

**Обобщающий урок  
по теме:  
«Квадратичная  
функция.  
Её свойства и  
график».**

# Определение квадратичной функции

**Квадратичной функцией** называется функция , которую можно задать формулой вида:

$$y = ax^2 + bx + c$$

**Где:**  $a, b, c$  – числа

$x$  – независимая переменная

$$a \neq 0$$



Графиком квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$  является парабола, которая получается из параболы  $y = ax^2$  параллельным переносом.

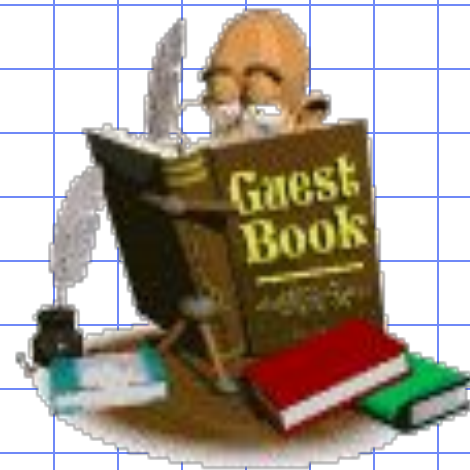
Вершина параболы -  $(x_0; y_0)$ ,

$$\text{где : } x_0 = -\frac{b}{2a} \quad y_0 = y(x_0)$$

Осью параболы будет прямая

$$x = x_0 \text{ т.е.}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$



Дискриминантом квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  называется выражение

$$b^2 - 4ac$$

Его обозначают буквой  $D$ , т.е.  $D = b^2 - 4ac$ .

