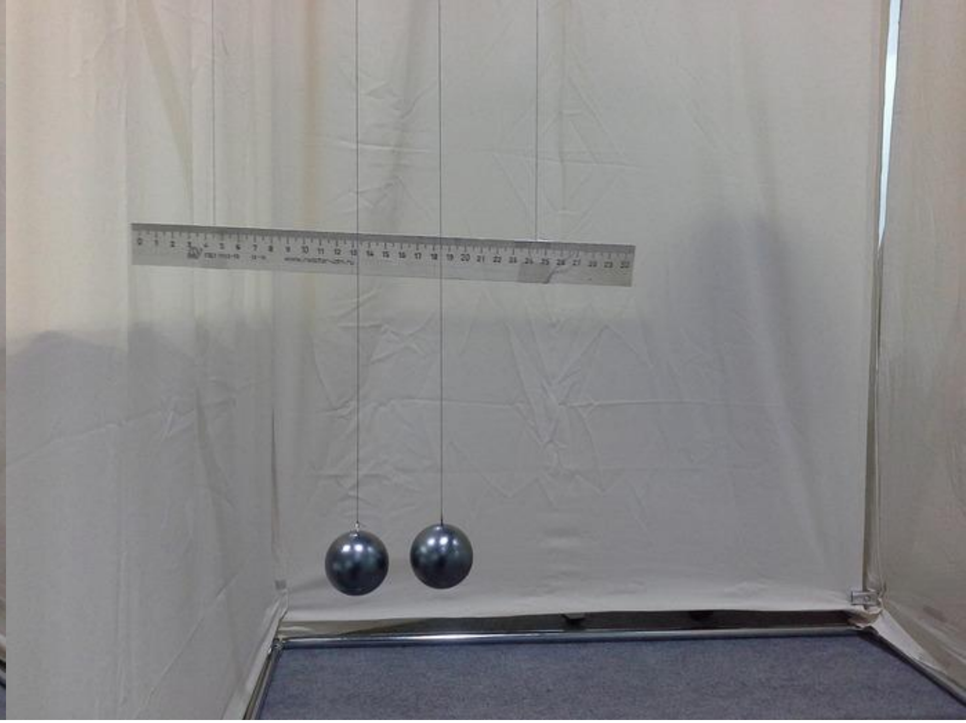
- Закон Ома в дифференциальной форме:
  $\mathbf{j} = 1/\rho\ \mathbf{E}$ ⇨
  Заряд изменяется (убывает) со скоростью:
  $dq/dt = -\int \mathbf{j} d\mathbf{S} = -1/\rho \int \mathbf{E} d\mathbf{S} =$ {теорема Гаусса} $= -\ 1/\rho\varepsilon_0\ q$ ⇨
- Дифферециальное уравнение для q:
  $dq/dt = -q/\rho\varepsilon_0 = -q/\tau$ ⇨
  $dq/q = -t/\tau$ ⇨
- $q(t) = q_0 \exp(-t/\tau)$

Эксперимент

- Подвешиваем шарики на длинных нитях (ℓ = 130 см). Расстояние между нитями = d (диаметр шарика) Незаряженные шарики при этом слегка соприкасаются
- На высоте ~ 20 см от шариков подвешиваем линейку в горизонтальном положении.

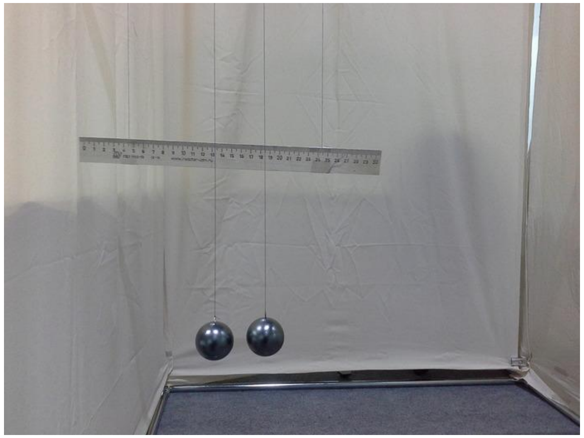
Калибровка





- Заряжаем шарики с помощью пластмассовой палочки, наэлектризованной трением о полиэтиленовый пакет. Измеряем расстояние между нитями на высоте линейки: $d_1 \approx$ 80 мм.
- Разряжаем один из шариков, коснувшись его рукой. После соприкосновения между собой шарики расходятся так, что расстояние между нитями на уровне линейки оказывается равным $d \approx$ 60 мм. Заряды шариков при этом уменьшаются вдвое.
- Калибровка проведена.

