Обобщающий урок по теме: «Квадратичная функция. Её свойства и график».

Определение квадратичной функции

Квадратичной функцией называется функция , которую можно задать формулой вида:

$$y = ax^2 + bx + c$$

где: a,b,c – числа

X – независимая переменная

$$a \neq 0$$

Графиком квадратичной функции **$y = ax^2 + bx + c$** является парабола, которая получается из параболы **$y = ax^2$** параллельным переносом.

Вершина параболы - $(x_0; y_o)$,

где : $x_o = -\frac{b}{2a}$ $\quad y_0 = y(x_o)$

Осью параболы будет прямая

$x = x_o$ т.е.

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Дискриминантом квадратного уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$ называется выражение

$$b^2 - 4ac$$

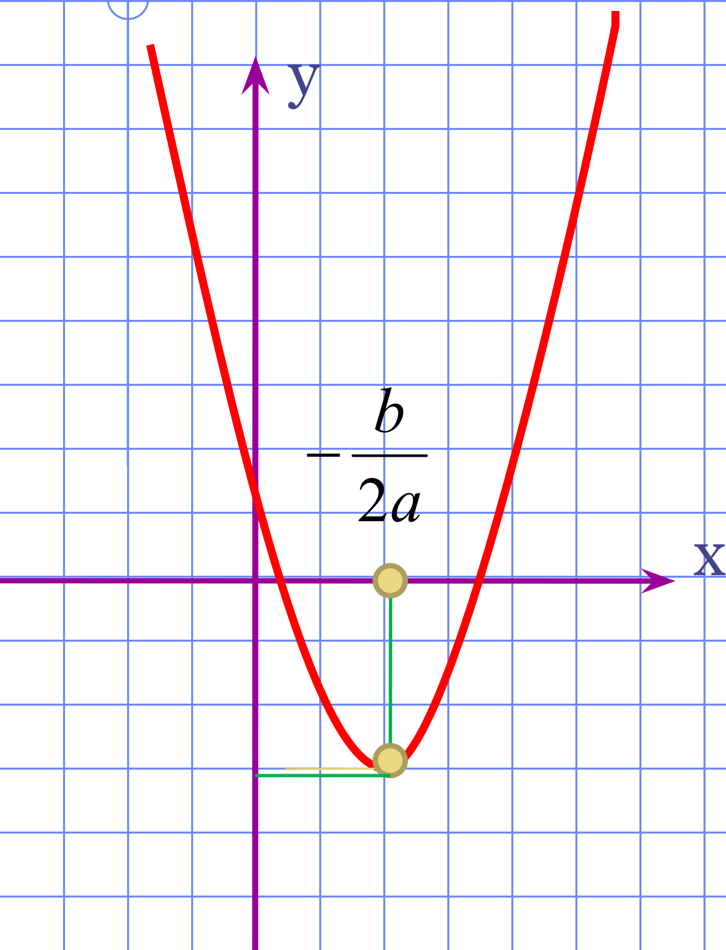
Его обозначают буквой D, т.е. $D = b^2 - 4ac$.

Возможны три случая:

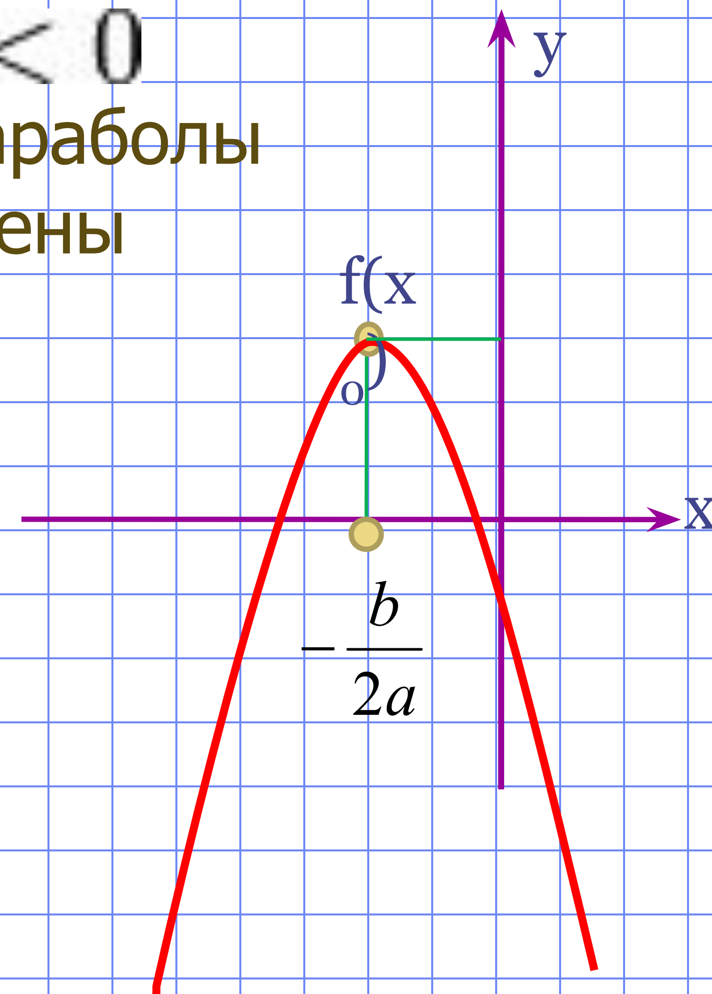
- $D > 0$
- $D = 0$
- $D < 0$

- **если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках,**
- **если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс,**
- **если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает ось абсцисс,**