*Возможны три случая:*

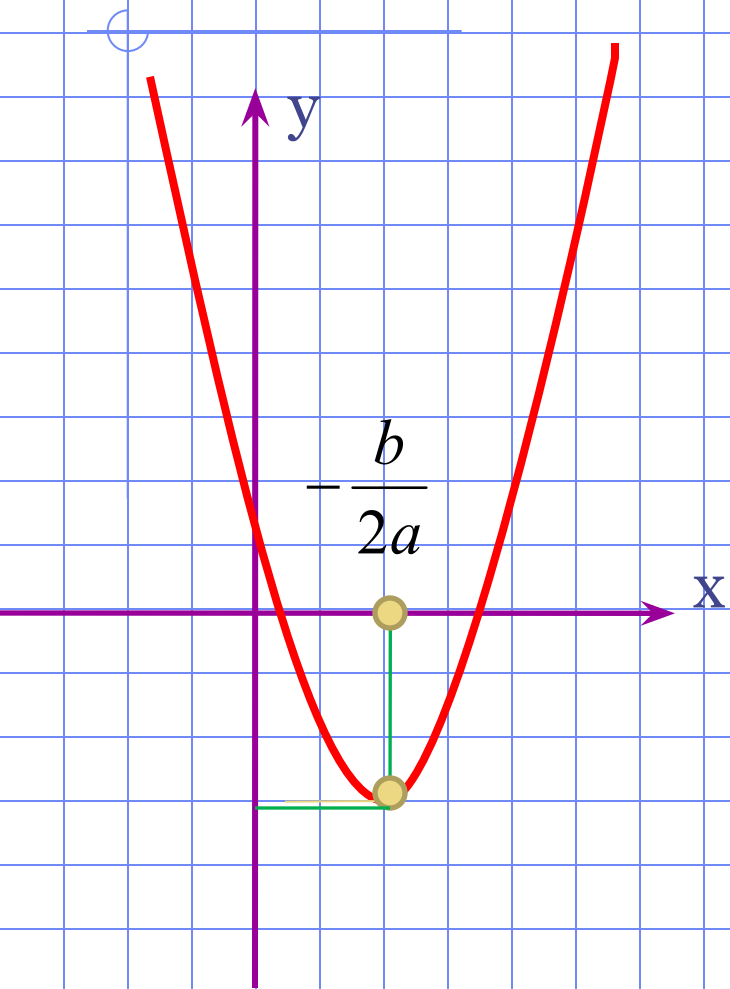
$$\square D > 0$$

$$\square D = 0$$

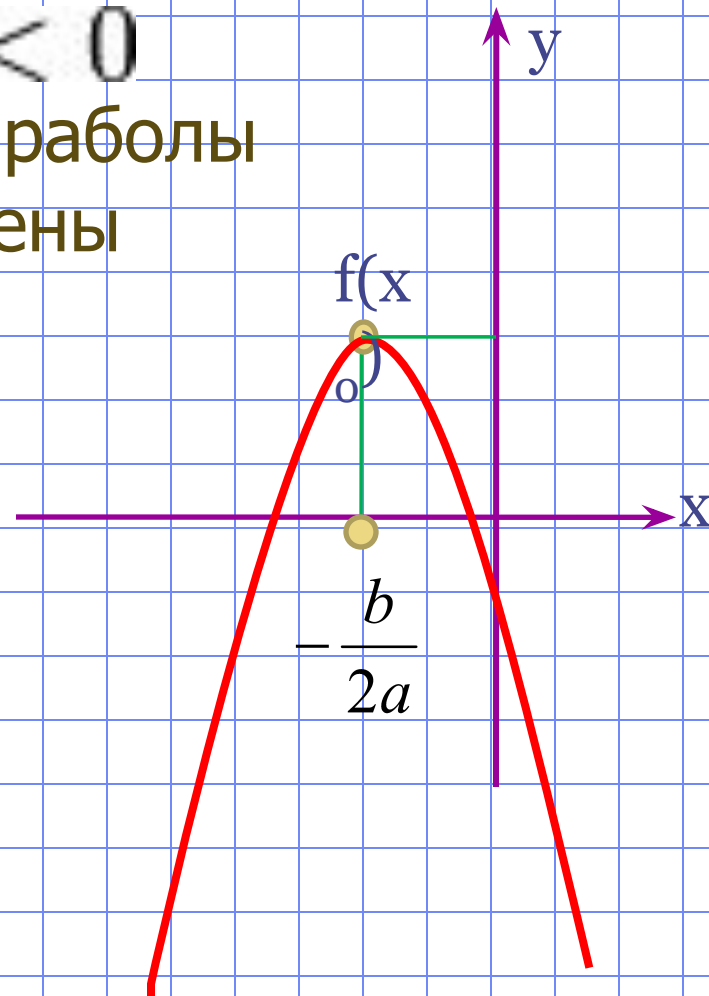
$$\square D < 0$$

- если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках,
- если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс,