Основной эксперимент



- Вновь заряжаем шарики так, что расстояние между нитями, отсчитанное по линейке, вновь становится равным d_1= 80 мм.
- С помощью секундомера измеряем время $T_{1/2}$, за которое расстояние между нитями уменьшается до d_2= 60 мм. Это время соответствует уменьшению заряда вдвое.

Результаты

- $T_{1/2} \approx 14$ мин $= 840$ с ⇨
- $\tau = \rho\varepsilon_0 = T_{1/2}/\ell n2$ ⇨
  $\rho = T_{1/2}/\varepsilon_0 \ell n2 = 840/8{,}85{*}10^{-12}{*}0{,}7$
  $\approx 1{,}4{*}10^{14}$ Ом м
- $\rho \approx 1{,}4{*}10^{14}$ Ом м
- $\rho_{табл} \approx (1\text{-}2){*}10^{14}$ Ом м

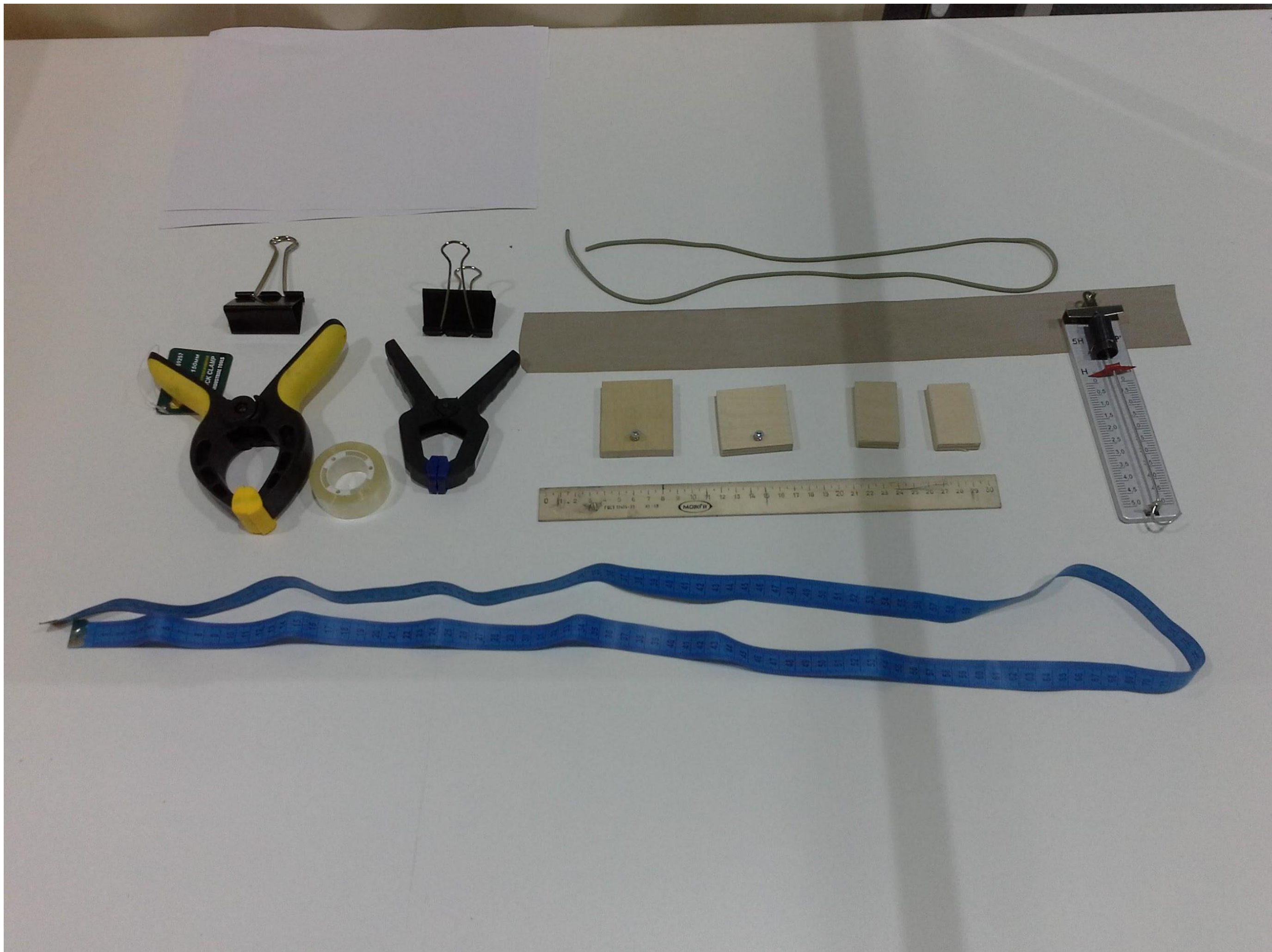
Тянем резину

Гук или не Гук ???

Оборудование

- Резиновый шнур диаметром d_0 = 2,5 мм; резиновая лента (бинт); динамометр; две канцелярские клипсы; две струбцины; четыре деревянных бруска (два из них – с саморезами); мерная лента; линейка; ножницы; скотч.

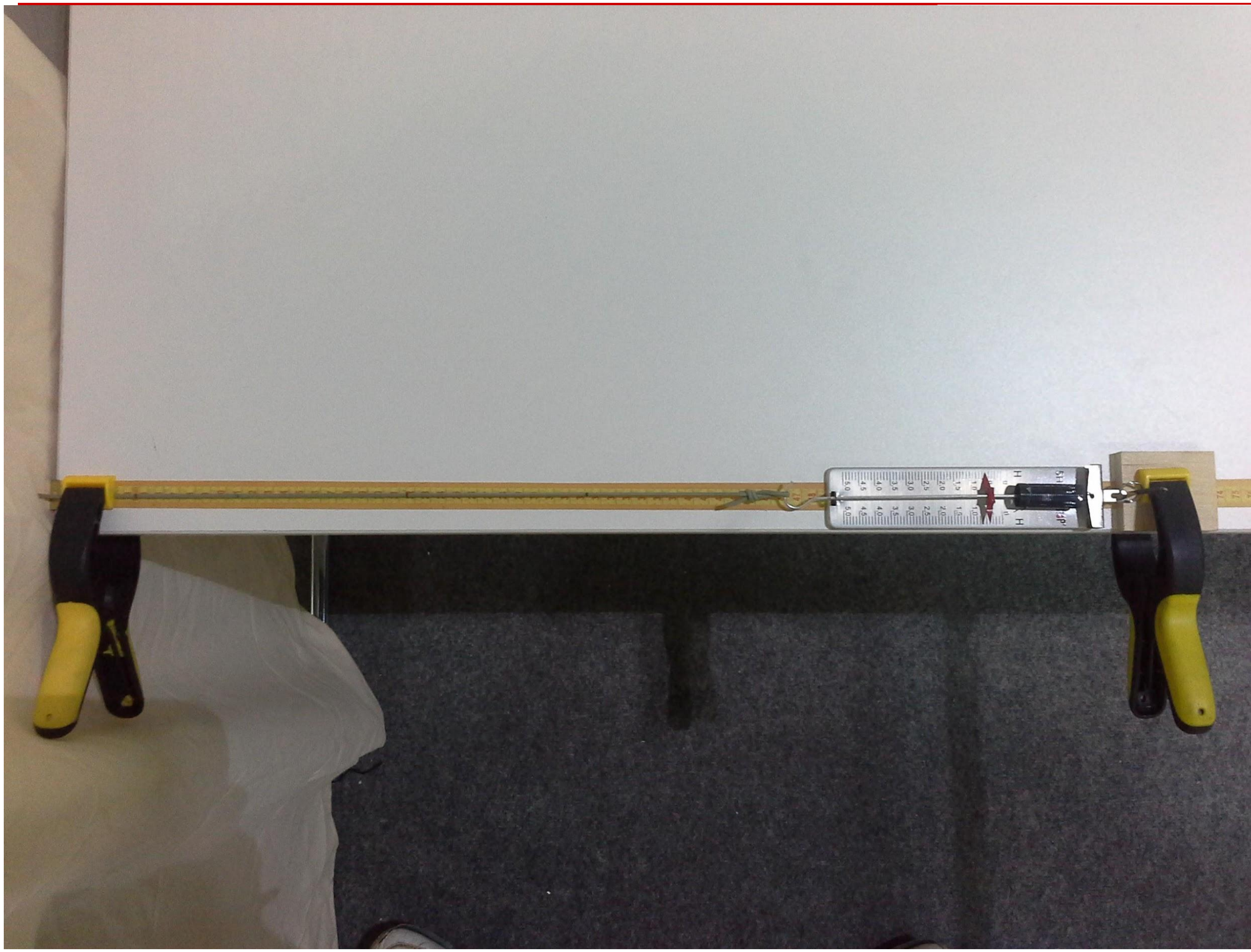
Оборудование (картинка)



