ТЕПЛОМАССООБМЕН

Основные положения теории теплопроводности

Лекция № 2

2016 год

План

- **1. Механизм процесса теплопроводности в газах, жидкостях, металлах и твердых диэлектриках.**
- **2. Температурное поле.**
- **3. Тепловой поток и плотность теплового потока. Закон Фурье. Дифференциальное уравнение теплопроводности.**
- **4. Условия однозначности для процессов теплопроводности. Закон Ньютона–Рихмана.**

1. Механизм процесса теплопроводности в газах, жидкостях, металлах и твердых диэлектриках

Теплопроводность

- ***Теплопроводностью*** называется перенос теплоты при непосредственном контакте более нагретых элементов тела (или среды) с менее нагретыми, осуществляемый посредством хаотического движения и взаимодействия микрочастиц (молекул, атомов, электронов, ионов).

- Интенсивность процесса теплопроводности в различных телах разная.

Передача теплоты в твердых телах

- Металлы обладают наибольшей способностью проводить теплоту.

- Теплопроводность металлов при не очень низких температурах в основном объясняется тепловым движением электронов.

- Чем меньше удельное электрическое сопротивление металлов, тем выше его теплопроводность.

Передача теплоты в твердых телах

- Передача теплоты в диэлектриках происходит посредством колебаний кристаллической решетки, в узлах которой находятся атомы.

Передача теплоты в газах

- Газы – плохие проводники теплоты.
- Теплопроводность газов обусловлена хаотическим тепловым движением молекул.
- Теплопроводность газов возрастает с увеличением температуры, т.к. при этом увеличивается скорость теплового движения.

Передача теплоты в газах

- При не очень высоких давлениях теплопроводность газов от давления не зависит из-за того, что с увеличением давления, хотя и увеличивается число молекул в единице объема, но одновременно уменьшается длина свободного пробега.

Передача теплоты в жидкостях

- Передача теплоты в жидкостях происходит за счет упругих колебаний молекул и их перескока из одной области в другую.

Конвективный теплообмен

- ***Конвективный теплообмен*** происходит в движущихся жидкостях и газах.

- В случае ***конвективного теплообмена*** распространение теплоты в пространстве осуществляется одновременно двумя способами:
- **1 способ.** За счет теплового движения атомов, молекул и ионов;
- **2 способ.** Посредством перемещения макрочастиц (элементов жидкости или газа) из одной точки пространства в другую.

- 2-ой способ называется ***конвективным переносом*** теплоты.

- На процесс конвективного теплообмена оказывает влияние скорость движения среды и ее распределение в пространстве.

- В движущейся неравномерно нагретой среде с неоднородным распределением скорости происходит как перенос теплоты, так и перенос импульса (количества движения).

- Интенсивность переноса теплоты зависит от интенсивности переноса импульса, поэтому первый процесс невозможно рассматривать в отрыве от второго.

С этим связан тот факт, что некоторые положения гидродинамики или механики жидкости широко используются в теории тепломассообмена.

- Конвективный теплооообмен между движущейся средой и омываемой ею поверхностью твердого тела называется ***теплоотдачей***.

Изучение теплоотдачи имеет большое практическое значение, т.к. нагревание или охлаждение жидкостей или газов в технике и в быту часто происходит либо при внешнем обтекании твердой поверхности теплообмена (например, поверхности трубы), либо при внутреннем обтекании (например, при движении жидкости внутри трубы).

- В общем случае под **процессом теплоотдачи** понимается ***конвективный теплообмен*** между движущейся средой и поверхностью на границе ее раздела с другой средой.

- Под границей раздела понимается не только твердое тело, но и жидкость или газ, отличные от движущейся среды. Последний случай характерен для совместно протекающих процессов массо- и теплообмена.

2. Температурное поле

Теплопроводность представляет процесс распространения энергии (тепла) между частицами тела, находящимися друг с другом в соприкосновении и имеющими различные температуры.

- Процесс теплопроводности будем рассматривать только в однородных и изотропных телах.

- **Изотропным** называется **тело**, обладающее одинаковыми физическими свойствами по всем направлениям.

- Степень нагретости тела характеризуется ***температурой***.

- При наличии теплопроводности температура различных частей тела различна, но от точки к точке она меняется непрерывно.

- Температурное состояние тела или системы тел характеризуется с помощью ***температурного поля***.

