ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

Для обеспечения непрерывного и эффективного функционирования практически любой организации необходимо создание запасов. В любой задаче управления запасами требуется определять количество заказываемой продукции и сроки размещения заказов.

При **избыточном запасе** требуются более высокие удельные (отнесенные к единице времени) капитальные вложения, но дефицит возникает реже и частота размещения заказов меньше.

При **недостаточном запасе** удельные капитальные вложения снижаются, но частота размещения заказов и риск дефицита возрастают.

Расходы трех типов:

- Расходы, вызываемые оформлением и получением заказа при закупке или производстве.
- Затраты на хранение запаса на складе.
- Расходы (штрафы), возникающие при истощении запасов, когда происходит задержка в обслуживании или спрос вообще невозможно удовлетворить.

Условия, которые учитываются в модели управления запасами :

1. Все затраты могут оставаться постоянными или изменяться от времени. Затраты могут зависеть также от объема запасов.
2. Спрос может быть известным или неизвестным, постоянным или зависящим от времени.
3. Заказы на пополнение запасов могут выполняться немедленно или с определенной задержкой. Величина задержки может быть детерминированной или случайной. Заказы можно делать в любые или только в определенные моменты времени.

4. Процесс пополнения запаса может осуществляться мгновенно или равномерно во времени.
5. В зависимости от отрезка времени, на котором можно надежно прогнозировать, период времени, в течение которого осуществляется регулирование уровня запаса, принимается конечным или бесконечным.
6. В систему управления запасами может входить несколько пунктов хранения запаса, образующих иерархическую структуру с различными периодами пополнения и временем поставки заказов, с возможностью обмена запасами между складами и т. п.

7. В системе управления запасами может фигурировать более одного вида продукции. Этот фактор учитывается при наличии зависимости между различными видами продукции.

Детерминированная статическая модель без дефицита.

Данная модель характеризуется постоянным во времени спросом, мгновенным пополнением запаса и отсутствием дефицита.

Такую модель можно применять в следующих типичных ситуациях:

а) использование осветительных ламп в здании;

б) использование канцелярских товаров крупной фирмой;

в) использование таких промышленных изделий, как гайки, болты и т.п.;

г) потребление основных продуктов питания (например, хлеба и молока).

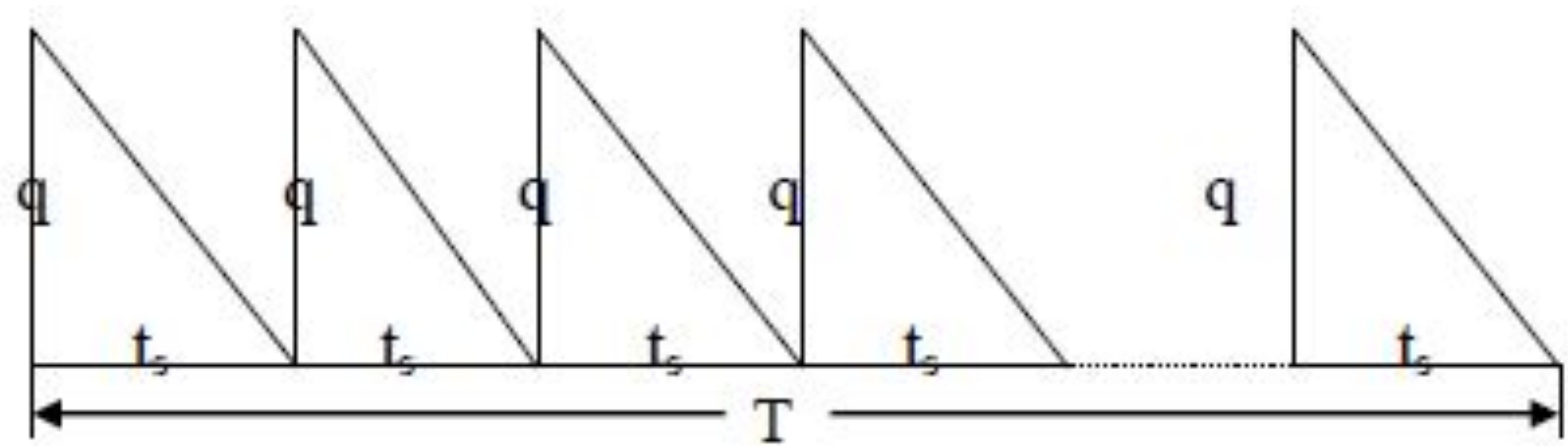
Пусть β - интенсивность спроса (в единицу времени) ,

q – размер заказа,

t_s – интервал времени между поступлениями заказов,

R – полный спрос за все время планирования T.