Задание №1

- Снимите зависимость относительной длины ℓ/ℓ_0 резинового шнура от приложенной силы F вплоть до значений $\ell \sim 3\ell_0$, где ℓ_0 – длина недеформированного куска шнура.

Установка (например, вот так)



Задание № 2

- Выразите коэффициент жёсткости резинового шнура через модуль Юнга и его геометрические параметры.

- *Решение:*
  По закону Гука:
  $\Delta\ell/\ell = \Delta F/ES \rightarrow \Delta F = (ES/\ell)\,\Delta\ell = k\Delta\ell \rightarrow$
  $k = ES/\ell$,
  где $S = \pi d^2/4$ – поперечное сечение цилиндрического шнура

Задание № 3

- Предполагая, что модуль Юнга и объём резины в процессе деформации не изменяются, получите теоретическую зависимость ℓ/ℓ_0 от F

Теоретическая зависимость ℓ (F)

- По закону Гука для небольших деформаций:
  $\partial\ell/\ell = \partial F/ES \rightarrow$
  $\partial\ell/\ell^2 = \partial F/ES\ell = \partial F/EV_0$.
  $V = S\ell = S_0\ell_0 = \pi d_0{}^2\ell_0/4$ – объём
  ℓ_0, d_0 – длина и диаметр
  $S_0 = \pi d_0{}^2/4$ - площадь сечения недеформированного шнура.
  Интегрируем уравнение:
  $\partial\ell/\ell^2 = \partial F/EV_0 \rightarrow 1/\ell_0 - 1/\ell = F/EV_0 \rightarrow$

Рабочая формула

- $\boldsymbol{\ell/\ell_0 = 1/(1 - F/ES_0)}$ – зависимость $\ell(F)$ при условии, что:
  - <u>модуль Юнга E = const</u>
  - <u>объём резины V = const</u>