- **Температурное поле** – это совокупность всех мгновенных значений температур во всех точках изучаемого тела (пространства).

- При нагреве изотропного тела температура его в разных точках изменяется во времени и теплота распространяется от точек с более высокой температурой к точкам с более низкой температурой.

- В общем случае процесс передачи теплоты теплопроводностью в твердом теле сопровождается изменением температуры t как в пространстве, так и во времени:

$$t = f(x, y, z, \tau),$$

- где x, y, z – координаты точки; τ – время.
- Эта функция определяет температурное поле в рассматриваемом теле.

- В математической физике температурным полем называют совокупность значений температуры в данный момент времени для всех точек изучаемого пространства, в котором протекает процесс.

- Если температура тела является функцией координат и времени, то температурное поле называют ***нестационарным***, т.е. зависящим от времени:

$$t = f(x, y, z, \tau); \qquad \frac{\partial t}{\partial \tau} \neq 0.$$

- Такое поле отвечает неустановившемуся тепловому режиму теплопроводности.

- Если температура тела является только функцией координат и не изменяется с течением времени, то температурное поле тела называют ***стационарным***:

$$t = f(x, y, z); \qquad \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0.$$

- Уравнения двухмерного температурного поля для режима:

- стационарного:

$$t = f(x, y); \quad \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0;$$

- нестационарного:

$$t = f(x, y, \tau); \quad \frac{\partial t}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} \neq 0.$$

- Большое практическое значение имеет, когда температура тела является функцией одной координаты, тогда уравнения одномерного температурного поля для режима:

- стационарного: $t = f(x); \ \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0; \ \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0;$

нестационарного: $t = f(x, \tau); \ \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0; \ \frac{\partial t}{\partial \tau} \neq 0.$

- Например: одномерной является задача о переносе теплоты в стенке, у которой длину и ширину можно считать бесконечно большими по сравнению с толщиной.

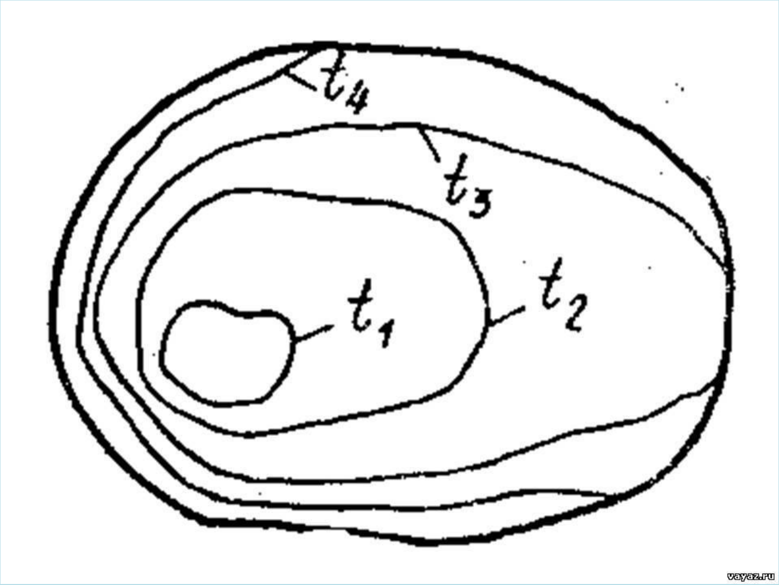
Градиент температуры

- При любом температурном поле в теле всегда имеются «частицы» с одинаковой температурой. Если такие частицы мысленно соединить, то получим ***изотермические поверхности***.

- **Изотермическая поверхность** – это геометрическое место точек с одинаковой температурой.

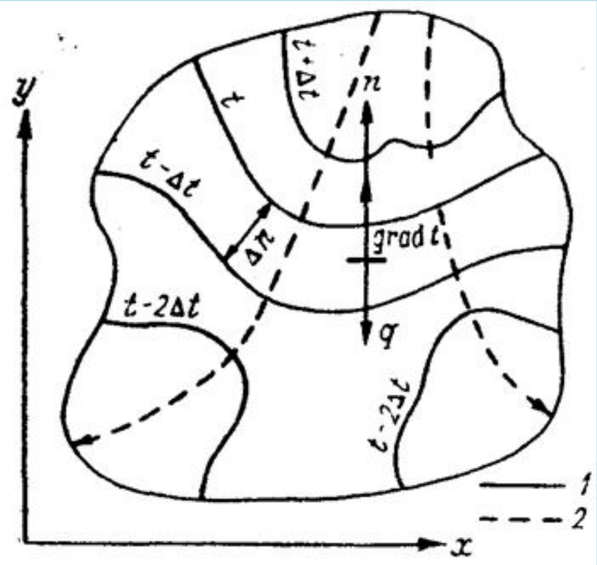
Изотермические поверхности (изотермы) могут замыкаться на себя или выходить на границу тела.

