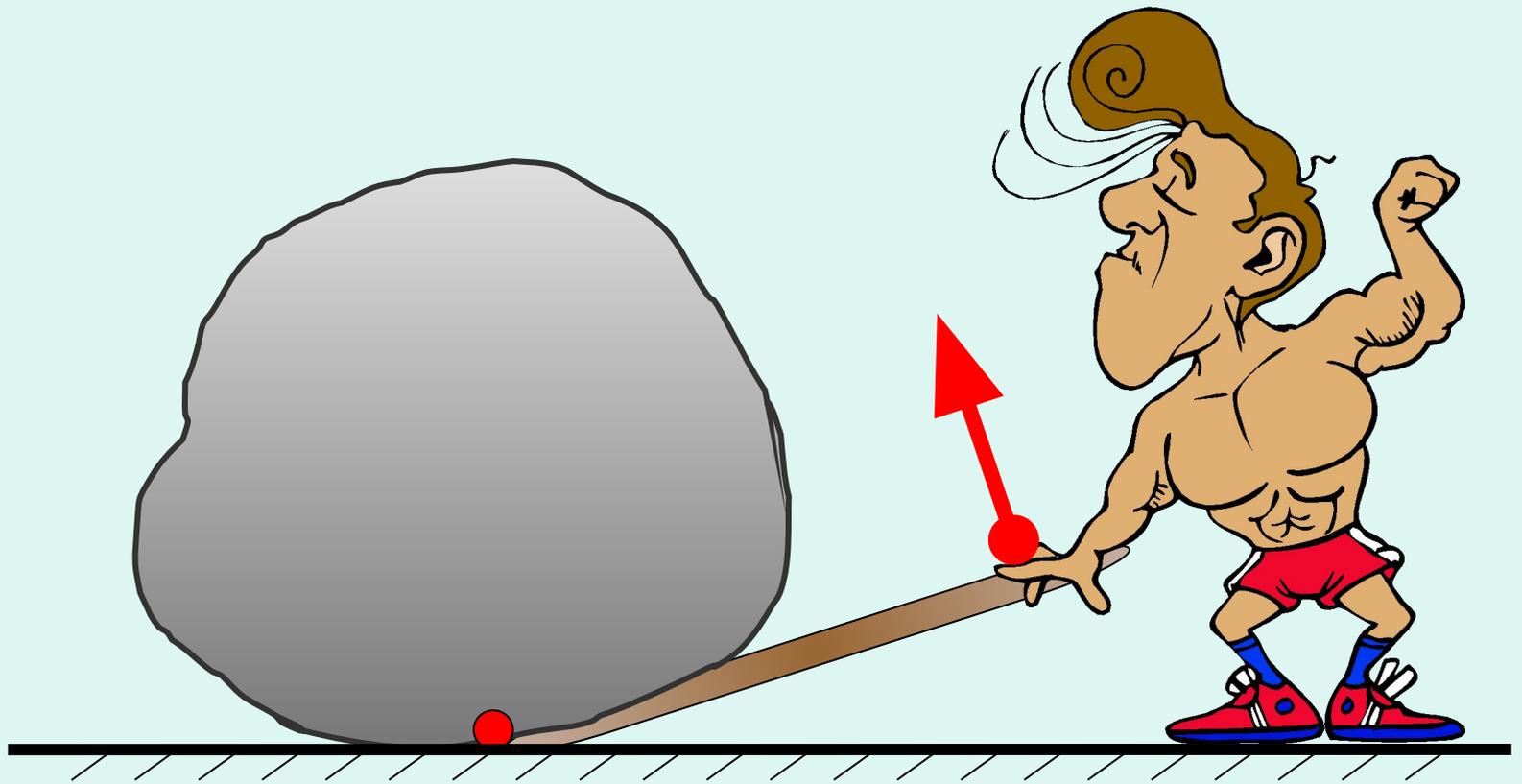


# ***ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА***

## ***СТАТИКА***

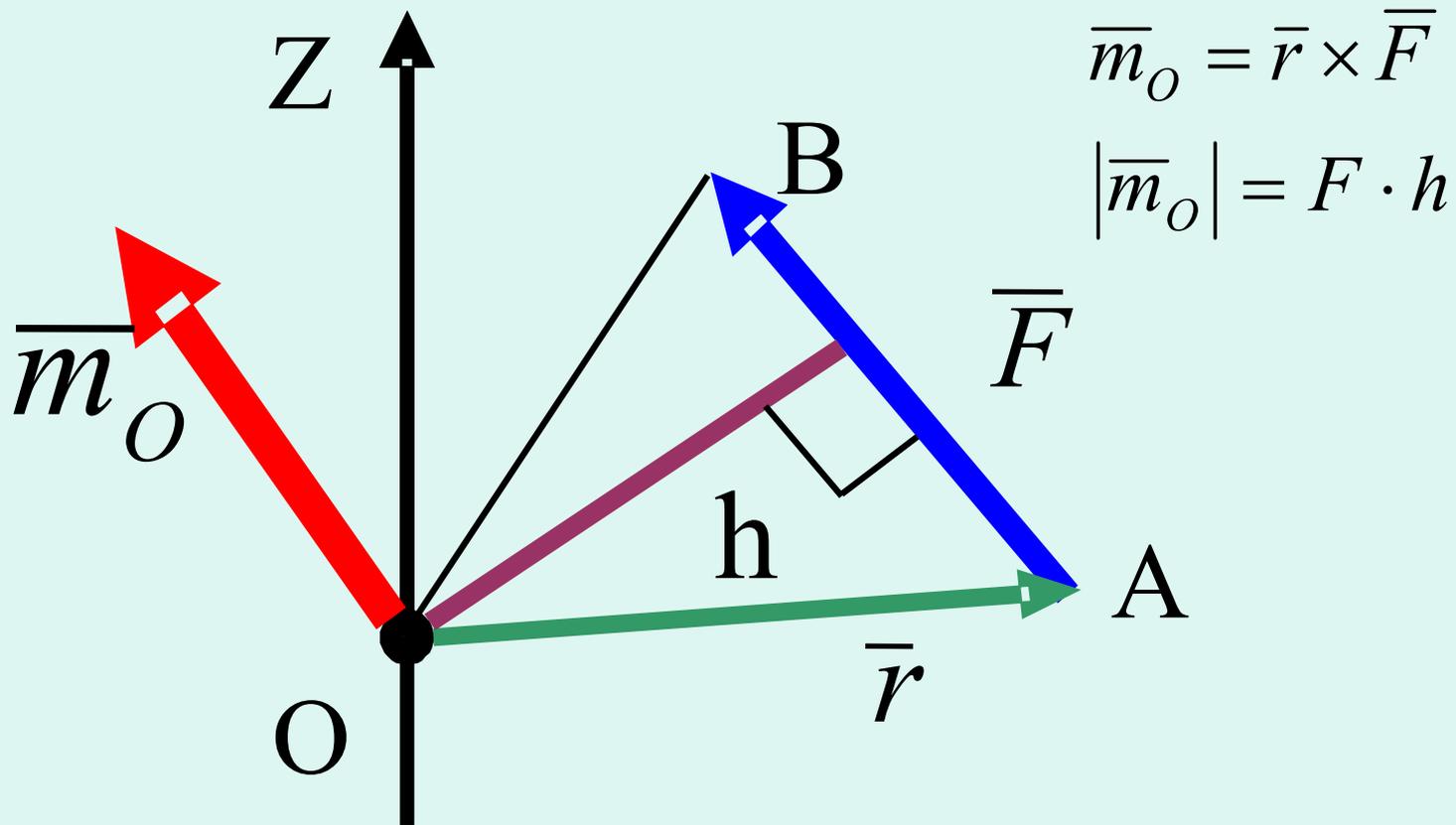
### ***Лекция №2***

## 2.1 Момент силы относительно центра (точки)



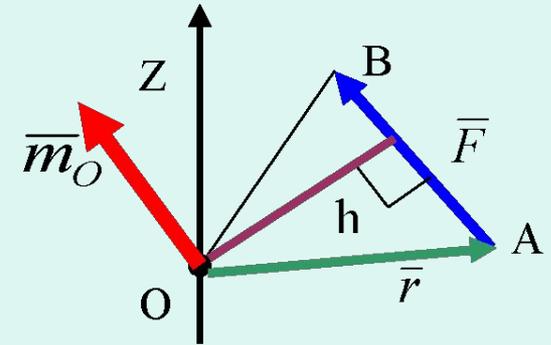
# Момент силы относительно центра

•



**Моментом силы  $\vec{F}$  относительно центра (точки)  $O$**  называется вектор  $\vec{m}_O(\vec{F})$  равный **векторному произведению** радиуса вектора  $\vec{r}$ , проведенного из центра  $O$  в точку  $A$  приложения силы, и вектора силы  $\vec{F}$ :

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$



Вектор  $\vec{m}_O(\vec{F})$  приложен в точке  $O$  и направлен  $\perp$  плоскости, проходящей через центр  $O$  и силу  $\vec{F}$ , в ту сторону, откуда сила видна стремящейся повернуть тело вокруг центра  $O$  против хода часовой стрелки.

Модуль  $|\vec{m}_O(\vec{F})|$  равен произведению модуля силы  $F$  на плечо  $h$ :

$$|\vec{m}_O| = F \cdot h,$$

где **плечо  $h$**  – перпендикуляр, опущенный из центра  $O$  на линию действия силы  $\vec{F}$ .