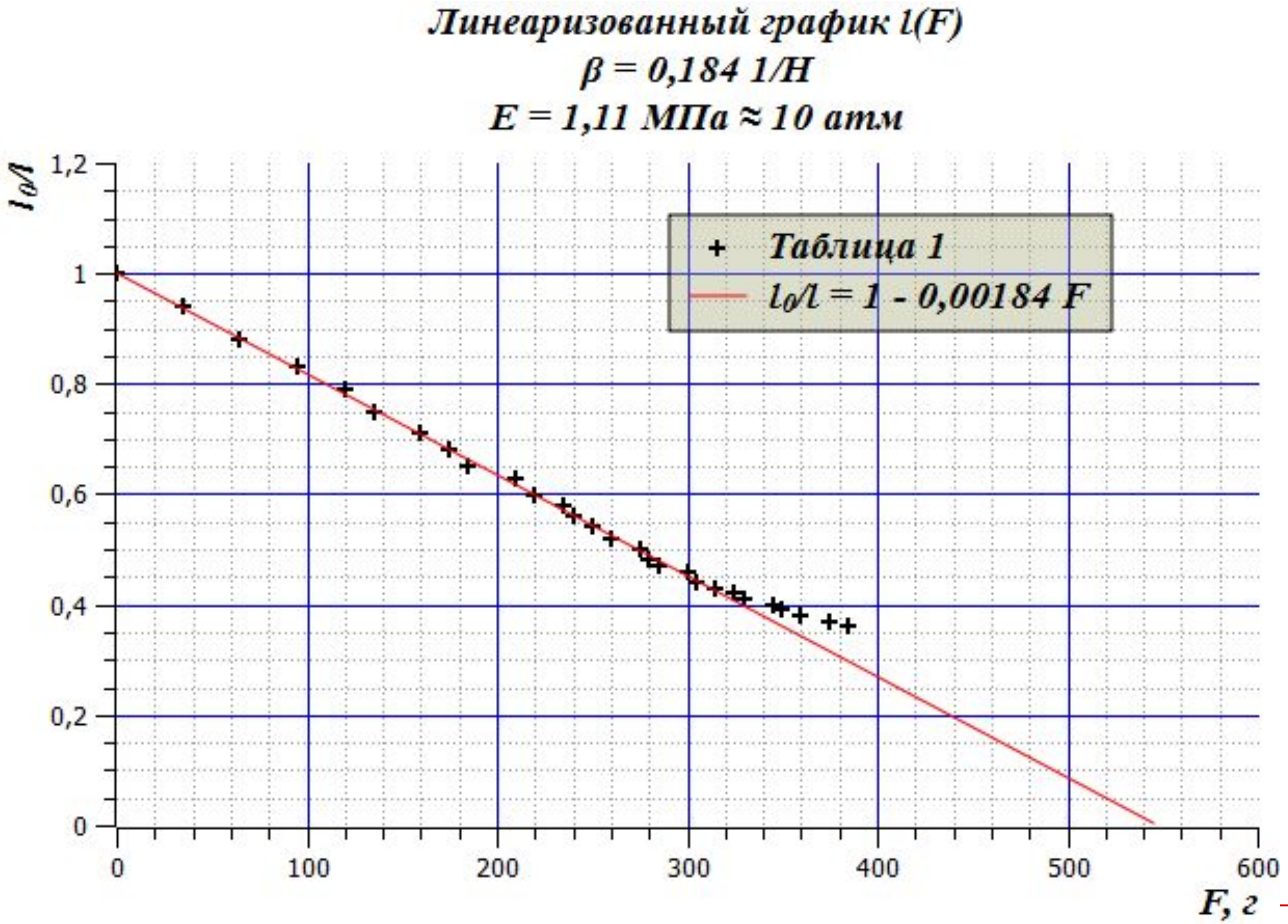
Задание № 4

- Сравните экспериментальную зависимость с теоретической, полученной в П.3

Линеаризованный график зависимости *l(F)*:

$$\ell_0/\ell = 1 - F/ES_0$$

$$E = 110\ \text{Н/см}^2$$



Выводы

- Вплоть до деформаций $l/l_0 \sim 2{,}5$ модуль Юнга резины в пределах точности эксперимента является постоянной величиной
  $E = (110 \pm 10)$ Н/см^2 ($\sim$ 10 бар)

- Для справки:
  Сталь: $E = 2\ 10^{11}$ Па = 2 Мбар
  Медь: $E = 1{,}3\ 10^{11}$ Па = 1,3 Мбар
  Лёд: $E = 3\ 10^{10}$ Па = 0,3 Мбар

Задание № 7

- Найдите теоретическое значение коэффициента Пуассона μ, при котором объём резинового шнура при деформациях не изменяется.

При каких μ объём не изменяется?