Изотермические поверхности между собой никогда не пересекаются.



- Температура в теле изменяется лишь в направлении, пересекающем изотермы.

- Наиболее сильное изменение получается в направлении нормали к изотермам.

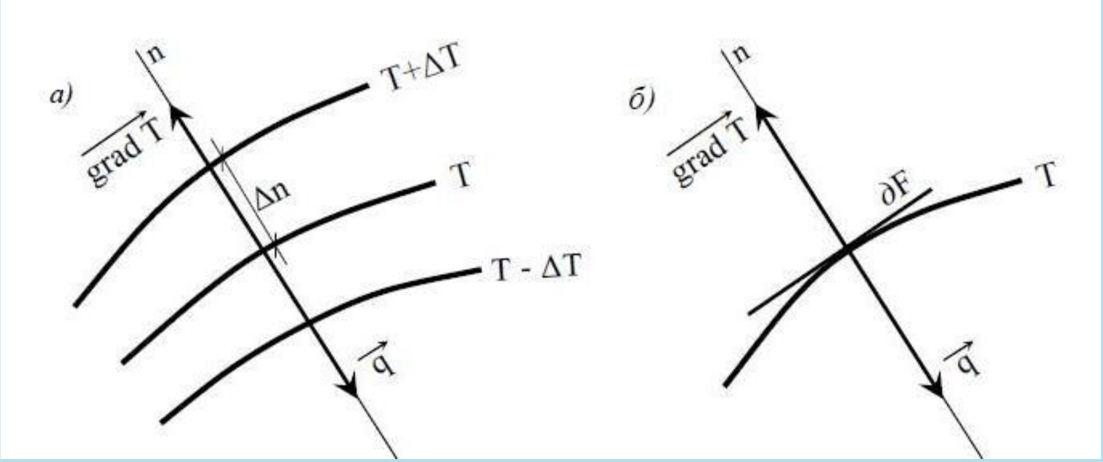


- Рассмотрим две близкие изотермические поверхности с разными температурами. Перемещаясь из какой-либо точки, можно обнаружить, что интенсивность изменения температуры по различным направлениям неодинакова. Если перемещаться по изотермической поверхности, то изменение температуры не обнаружим. Если перемещаться вдоль какого-либо другого направления, то наблюдаем изменение температуры. Наибольшая разность температур на единицу длины будет в направлении нормали к изотермической поверхности.

- Предел отношения изменения температуры Δt к расстоянию между соседними изотермами по нормали Δn, когда Δn стремиться к нулю, называют градиентом температуры:

$$\operatorname{grad} t = \lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{\partial t}{\partial n};$$

$$[\operatorname{grad} t] = 1\frac{\text{К}}{\text{м}} = 1\frac{^\circ\text{C}}{\text{м}};$$



- Градиент температуры есть вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный частной производной от температуры по этому направлению.
- За положительное направление градиента принимается направление возрастания температур.

3. Тепловой поток и плотность теплового потока. Закон Фурье. Дифференциальное уравнение теплопроводности.

Основной закон теплопроводности

- Наличие разности температур в различных точках тела относится и к передаче теплоты теплопроводностью, при которой градиент температуры в различных точках тела не должен быть равен нулю.

- Связь между количеством теплоты **δQ_T**, проходящим через элементарную площадку dF, расположенную на изотермической поверхности, за промежуток времени $d\tau$, и градиентом температуры устанавливает **закон Фурье**:

$$\delta Q_T = -\lambda dF \,\mathrm{grad} t \, d\tau = -\lambda dF \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right) d\tau.$$

Основной закон теплопроводности

- **Закон Фурье**:

$$\boldsymbol{\delta} Q_T = -\boldsymbol{\lambda} dF \operatorname{grad} t \, d\boldsymbol{\tau} = -\boldsymbol{\lambda} dF \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right) d\boldsymbol{\tau}.$$

- Минус в правой части закона Фурье показывает, что в направлении теплового потока температура убывает и градиент температуры является величиной отрицательной.