- если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает ось абсцисс,

При  $a > 0$  ветви параболы направлены вверх,



При  $a < 0$  ветви параболы направлены вниз



# Алгоритм построения графика функции $y = ax^2 + bx + c$

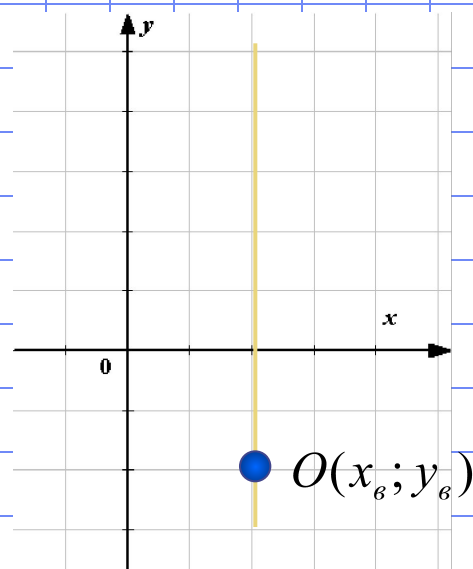
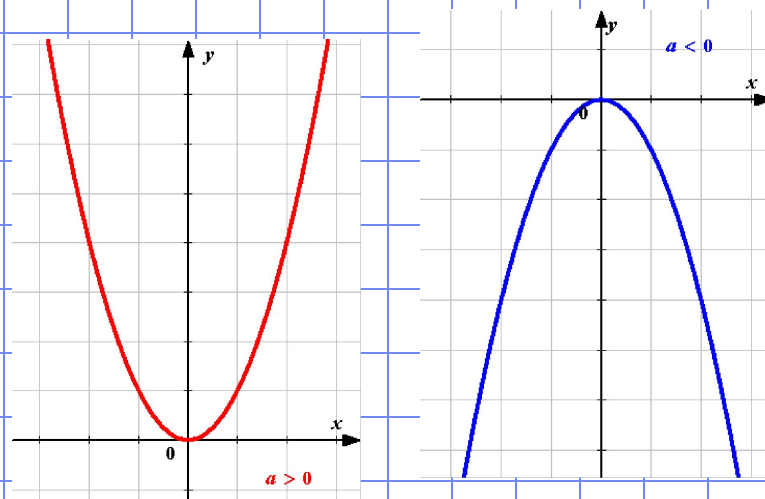
1. Определить направление ветвей параболы.

