

# "Сглаживание и экстраполяция"

Работу выполнили:  
Есаян С.В.  
Ипатова В.В.  
Манукянц Д.И.

- Одним из наиболее распространенных методов краткосрочного прогнозирования экономических явлений **является экстраполяция**. Использование экстраполяции в прогнозировании имеет в своей основе предположение о том, что рассматриваемый процесс изменения переменной представляет собой сочетание двух составляющих – регулярной и случайной.

## ⦿ Экстраполяция означает

распространение выводов, касающихся одной части какого – либо явления, на другую часть, на явление в целом на будущее.

- ⦿ Экстраполяция применяется при анализе, прогнозе всех социальных процессов.



- экстраполяция
  - перспективная
  - ретроспективная

**Перспективная экстраполяция** предполагает продолжение уровней ряда динамики на будущее на основе выявленной закономерности изменения уровней в изучаемом отрезке времени. **Ретроспективная экстраполяция** характеризуется продолжением уровней ряда динамики в прошлое.

- экстраполяция
- формальная
  
- прогнозная

**Формальная экстраполяция** базируется на предположении и сохранении в будущем прошлых и настоящих тенденций развития объекта. **Прогнозная экстраполяция** увязывает фактическое состояние исследуемого объекта с гипотезами о динамике его развития. Она предполагает необходимость учета в перспективе альтернативных изменений самого объекта, его сущности.

При формировании прогнозов с помощью экстраполяции исходят из статистически складывающихся тенденций изменения тех или иных количественных характеристик объекта.

Экстраполируются оценочные, функциональные, системные и структурные характеристики, например:

- Количественные характеристики
- Экономического потенциала
- Научного потенциала
- Производственного потенциала.

## Последовательность действий при статистическом анализе тенденций и экстраполивании состоит в следующем:

1. Четкое определение задачи, выдвижение гипотез о возможном развитии прогнозируемого объекта, обсуждение факторов, стимулирующих или препятствующих развитию данного объекта, определение необходимой экстраполяции и её допустимой дальности.
2. Выбор системы параметров, унификация различных единиц измерения, относящихся к каждому параметру в отдельности.
3. Сбор и систематизация данных. Перед сведением их в соответствующие таблицы проверяется однородность данных и их сопоставимость.
4. Выявление тенденций или симптомов изменения изучаемых величин в ходе статистического анализа и непосредственной экстраполяции данных.

- Для повышения точности экстраполяции используются различные приемы.  
Например, экстраполируемая часть общей кривой развития (тренд) корректируется с учетом реального опыта функционирования отрасли - аналога исследований или объекта, опережающих в своем развитии прогнозируемый объект.
- Основу экстраполяционных методов прогнозирования составляет изучение динамических рядов. **Динамический ряд** - это множество наблюдений, полученных последовательно во времени.



- В экономическом прогнозировании широко применяется **метод математической экстраполяции**, в математическом смысле означающий распространение закона изменения функции из области ее наблюдения на область, лежащую вне отрезка наблюдения.
- **Тренд** - это длительная тенденция изменения экономических показателей. Функция представляет собой простейшую математико-статистическую модель изучаемого явления.



# Метод подбора функций

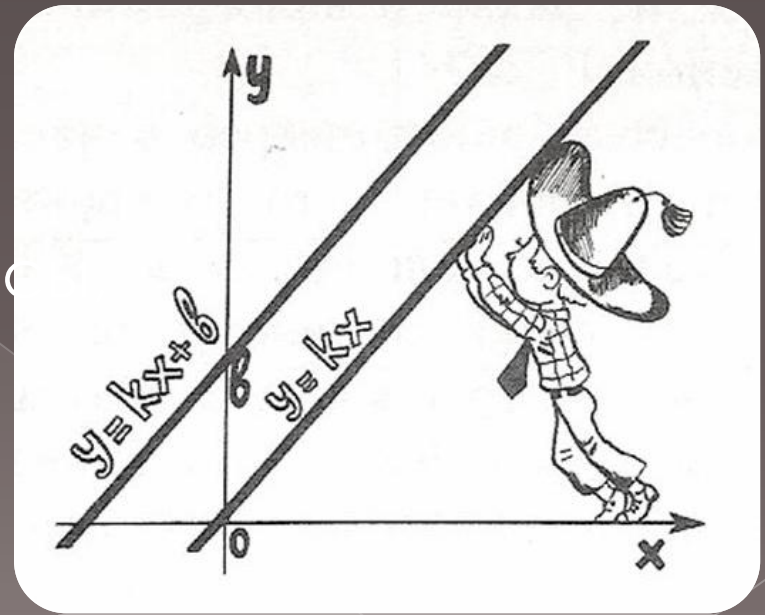
- - выбор оптимального вида функции, описывающей эмпирический ряд. Задача выбора функции заключается в подборе по фактическим данным формы зависимости (линии) так, чтобы отклонения данных исходного ряда, от соответствующих расчетных, находящихся на линии, были наименьшими. После этого можно продолжить эту линию и получить прогноз.