- Коэффициент **λ** называется **теплопроводностью**.

- ***Тепловым потоком Q***, называют отношение количества теплоты ***Q_T***, проходящего через заданную поверхность, ко времени:

$$Q = \frac{Q_T}{\tau},$$

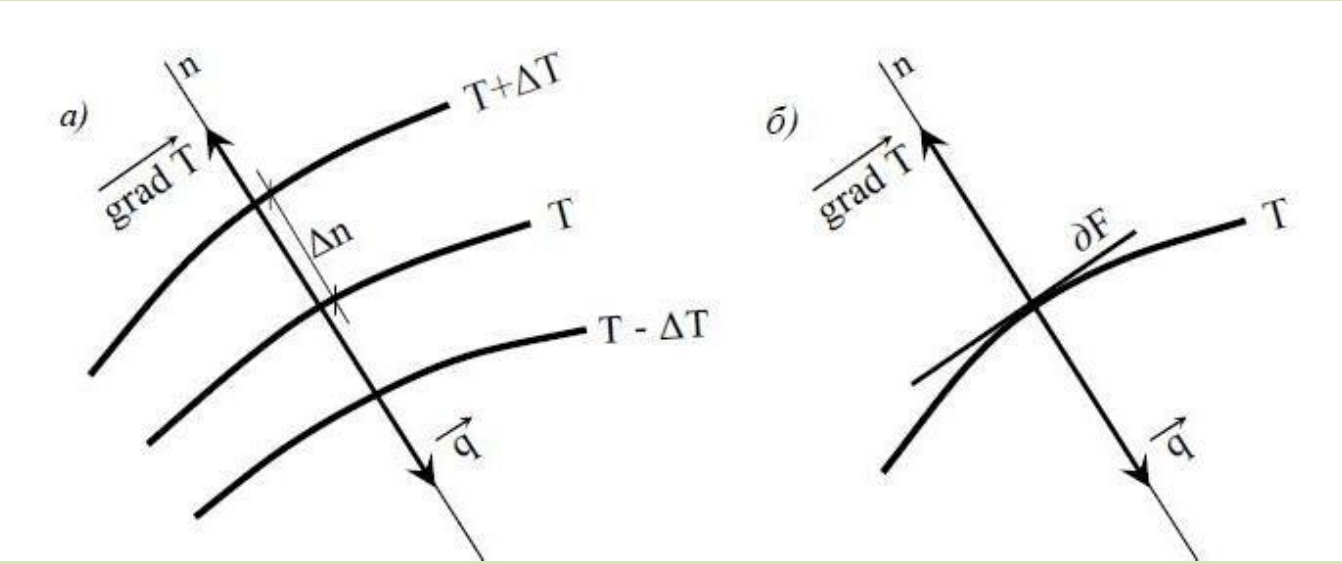
$$[Q] = 1\,\frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 1\,\text{Вт}.$$

- **Вектором плотности теплового потока** $\vec{q}$ (поверхностной плотностью теплового потока) называют отношение теплового потока к площади поверхности:

$$q = \frac{\delta Q}{dF} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = -\lambda \,\mathrm{grad}\, t,$$

$$[q] = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

- где dF – элементарная площадь; n – длина нормали к изотермической поверхности.



- **Вектор плотности теплового потока** направлен по нормали к изотермической поверхности в сторону убывания температуры.

- Векторы $\vec{q}$ и $\operatorname{grad} t$ лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны.

- ***Тепловой поток Q***, прошедший сквозь изотермическую поверхность площадью *F*, находят из выражения

$$Q = -\int_F \boldsymbol{\lambda} \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right) dF.$$

- ***Количество теплоты Q_T***, прошедшее через изотермическую поверхность в течение времени τ,

$$Q_T = -\int_0^{\tau}\int_F \lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right) dF d\tau.$$

- Для определения количества теплоты, проходящего через какую-либо произвольную поверхность **т.т.**, необходимо знать температурное поле внутри рассматриваемого тела.

Нахождение температурного поля и составляет основную задачу аналитической теории теплопроводности.

Теплопроводность

Теплопроводность λ – это физический параметр вещества, характеризующий его способность проводить теплоту.