2. Найти координаты вершины параболы

$$O(x_в; y_в)$$

$$x_в = \frac{-b}{2a} \quad y_в = y(x_в)$$

3. Провести ось симметрии  $x = x_в$



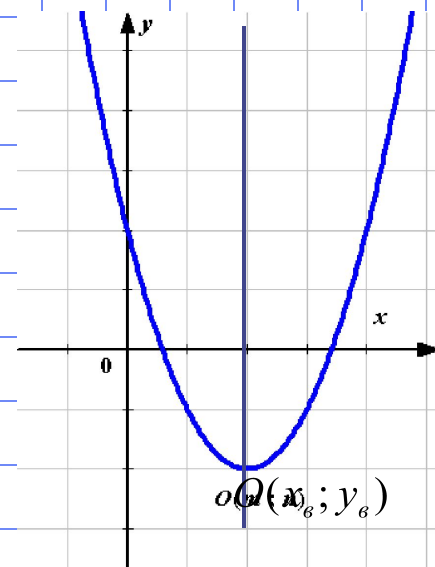
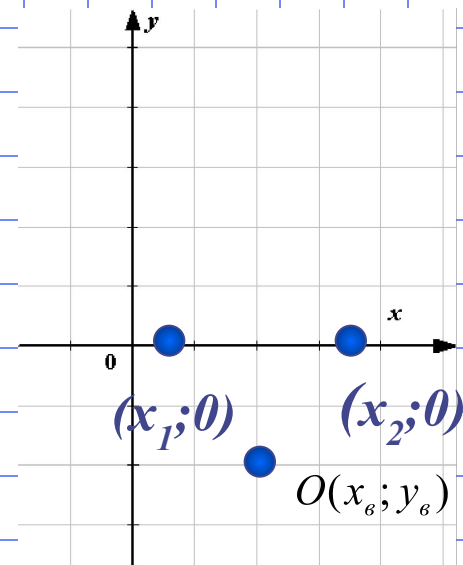
4. Определить точки пересечения графика функции с осью  $O_x$ , т.е. найти нули функции

$$y = 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$$

5. Составить таблицу значений функции с учетом оси симметрии параболы.