# Метод наименьших квадратов

- - это расчет параметров (а, b) для конкретной функциональной зависимости. Параметры модели тренда должны минимизировать отклонения расчетных значений от соответствующих значений исходного ряда. Есть программы, предусматривающие возможность моделирования экономических рядов по 16-ти функциям:
    - линейной ( $y = a + b * x$ )
    - гиперболической различных типов ( $y = a + b / x$ )
    - экспоненциальной
    - степенной
    - логарифмической и др.
- Каждая из них может иметь свою, специфическую область применения при прогнозировании экономических явлений.

- Так, **линейная функция применяется** для описания процессов, равномерно развивающихся во времени. Параметр  $b$  (коэффициент регрессии) показывает скорость изменения прогнозируемого  $y$  при изменении  $x$ . **Гиперболы** хорошо описывают процессы, характеризующиеся насыщением, когда существует фактор, сдерживающий рост прогнозируемого показателя.



## Модель выбирается:

- во-первых, визуально, на основе сопоставления вида кривой, ее специфических свойств и качественной характеристики тенденции экономического явления;
- во-вторых, исходя из значения критерия. В качестве критерия чаще всего используется сумма квадратов отклонений - из совокупности функций выбирается та, которой соответствует ее минимальное значение.



# Метод экспоненциального сглаживания

наиболее эффективен при разработке среднесрочных прогнозов. Он приемлем при прогнозировании только на один период вперед. **Его основные достоинства:**

- простота процедуры вычислений
- возможность учета весов исходной информации. Рабочая формула метода экспоненциального сглаживания:

$$U_{t+1} = a * y_t + (a - 1) * U_t$$

где  $t$  – период,

$t+1$  – прогнозный период;

$U_{t+1}$  - прогнозируемый показатель;

$a$  - параметр сглаживания;

$U_t$  - фактическое значение исследуемого показателя за период, предшествующий прогнозному;

$U_t$  - экспоненциально взвешенная средняя для периода, предшествующего прогнозному.

## При прогнозировании данным методом возникает два затруднения:

- выбор значения параметра сглаживания  $\alpha$ ;
- определение начального значения  $U_0$ .

От величины  $\alpha$  зависит, как быстро снижается вес влияния предшествующих наблюдений. Чем больше  $\alpha$ , тем меньше сказывается влияние предшествующих лет. Если значение  $\alpha$  близко к единице, то это приводит к учету при прогнозе в основном влияния лишь последних наблюдений. Если значение  $\alpha$  близко к нулю, то веса, по которым взвешиваются уровни временного ряда, убывают медленно, т.е. при прогнозе учитываются все (или почти все) прошлые наблюдения.

- Точного метода для выбора оптимальной величины параметра сглаживания  $a$  нет. В отдельных случаях автор данного метода профессор Браун предлагал определять величину  $a$ , исходя из длины интервала сглаживания. При этом  $a$  вычисляется по формуле:

$$a = \frac{2}{n + 1}$$

где  $n$  – число наблюдений, входящих в интервал сглаживания.



Задача выбора  $U_0$  (экспоненциально взвешенного среднего начального) решается следующими способами:

- если есть данные о развитии явления в прошлом, то можно воспользоваться средней арифметической и приравнять к ней  $U_0$ ;
- если таких сведений нет, то в качестве  $U_0$  используют исходное первое значение базы прогноза  $U_1$ .