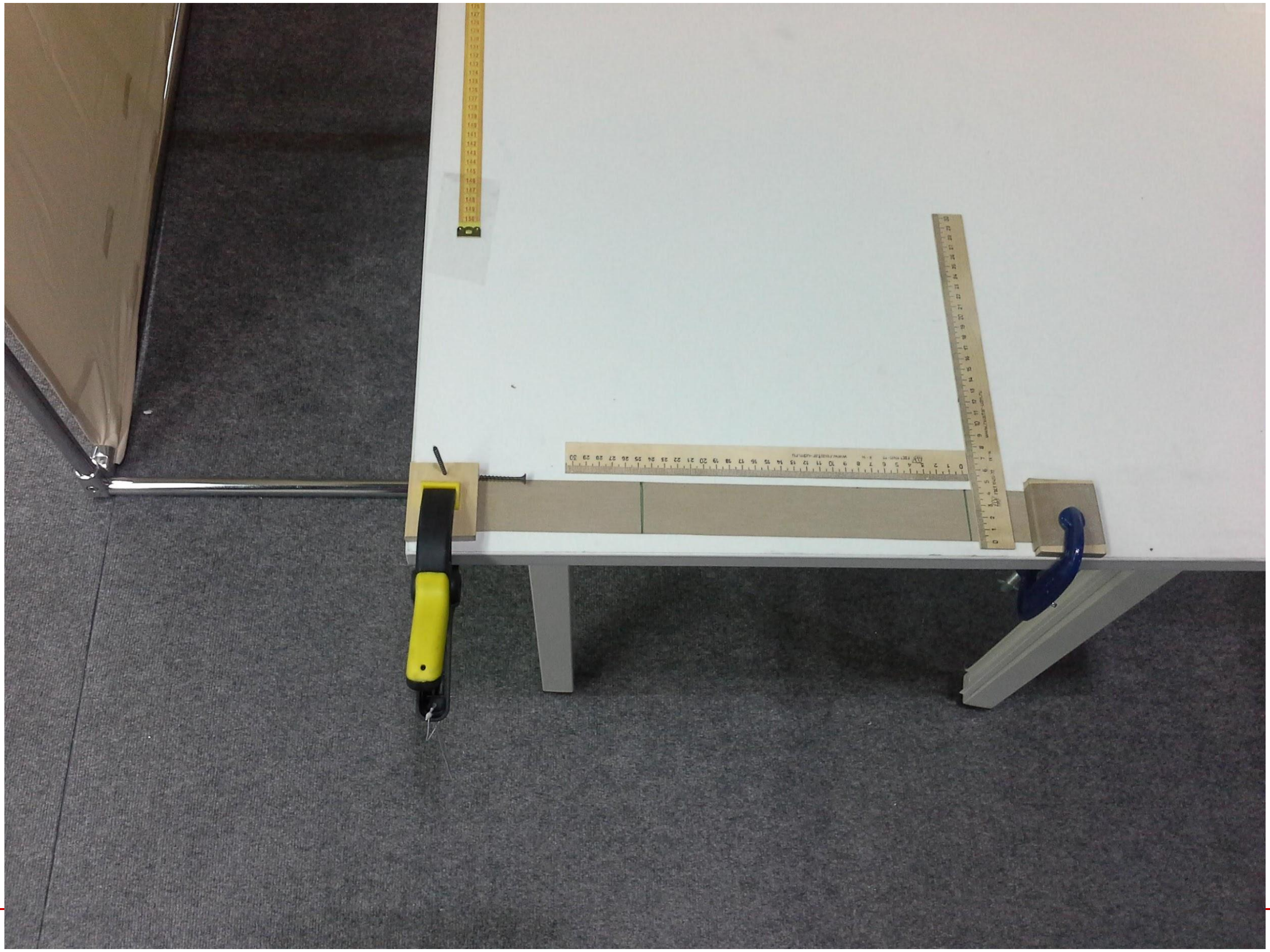
- Для шнура цилиндрической формы длиной ℓ и диаметром d объём:
  $V = \pi \ell d^2/4 = \pi \ell_0 d_0{}^2/4 \rightarrow (d/d_0)^2 = \ell_0/\ell \rightarrow$

  $2\Delta d/d = -\Delta \ell/\ell \rightarrow$
  $\Delta d/d = -\frac{1}{2} \Delta \ell/\ell \rightarrow$
  $\mu = -\frac{1}{2}$ - <u>при таком значении коэффициента Пуассона объём материала при его деформациях не изменяется.</u>

Задание № 8

- Определите экспериментально коэффициент Пуассона резины, из которой изготовлен резиновый бинт