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$

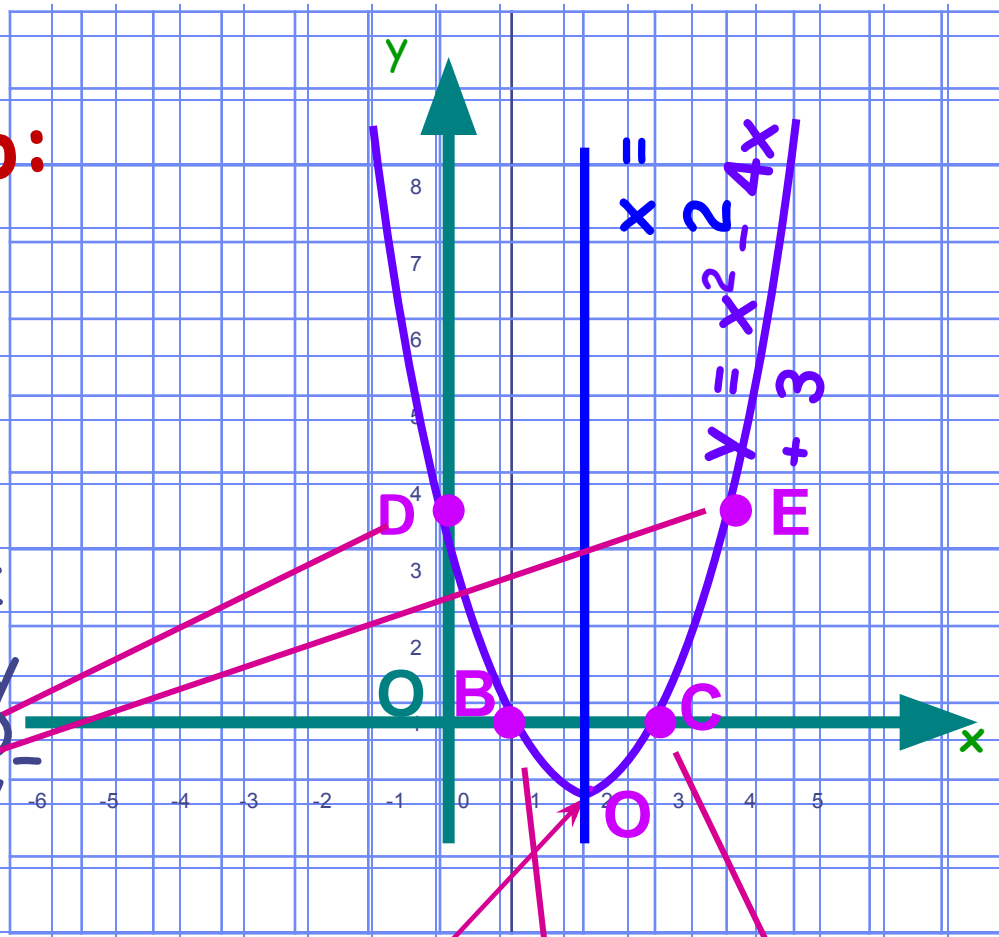
6. Построить график функции.



# Рассмотрим пример:

Построить график функции  
 $y = x^2 - 4x + 3$

а) Приведем уравнение к виду  $y = ax^2 + bx + c$   
 б) Найдем координаты вершины параболы  
 в) Найдем корни уравнения  
 г) Найдем дискриминант  $D = b^2 - 4ac$   
 д) Найдем координаты точек пересечения с осями  $O(2; -1)$   
 е) Найдем координаты точек пересечения с осями  $B(1; 0)$  и  $C(3; 0)$   
 ж) Найдем координаты точек пересечения с осями  $D(0; 3)$  и  $E(4; 3)$   
 з) Найдем координаты точек пересечения с осями  $O(2; -1)$   
 и) Найдем координаты точек пересечения с осями  $B(1; 0)$  и  $C(3; 0)$   
 к) Найдем координаты точек пересечения с осями  $D(0; 3)$  и  $E(4; 3)$   
 л) Найдем координаты точек пересечения с осями  $O(2; -1)$   
 м) Найдем координаты точек пересечения с осями  $B(1; 0)$  и  $C(3; 0)$   
 н) Найдем координаты точек пересечения с осями  $D(0; 3)$  и  $E(4; 3)$   
 о) Найдем координаты точек пересечения с осями  $O(2; -1)$   
 п) Найдем координаты точек пересечения с осями  $B(1; 0)$  и  $C(3; 0)$   
 р) Найдем координаты точек пересечения с осями  $D(0; 3)$  и  $E(4; 3)$   
 с) Найдем координаты точек пересечения с осями  $O(2; -1)$   
 т) Найдем координаты точек пересечения с осями  $B(1; 0)$  и  $C(3; 0)$   
 у) Найдем координаты точек пересечения с осями  $D(0; 3)$  и  $E(4; 3)$   
 ф) Найдем координаты точек пересечения с осями  $O(2; -1)$   
 х) Найдем координаты точек пересечения с осями  $B(1; 0)$  и  $C(3; 0)$   
 ц) Найдем координаты точек пересечения с осями  $D(0; 3)$  и  $E(4; 3)$   
 ч) Найдем координаты точек пересечения с осями  $O(2; -1)$   
 ш) Найдем координаты точек пересечения с осями  $B(1; 0)$  и  $C(3; 0)$   
 щ) Найдем координаты точек пересечения с осями  $D(0; 3)$  и  $E(4; 3)$   
 э) Найдем координаты точек пересечения с осями  $O(2; -1)$   
 ю) Найдем координаты точек пересечения с осями  $B(1; 0)$  и  $C(3; 0)$   
 я) Найдем координаты точек пересечения с осями  $D(0; 3)$  и  $E(4; 3)$



$$x^2 - 4x + 3 = 0 \quad a=1, b=-4, c=3$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 = 2^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3$$