Теплопроводность можно определить из закона Фурье:

$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{|q|}{\left|\partial t / \partial n\right|} = \frac{|q|}{|\mathrm{grad}\, t|},$$

$$[\boldsymbol{\lambda}] = 1\frac{\text{Вт}}{(\text{м}\cdot\text{К})}$$

Числовое значение теплопроводности определяет количество теплоты Q_T, проходящей через единицу изотермической поверхности в единицу времени, при условии, что градиент температуры равен единице ($\mathrm{grad}\, t = 1$).

- Теплопроводность зависит от давления и температуры.

- Для большинства веществ, теплопроводность определяется опытным путем и для технических расчетов берется из справочных таблиц.

- Для многих материалов зависимость теплопроводности от температуры может быть принята линейной:

$$\lambda = \lambda_0 \left[1 + b\left(t - t_0\right)\right],$$

- где λ_0 – теплопроводность при температуре t_0, °С; t – температура, °С; b – температурный коэффициент, определяемый опытным путем.

- Лучшими проводниками теплоты являются металлы, у которых λ изменяется от 3 до 458 Вт/(м·К).

- Теплопроводности чистых металлов, за исключением алюминия, с возрастанием температуры убывают.

- Теплоту в металлах переносят основном свободные электроны. Самым теплопроводным металлом является чистое серебро.

- Теплопроводность теплоизоляционных и строительных материалов, имеющих пористую структуру, при повышение температуры возрастает по линейному закону и изменяется в пределах от 0,02 до 3,0 Вт/(м·К).

- Значительное влияние на теплопроводность пористых материалов оказывают газы, заполняющие поры и обладающие весьма малой теплопроводностью по сравнению с теплопроводностью твердых компонентов.

- Увеличение теплопроводности пористых материалов при повышении температуры объясняется значительным возрастанием теплообмена излучением между поверхностями твердого «скелета» пор через разделяющие их воздушные ячейки.

- Роль конвекции в росте теплопроводности возрастает с увеличением размеров воздушных включений в материал.

- Эффективная теплопроводность пористых тел имеет сложную природу и является условной величиной, которая имеет смысл теплопроводности некоторого однородного тела; через это тело при одинаковой форме, размерах и температуре на границах проходит то же количество теплоты, что и через данное пористое тело.

- Большое влияние на теплопроводность оказывает влажность вещества.

- С увеличением влажности материала теплопроводность значительно возрастает.

- Кроме того, чем выше объемная плотность материала, тем меньше он имеет пор и тем выше его теплопроводность.

- Теплопроводность большинства капельных жидкостей с повышением температуры убывает; ее значения находятся в пределах от 0,08 до 0,65 Вт/(м·К).

- Вода является исключением: с увеличением температуры от 0 до 127 °С теплопроводность повышается, а при дальнейшем возрастании температуры уменьшается.

- От давления теплопроводность капельных жидкостей практически не зависит.

- Теплопроводность газов при повышении температуры возрастает.

- Теплопроводность газов изменяется в пределах от 0,005 до 0,6 Вт/(м·К).

- От давления теплопроводность газов практически не зависит.

Дифференциальное уравнение теплопроводности

Для определения количества переданного тепла согласно закону Фурье необходимо знать коэффициент теплопроводности материала и значение температурного градиента, а следовательно, и распределение температур.

Дифференциальное уравнение теплопроводности

- В общем случае распределение температур можно получить лишь в результате решения специального дифференциального уравнения теплопроводности.

- ***Дифференциальное уравнение теплопроводности*** устанавливает связь между величинами, участвующими в передаче теплоты теплопроводностью.

- В пределах выбранного элементарного объема и бесконечно малого отрезка времени становится возможным пренебречь изменением некоторых величин, характеризующих процесс передачи теплоты теплопроводностью.

- При выводе **дифференциального уравнения теплопроводности** принимаются следующие допущения:

- Внутренние источники теплоты отсутствуют;
- Тело однородно и изотропно;
- Используется закон сохранения энергии, который для данного случая формулируется как «разность между количеством теплоты, вошедшей вследствие теплопроводности в элементарный параллелепипед за время $d\tau$ и вышедшей из него за то же время, расходуется на изменение внутренней энергии рассматриваемого элементарного объема».

- Дифференциальное уравнение теплопроводности без источников теплоты имеет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \boldsymbol{\tau}} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{c\boldsymbol{\rho}}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right),$$

- Величина $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$ называется оператором Лапласа.
- Оператор Лапласа сокращенно обозначают ∇^2, данным символом обозначают сумму вторых производных по координатным осям..
- Знак ∇ читается «набла».