В данной модели наивысшего уровня запас достигает в момент поставки заказа размером q и падает до нуля спустя время t_s



Тогда q /2 – средний запас в течение t_s,

$\beta = R/T$, $t_s = q/\beta$.

Чем меньше размер заказа q, тем чаще нужно размещать новые заказы. При этом средний уровень запаса будет уменьшаться.

С увеличением размера заказов уровень запаса повышается, но заказы размещаются реже. Так как затраты зависят от частоты размещения заказа и объема хранимого запаса, то величина q выбирается из условия обеспечения сбалансированности между двумя видами затрат (минимизации их суммы).

Пусть c_1 – затраты на оформление заказа, имеющие место всякий раз при его размещении,

c_2 – затраты на хранение единицы продукции в единицу времени, тогда суммарные затраты в единицу времени можно представить как функцию от q в виде:

$$c(q) = c_1/\, t_s + c_2\, q/2 = c_1\beta/q + c_2 q/2.$$

$$c'(q) = - c_1\beta/q^2 + c_2/2 = 0$$

$$q^* = \sqrt{2\, c_1\beta/\, c_2}.$$

Формула экономичного размера заказа Уилсона.

Минимальные ожидаемые суммарные накладные расходы:

$$C^* = Tc(q^*) = T\sqrt{2c_1c_2\beta}\,.$$

Время расхода оптимальной партии:

$$t_s^* = q^* / \beta = \sqrt{2\,c_1/(\beta\,c_2)}.$$

Пример

Ежедневный спрос на некоторый товар составляет 100 ед. Затраты на размещение каждого заказа постоянны и равны 1000 руб.

Ежедневные затраты на хранение единицы запаса составляют 0.2 руб.

Требуется определить оптимальный размер партии, оптимальную продолжительность цикла поставок и вычислить минимум общих ожидаемых годовых затрат.

Подстановка исходных данных примера в уравнения:

$$q^* = \sqrt{2*100*1000/0.2} = 1000 \text{ ед.}$$

$$C^* = 365\sqrt{2*100*1000*0.2} = 73000 \text{ руб.}$$

$$t_s^* = \sqrt{2*1000/(100*0.2)} = 10 \text{ дней.}$$

Предположим в условиях примера, что срок выполнения заказа L равен 12 дням.

Так как оптимальная продолжительность цикла составляет 10 дней, возобновление заказа в условиях налаженного производства происходит, когда уровень запаса достаточен для удовлетворения спроса на

$$12 – 10 = 2 \text{ дня.}$$

Т. о., заказы должны делаться регулярно при достижении уровня запаса 2*100 =200 ед.

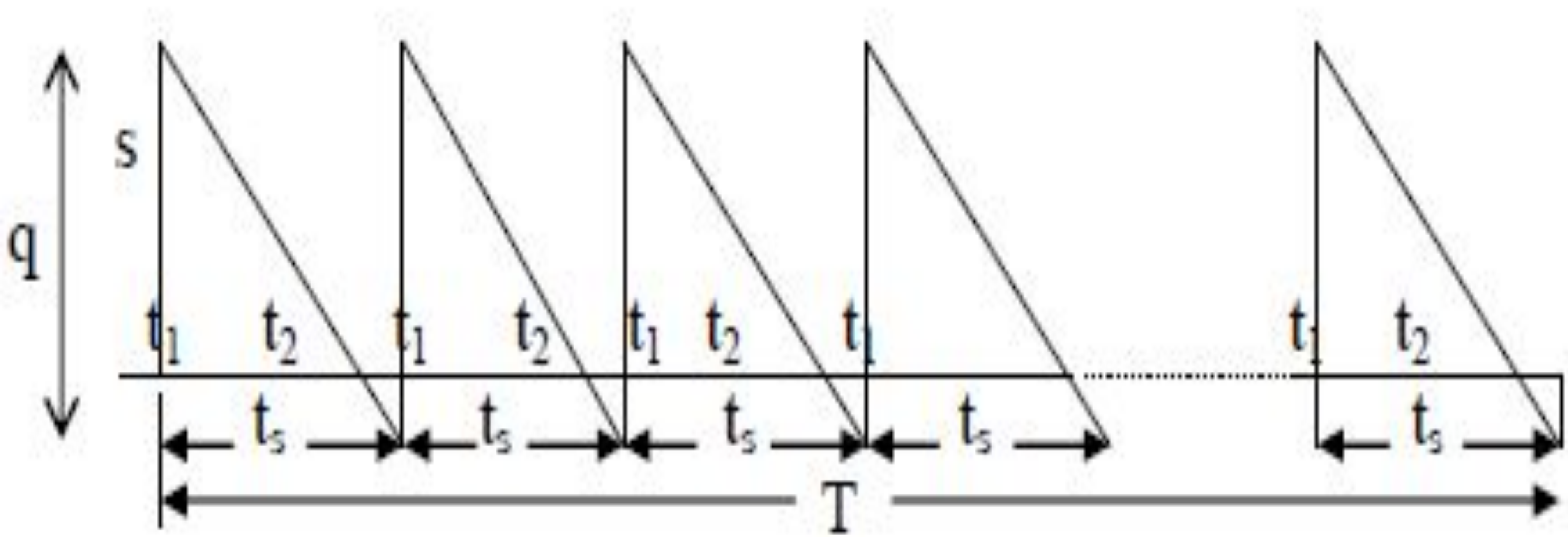
После стабилизации системы можно считать, что срок выполнения заказа равен $L – t_s*$ при $L > t_s*$.