$O(2; -1)$

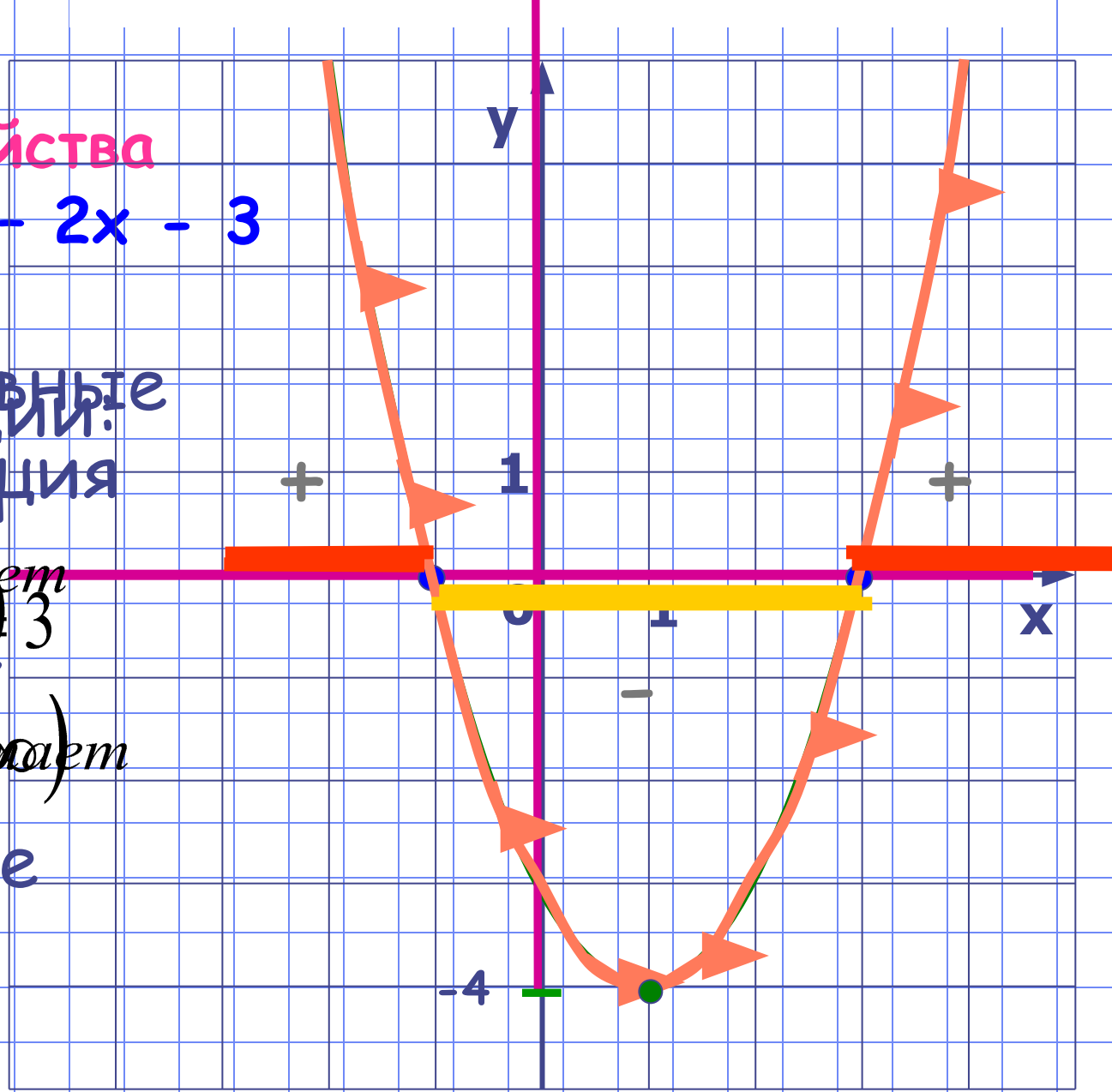
$B(1; 0); \quad C(3; 0)$



Пример:  
 Рассмотрим свойства  
 функции  $y = x^2 - 2x - 3$

1. Область определения функции  
 $D = (-\infty; \infty)$   
 2. Область значений функции  
 $E = (-4; \infty)$   
 3. Нули функции  
 $x_1 = -1, x_2 = 3$   
 4. Интервалы монотонности  
 на промежутке  $(-\infty; -1)$  функция убывает  
 на промежутке  $(-1; 3)$  функция возрастает  
 на промежутке  $(3; \infty)$  функция возрастает