**Также можно воспользоваться экспертными оценками.**

Отметим, что при изучении экономических временных рядов и прогнозировании экономических процессов метод экспоненциального сглаживания не всегда «срабатывает». Это обусловлено тем, что экономические временные ряды бывают слишком короткими (15-20 наблюдений), и в случае, когда темпы роста и прироста велики, данный метод не «успевает» отразить все изменения.

# Пример применения метода экспоненциального сглаживания для разработки прогноза

Задача. Имеются данные, характеризующие уровень безработицы в регионе, %

Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь
2,99	2,66	2,63	2,56	2,40	2,22	1,97	1,72	1,56	1,42

Постройте прогноз уровня безработицы в регионе на ноябрь, декабрь, январь месяцы, используя методы: скользящей средней, экспоненциального сглаживания, наименьших квадратов.

Рассчитайте ошибки полученных прогнозов при использовании каждого метода.

Сравните полученные результаты, сделайте выводы.

# Решение методом ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

1) Определяем значение параметра сглаживания по формуле:

$$a = 2 / (10 + 1) = 0,2$$

$$a = \frac{2}{n + 1}$$

2) Определяем начальное значение  $U_0$  двумя способами:

I способ (средняя арифметическая)  $U_0 = (2,99 + 2,66 + 2,63 + 2,56 + 2,40 + 2,22 + 1,97 + 1,72 + 1,56 + 1,42) / 10 = 22,13 / 10 = 2,21$

II способ (принимаем первое значение базы прогноза)  $U_0 = 2,99$

3) Рассчитываем экспоненциально взвешенную среднюю для каждого периода, используя формулу:

$$U_{t+1} = a * y_t + (a - 1) * U_t$$

Например:

$$U_{\text{фев}} = 2,99 * 0,2 + (1 - 0,2) * 2,21 = 2,37 \text{ (I способ)}$$

$$U_{\text{март}} = 2,66 * 0,2 + (1 - 0,2) * 2,37 = 2,43 \text{ (I способ) и т.д.}$$

$$U_{\text{фев}} = 2,99 * 0,2 + (1 - 0,2) * 2,99 = 2,99 \text{ (II способ)}$$

$$U_{\text{март}} = 2,66 * 0,2 + (1 - 0,2) * 2,99 = 2,92 \text{ (II способ)}$$

$$U_{\text{апр}} = 2,63 * 0,2 + (1 - 0,2) * 2,92 = 2,86 \text{ (II способ) и т.д.}$$

4) По этой же формуле вычисляем прогнозное значение

$$U_{\text{ноябрь}} = 1,42 * 0,2 + (1 - 0,2) * 2,08 = 1,95 \text{ (I способ)}$$

$$U_{\text{ноябрь}} = 1,42 * 0,2 + (1 - 0,2) * 2,18 = 2,03 \text{ (II способ)}$$

## Результаты заносим в таблицу.

Месяцы	Уровень безработицы, $U_t$ , %.	Экспоненциально взвешенная средняя $U_t$		Расчет средней относительной ошибки, $\frac{ U_f - U_p }{U_f} * 100, \%$	
		I способ	II способ	I способ	II способ
январь	2,99	2,21	2,99	26,09	0
февраль	2,66	2,37	2,99	10,90	12,41
март	2,63	2,43	2,92	7,60	11,03
апрель	2,56	2,47	2,86	3,52	11,72
май	2,40	2,49	2,80	3,75	16,67
июнь	2,22	2,47	2,72	11,26	22,52
июль	1,97	2,42	2,62	22,84	32,99
август	1,72	2,33	2,49	35,47	44,77
сентябрь	1,56	2,21	2,34	41,67	50
октябрь	1,42	2,08	2,18	46,48	53,52
Итого:				209,58	255,63
Прогноз ноябрь		1,95	2,03		

5) Рассчитываем среднюю относительную ошибку по формуле:

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[ \frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 \right]$$

$$\varepsilon = 209,58/10 = 20,96\% \text{ (I способ)}$$

$$\varepsilon = 255,63/10 = 25,56\% \text{ (II способ)}$$

В каждом случае точность прогноза является удовлетворительной поскольку средняя относительная ошибка попадает в пределы 20-50%.

**Спасибо за внимание!!!**