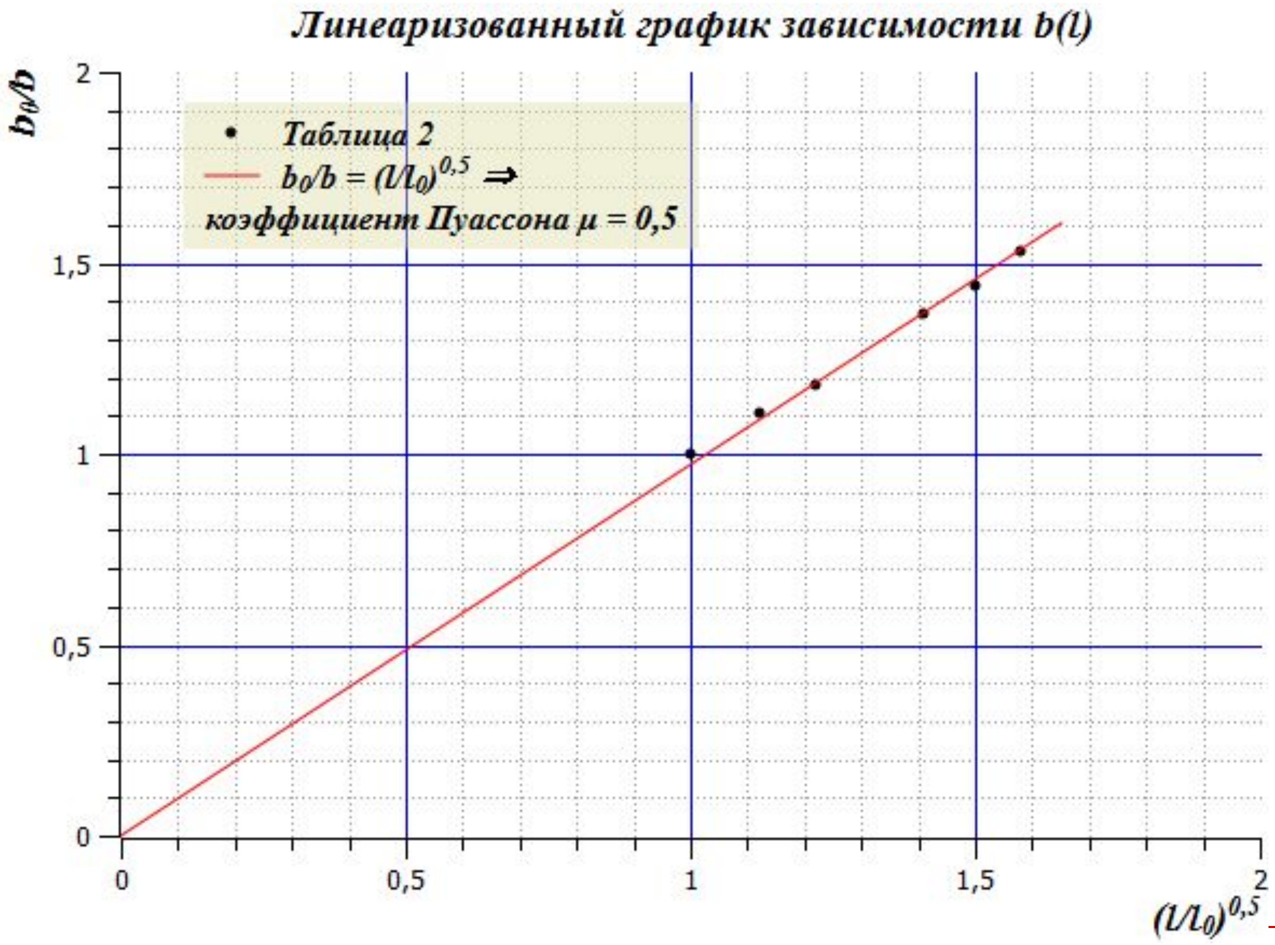
Определяем коэффициент Пуассона (установка)