Отрицательные  
 $(-1; 3)$



**Построим график**

$$y = x^2 - 6x + 8$$

$$x = -(b/2a)$$

$$y = 9 - 18 + 8 = -1$$

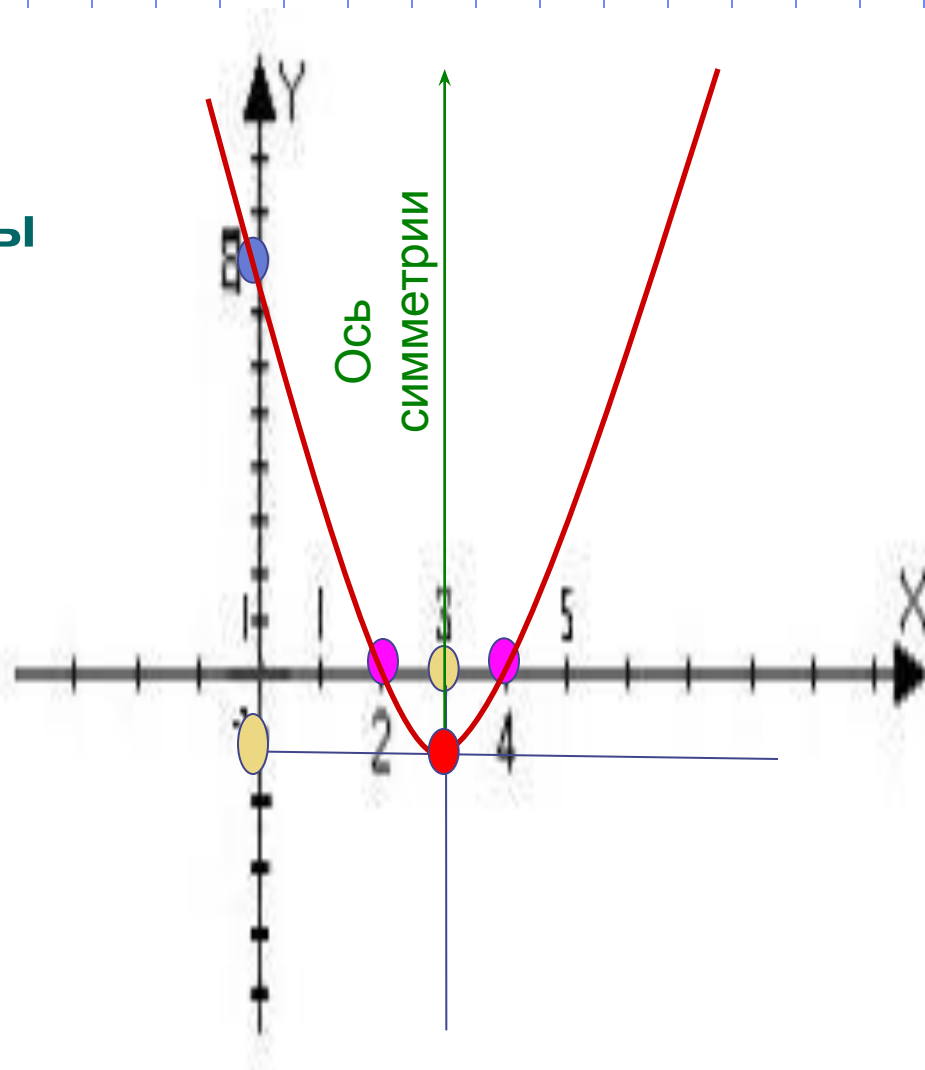
**(3; -1)**- вершина параболы

**Решив квадратное уравнение  $x^2 - 6x + 8 = 0$  определяем нули функции**

$$x = 2 \text{ и } x = 4$$

**$a > 0$  (Ветви параболы направлены вверх)**

**Точка пересечения с осью ординат (0 ; 8)**



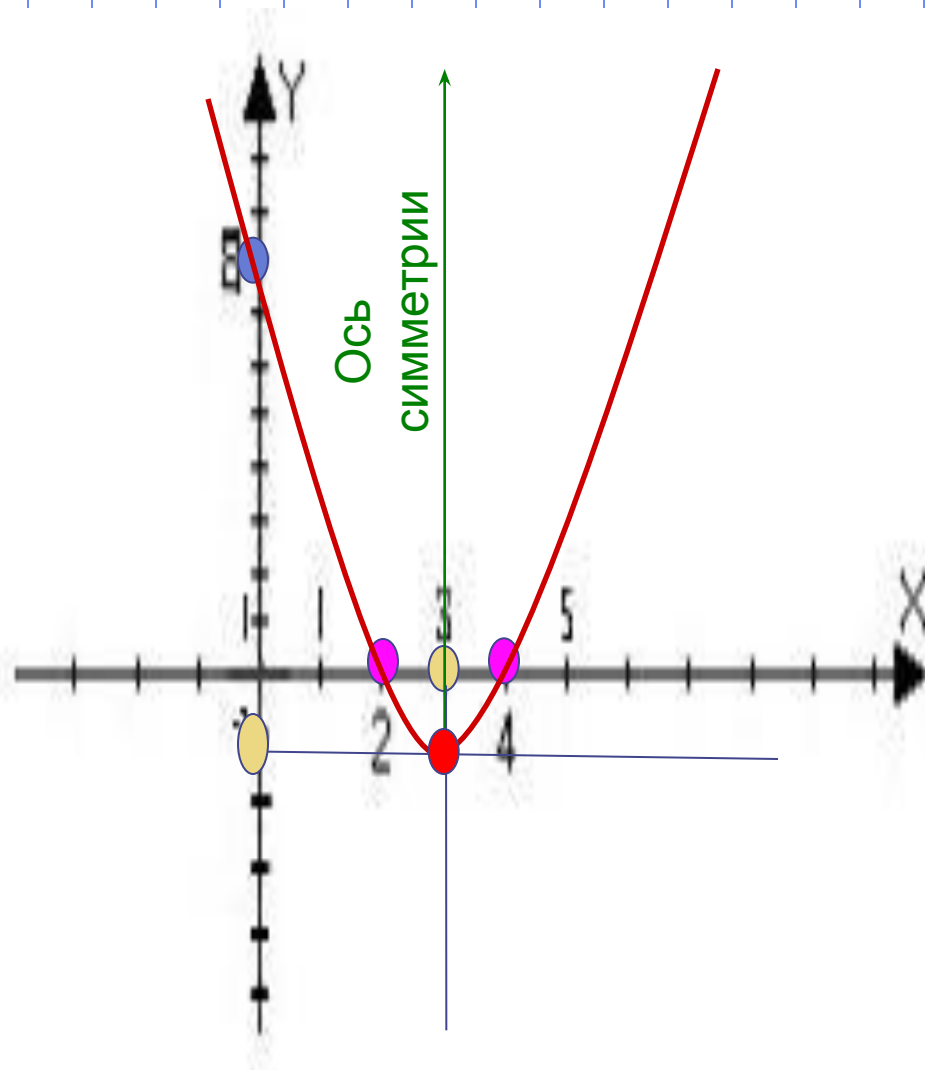
Область значений функции –  
 $E(f) = [-1; +\infty)$