Величина $a = \dfrac{\lambda}{c\rho}$ называется ***температуропроводностью***.

- **Температуропроводность** характеризует скорость изменения температуры в нестационарных процессах теплопроводности.

$$[a] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

- При указанных обозначениях дифференциальное уравнение теплопроводности принимает вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\nabla^2 t = a\nabla^2 t.$$

- Дифференциальное уравнение теплопроводности является основным при изучении вопросов нагревания и охлаждения тел в процессе передачи теплоты теплопроводностью и устанавливает связь между временным и пространственным изменением температуры в любой точке поля.

- Дифференциальное уравнение теплопроводности с источником теплоты имеет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{q_\upsilon}{c\rho},$$

- где q_υ – мощность источников теплоты (удельное количество выделяемой теплоты в единице объема вещества в единицу времени), Вт/м^3;
- c – массовая (удельная) теплоемкость тела, Дж/(кг·К);
- ρ – плотность, кг/м^3.

4. Условия однозначности для процессов теплопроводности (краевые условия). Закон Ньютона–Рихмана

- Дифференциальное уравнение Фурье описывает явление передачи теплоты теплопроводностью в общем виде.

- Для применения уравнения Фурье к конкретному случаю, необходимо знать распределение температур в теле в начальный момент времени (начальные условия).

- Должны быть известны:
- геометрическая форма и размеры тела,
- физические параметры среды и тела и граничные условия, характеризующие распределение температур на поверхности тела, или взаимодействие изучаемого тела с окружающей средой.

- Все эти частные особенности совместно с дифференциальным уравнением дают полное описание конкретного процесса теплопроводности и называются ***условиями однозначности*** (***краевыми условиями***).

- Начальные условия распределения температуры задаются для момента времени **$\tau = 0$**.

Граничные условия могут быть заданы тремя способами.

- **Граничное условие первого рода** задается распределением температуры на поверхности тела для любого момента времени.

- **Граничное условие второго рода** задается поверхностной плотностью теплового потока в каждой точке поверхности тела для любого момента времени.

- **Граничное условие третьего рода** задается температурой среды, окружающее тело, и законом теплоотдачи между поверхностью тела и окружающей средой.

Закон Ньютона – Рихмана

- Законы конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой отличаются большой сложностью и будут рассмотрены в специальном разделе курса.

- В основу изучения конвективного теплообмена положен закон Ньтюона – Рихмана

$$q = \boldsymbol{\alpha}(t_{\text{ж}} - t_{\text{ст}}),$$

- ✔ где q – плотность теплового потока, Вт/м^2;
- ✔ $t_{\text{ж}}$ – температура окружающей среды (жидкости), ºС;
- ✔ $t_{\text{ст}}$ – температура поверхности тела (стенки), ºС;
- ✔ α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·К).

- **Коэффициент теплоотдачи** характеризует интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой.

- ***Коэффициент теплоотдачи*** численно равен количеству теплоты, отдаваемой (или воспринимаемой) единицей поверхности в единицу времени при разности температур между поверхностью тела и окружающей средой в 1º.

- ***Коэффициент теплоотдачи*** зависит от многих факторов, но при решении задач теплопроводности твердого тела его принимают в большинстве случаев постоянным.

- Согласно закону сохранения энергии, количество теплоты, отдаваемой единицей поверхности тела окружающей среде в единицу времени вследствие теплоотдачи, должно быть равно теплоте, которая путем теплопроводности подводится к единице поверхности в единицу времени со стороны внутренних частей тела, т.е.

$$\boldsymbol{\alpha}(t_{\text{ж}} - t_{\text{ст}}) = -\boldsymbol{\lambda}\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{\text{пов}},$$

- где $(\partial t/\partial n)_{\text{пов}}$ – проекция градиента температуры на направление нормали к площадке dF; индекс «пов» показывает, что температурный градиент относится к поверхности тела (при $n = 0$).

- Равенство

$$\boldsymbol{\alpha}(t_{ж} - t_{ст}) = -\boldsymbol{\lambda}\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{пов},$$

является математической формулировкой граничного условия третьего рода. Оно является действительным для каждого момента времени.

- Решение дифференциального уравнения теплопроводности при заданных условиях однозначности позволяет определить температурное поле во всем объеме тела для любого момента времени или найти функцию

$$t = f(x, y, z, \boldsymbol{\tau}).$$