Момент  $\vec{m}_O(\vec{F})$  характеризует **вращательный эффект силы  $\vec{F}$**  относительно центра (точки)  $O$ .

# Свойства момента силы:

- Момент силы относительно центра не изменяется при переносе силы вдоль линии ее действия в любую точку.
- Если линия действия силы проходит через центр  $O$  ( $h = 0$ ), то момент силы относительно центра  $O$  равен нулю.
- Для плоской системы сил при вычислении моментов сил относительно точки (центра), находящейся в той же плоскости, пользуются понятием **алгебраического момента силы относительно точки**.

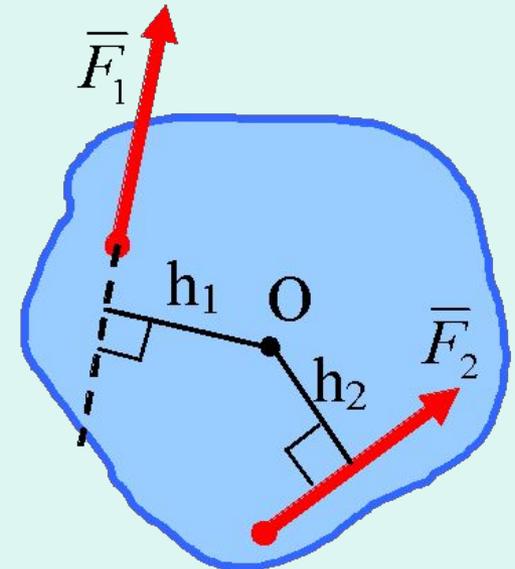
**Алгебраический момент силы  $\vec{F}$**  относительно точки  $O$  равен взятому с соответствующим знаком **произведению модуля силы на ее плечо**:

$$m_O(\vec{F}) = \pm F \cdot h.$$

Момент считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг точки  $O$  против хода часовой стрелки, и отрицательным – по ходу часовой стрелки:

$$m_O(\vec{F}_1) = -F_1 \cdot h_1;$$

$$m_O(\vec{F}_2) = +F_2 \cdot h_2.$$



# Теорема Вариньона

При определении алгебраического момента силы относительно точки в случае, когда сложно найти плечо  $h$ , следует разложить силу на составляющие, плечи которых найти проще, (часто параллельно осям координат), и применить теорему Вариньона:

*если данная система сил имеет равнодействующую, то момент равнодействующей относительно любой точки  $O$  равен сумме моментов составляющих сил, относительно той же точки*

$$\bar{m}_O(\bar{R}) = \sum \bar{m}_O(\bar{F}_k), \text{ где } \bar{R} = \sum \bar{F}_k.$$

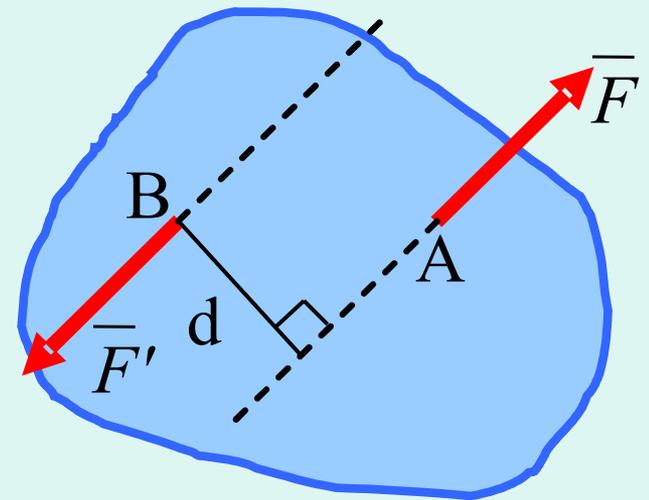
## 2.2 Теория пар сил, свойства пар сил

**Парой сил** называется система двух равных по модулю, параллельных и направленных в противоположные стороны сил ( $\vec{F} = -\vec{F}'$ ). Плоскость, в которой лежат силы  $\vec{F}$  и  $\vec{F}'$ , называется **плоскостью пары**, а кратчайшее расстояние  $d$  между линиями действия сил – **плечом пары**.

Пара сил не может быть заменена одной эквивалентной ей силой, т.е. не имеет равнодействующей, так как  $\vec{R} = \vec{F} + \vec{F}' = 0$ .