Функция возрастает в  
промежутке  $[+3; +\infty)$

Функция убывает в  
промежутке  $(-\infty; +3]$

Наименьшее  
значение функции  
равно  $-1$

Наибольшего  
значения функции не  
существует



Функция

$$y = 2x^2 + 4x - 5$$

План построения

1) Построить вершину параболы

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 2} = -1$$

$$y_0 = y(x_0) = -7$$

2) Построить ось симметрии  $x = -1$

3) Найти нули функции

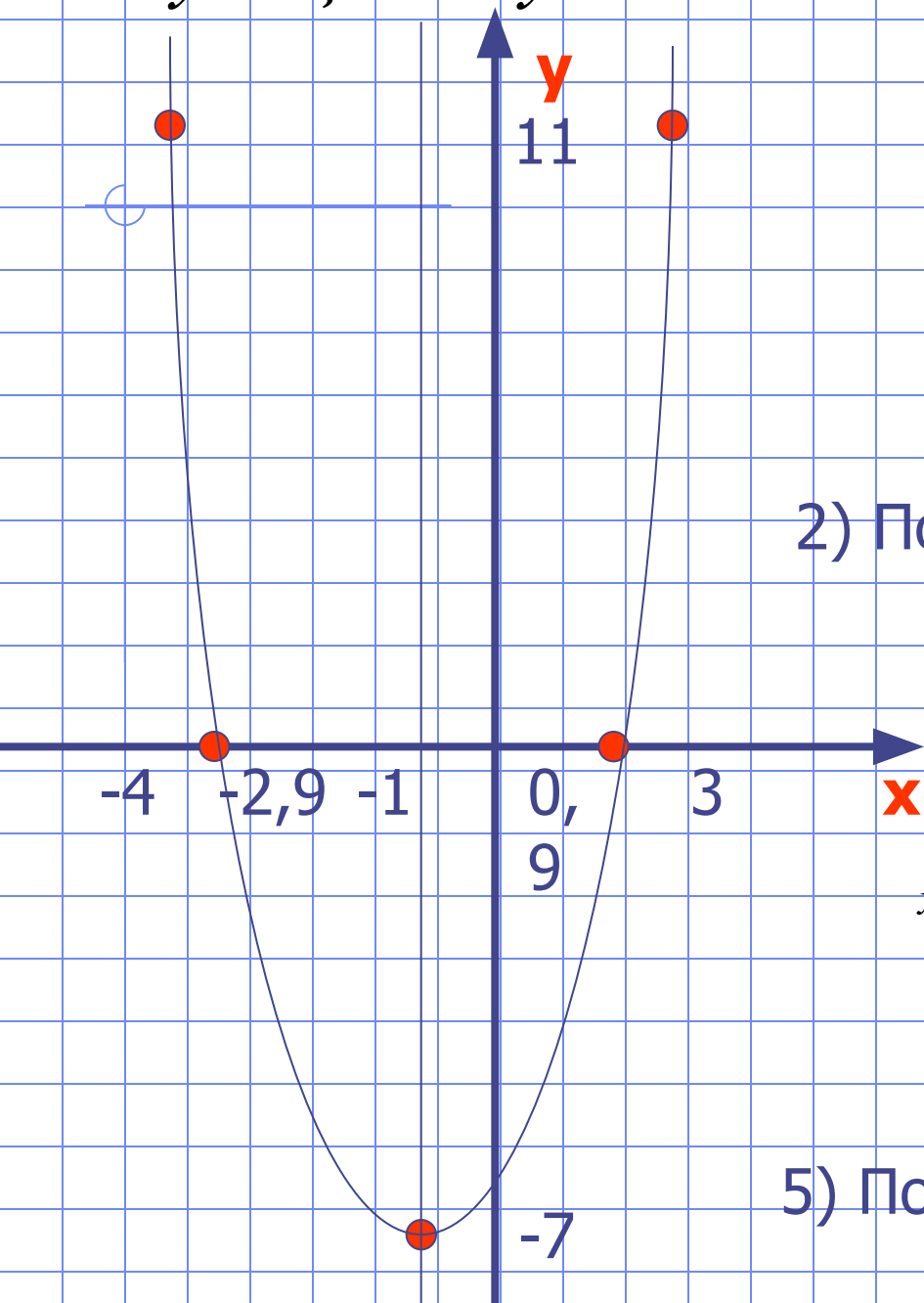
$$(x_1; 0), (x_2; 0)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_1 = -2,9; \quad x_2 = 0,9$$

4) Дополнительные точки

$$(-4; 11); (3; 11)$$

5) Построить параболу по точкам



Спасибо  
за  
внимание!