В описанных условиях в любой момент времени имеется более одного размещенного, но еще не выполненного заказа и «эффективный» срок выполнения заказа принят равным 2 дням.

Детерминированная статическая модель с дефицитом.

Эта модель отличается от предыдущей только тем, что превышение спроса над запасами уже допускается, т.е. штраф за нехватку конечный.

График изменения уровня запаса в этом случае:



Убывание запаса в область отрицательных значений в отличие от предыдущего графика характеризует накопление дефицита.

Каждый период пополнения запаса t_s состоит в данном случае из суммы двух интервалов,

Где t_1 – время, в течение которого производится потребление запаса,

t_2 – время, когда накапливается дефицит, который будет перекрыт в момент поступления следующей партии.

Необходимость покрытия дефицита приводит к тому, что максимальный уровень запаса s теперь не равен размеру заказа q, а меньше его на величину дефицита q - s, накопившегося за время t_2.

$$t_1 / t_s = s / q, \quad t_2 / t_s = (q - s) / q. \qquad (*)$$

Средний запас за время t_1 равен s/2.
Затраты на хранение за время t_1 составляют $t_1 c_2 s/2$.
Пусть c_3 – величина штрафа за нехватку одной единицы продукции в единицу времени, тогда при среднем уровне дефицита за время t_2, равном $(q – s)/2$,
штраф за это время составляет $t_2 c_3 (q – s)/2$.

Таким образом, ожидаемые суммарные расходы за время t_s равны $c_1 + t_1c_2s/2 + t_2c_3(q – s)/2$
или, поделив на t_s, получаем общие затраты в единицу времени:

$$c_1/\ t_s + (t_1/t_s)c_2s/2 + (t_2/t_s)c_3(q - s)/2.$$

Подставляя сюда (*) и $t_s = q / \beta$, получаем выражение для общих затрат в единицу времени как функции от q и s:

$$c(q, s) = c_1\beta/q + c_2s^2/(2q) + c_3(q - s)^2/(2q). \quad (**)$$

Из уравнения (**) находим оптимальные значения объема заказа q* и максимального уровня запаса s*, при которых функция **c** (**) принимает минимальное значение.

Для этого приравниваем частные производные ∂c/∂q, ∂c/∂s к нулю и после упрощений получаем систему уравнений:

$$s = qc_3 /(c_2 + c_3),$$
$$q^2 c_3 - (c_2 + c_3)s^2 = 2c_1\beta.$$

Решая эту систему относительно q и s, находим

$$q^* = \sqrt{2\ c_1{*}\beta /\ c_2}\ \sqrt{(c_2 + c_3)/\ c_3} \text{ и } s^* = q^* c_3 /(c_2 + c_3)$$

Определим минимальные ожидаемые суммарные накладные расходы за весь период T:

$$C^* = Tc(q^*, s^*) = T\sqrt{2c_1c_2\beta}\sqrt{c_3 /(c_2 + c_3)}.$$

Оптимальный интервал времени между заказами равен:

$$t_s^* = q^* /\beta = \sqrt{2\ c_1/(\beta\ c_2)}\ \sqrt{(c_2 + c_3)/\ c_3}$$

Пример

Пусть сохраняются все условия первого примера, но только штраф c_3 за нехватку теперь равен 0.4 руб. за одно изделие в день. Из уравнений получаем:

$$q^* = \sqrt{2*1000*100/0.2}\sqrt{(0.2+0.4)/0.4} = 1225 \text{ ед.},$$
$$s^* = 1225*0.4/(0.2+0.4) = 817 \text{ ед.},$$
$$C^* = 365\sqrt{2*1000*0.2*100}\sqrt{0.4/(0.2+0.4)} = 59604 \text{ руб.},$$
$$t_s^* = 1225/100 = 12.25 \text{ дней}.$$

При оптимальной стратегии ожидаемый дефицит к концу каждого периода составлял бы 1225 – 817 = 408 изделий.