**Пара может быть уравновешена только другой парой сил.**

**Под действием пары сил тело вращается.** Вращательный эффект пары, характеризуется моментом пары.



# Момент пары сил

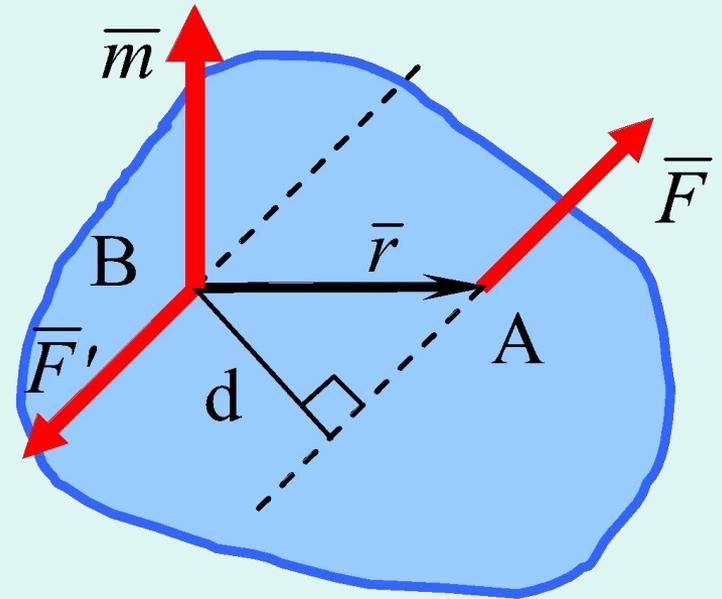
**Моментом пары** называется **вектор** равный векторному произведению

$$\bar{m} = \bar{r} \times \bar{F},$$

модуль которого равен произведению модуля одной из сил пары на ее плечо

$$|m| = |F| \cdot |d|.$$

Вектор  $\bar{m}$  направлен перпендикулярно плоскости пары в ту сторону, откуда пара видна стремящейся повернуть тело против хода часовой стрелки. Момент пары  $\bar{m}$  – **свободный вектор**, т. е. его можно прикладывать в любой точке тела.



# Свойства пар сил

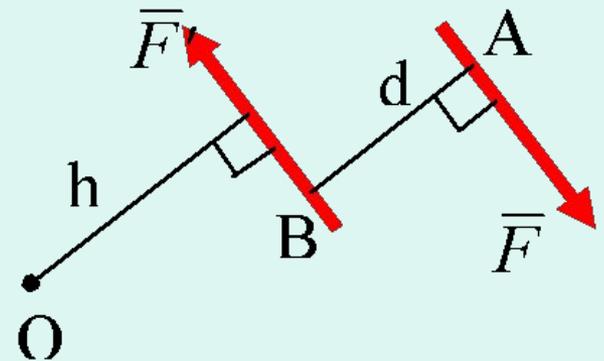
1. Момент пары равен сумме моментов сил пары относительно произвольного центра (точки)  $O$ :

$$\bar{m}_O = \bar{m}_O(\bar{F}) + \bar{m}_O(\bar{F}').$$

2. Момент пары относительно любого центра  $m_O$  равен моменту пары  $m$ :

$$m_O = F' \cdot h - F \cdot (h + d) = -F \cdot d = m.$$

$$m_O = m$$



3. Момент пары равен моменту одной из сил пары относительно точки приложения другой силы пары:

$$\bar{m} = \bar{m}_B(\bar{F}) = \bar{m}_A(\bar{F}').$$

**4. Теорема.** Пары сил с равными моментами эквивалентны.

*Следствия:*

Пару сил, приложенную к твердому телу, *можно заменить другой парой* в той же плоскости, если при такой замене *не изменяется величина момента* пары и его направление:

Пару сил можно переносить в плоскость, параллельную плоскости пары.

**5. Теорема.** Совокупность нескольких пар с моментами  $\bar{m}_1, \bar{m}_2, \dots, \bar{m}_n$  эквивалентна одной паре, момент  $\bar{m}$  которой равен геометрической сумме моментов данных пар:

$$\bar{m} = \bar{m}_1 + \bar{m}_2 + \dots + \bar{m}_n.$$

**6.** Если на тело действует пространственная система пар, то тело находится в равновесии, если векторная сумма моментов пар равна нулю:

$$\sum \bar{m} = 0.$$

7. Если пары лежат в одной плоскости, то момент пары считают величиной **алгебраической**, так как в этом случае все вектора моментов пар параллельны.

**Алгебраический момент пары** равен взятому с соответствующим знаком произведению модуля одной из сил пары на плечо пары:

$$m = \pm F \cdot d.$$

Знак «+» соответствует повороту тела под действием пары **против хода часовой стрелки**,

«-» – **по ходу часовой стрелки**.

Пары сил на плоскости часто изображается дуговой стрелкой, показывающей направление поворота тела парой.

8. Если **на тело действует плоская система пар**, то тело находится в равновесии, если сумма моментов пар равна нулю:

$$\sum m_k = 0.$$