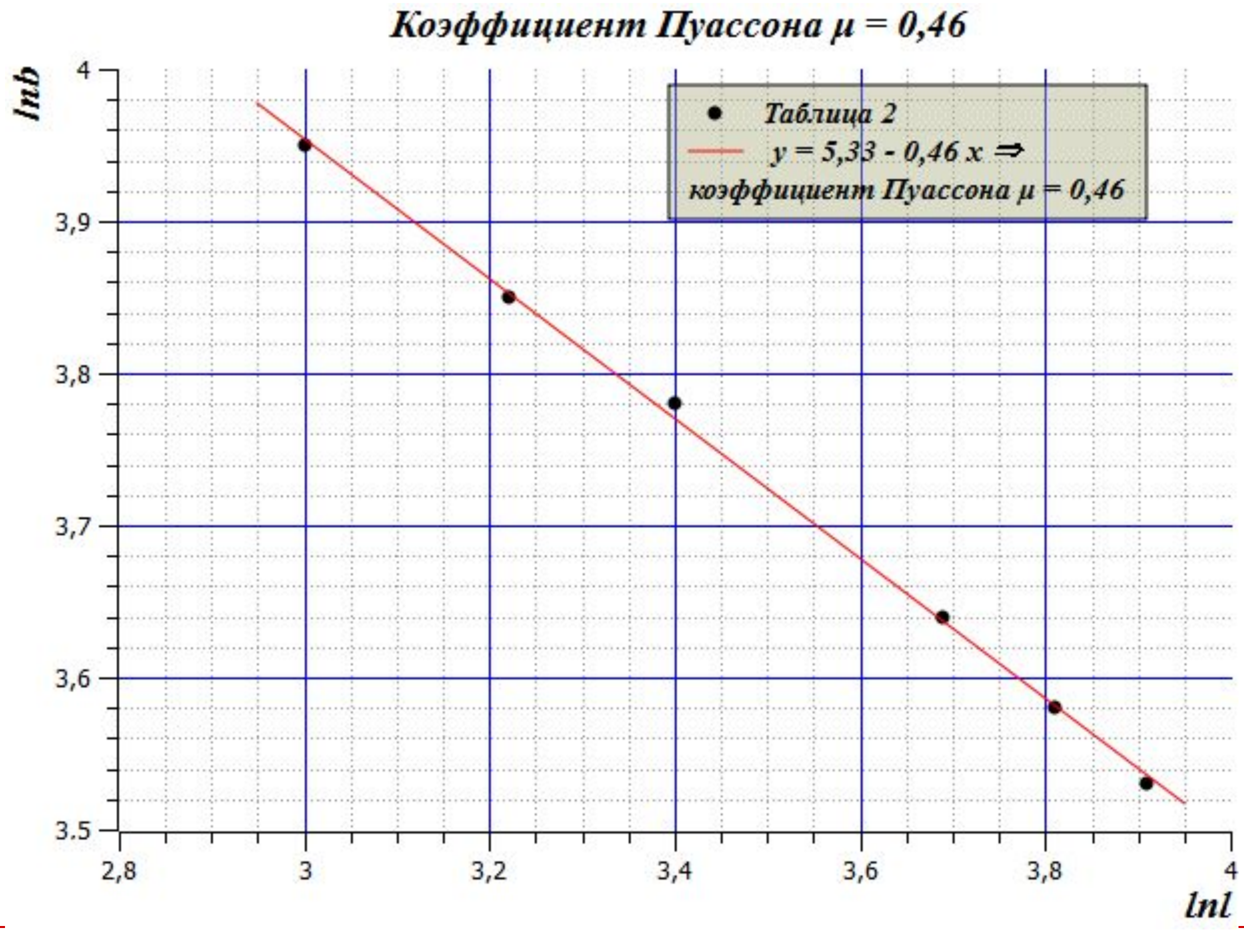
Теория

- $db/b = -\mu d\ell/\ell \rightarrow b(\ell)$:
  $b/b_0 = -(\ell/\ell_0)^{\mu}$
  $\ln b = C - \mu \ln \ell \rightarrow$
  в двойном логарифмическом масштабе тангенс угла наклона прямой $b(\ell)$ равен коэффициенту Пуассона

Результаты: коэффициент Пуассона $\mu \approx 0{,}5$



Двойной логарифмический масштаб: μ = 0,46



ВСЁ.
СПАСИБО