При $a > 0$ ветви параболы направлены вверх,



При $a < 0$ ветви параболы направлены вниз



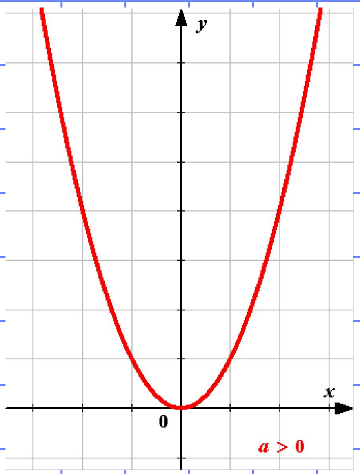
Алгоритм построения графика функции $y = ax^2 + bx + c$

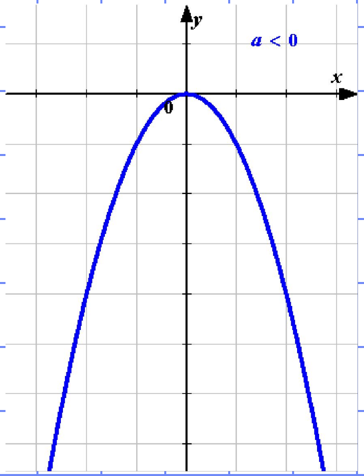
1. Определить направление ветвей параболы.
2. Найти координаты вершины параболы

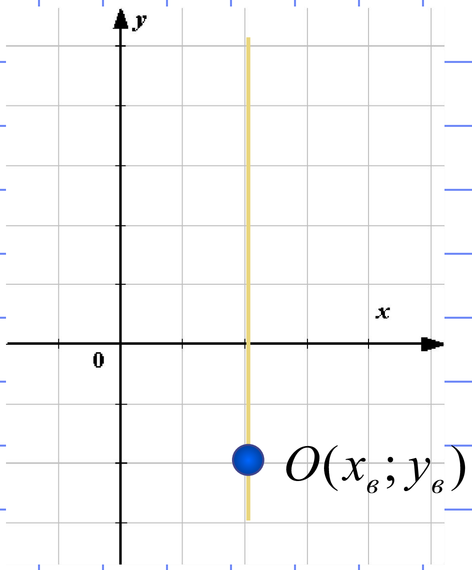
$$O(x_в; y_в)$$

$$x_в = \frac{-b}{2a} \quad y_в = y(x_в)$$

3. Провести ось симметрии $x = x_в$

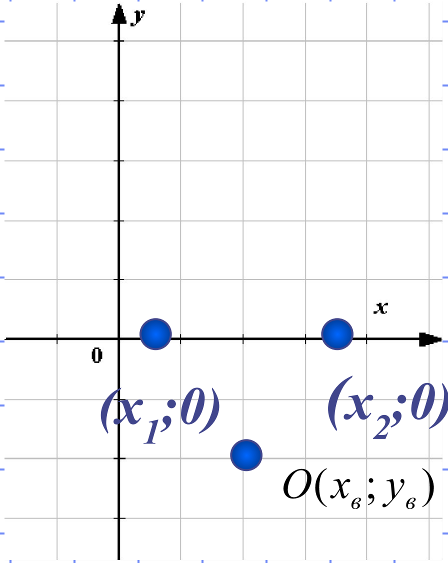






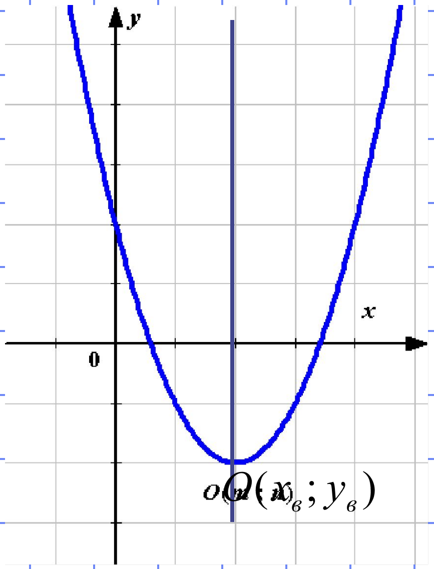
4. Определить точки пересечения графика функции с осью O_x, т.е. найти нули функции

$$y = 0 \qquad ax^2 + bx + c = 0$$



5. Составить таблицу значений функции с учетом оси симметрии параболы.

x	x_1	x_2	x_3	x_4
y	y_1	y_2	y_3	y_4

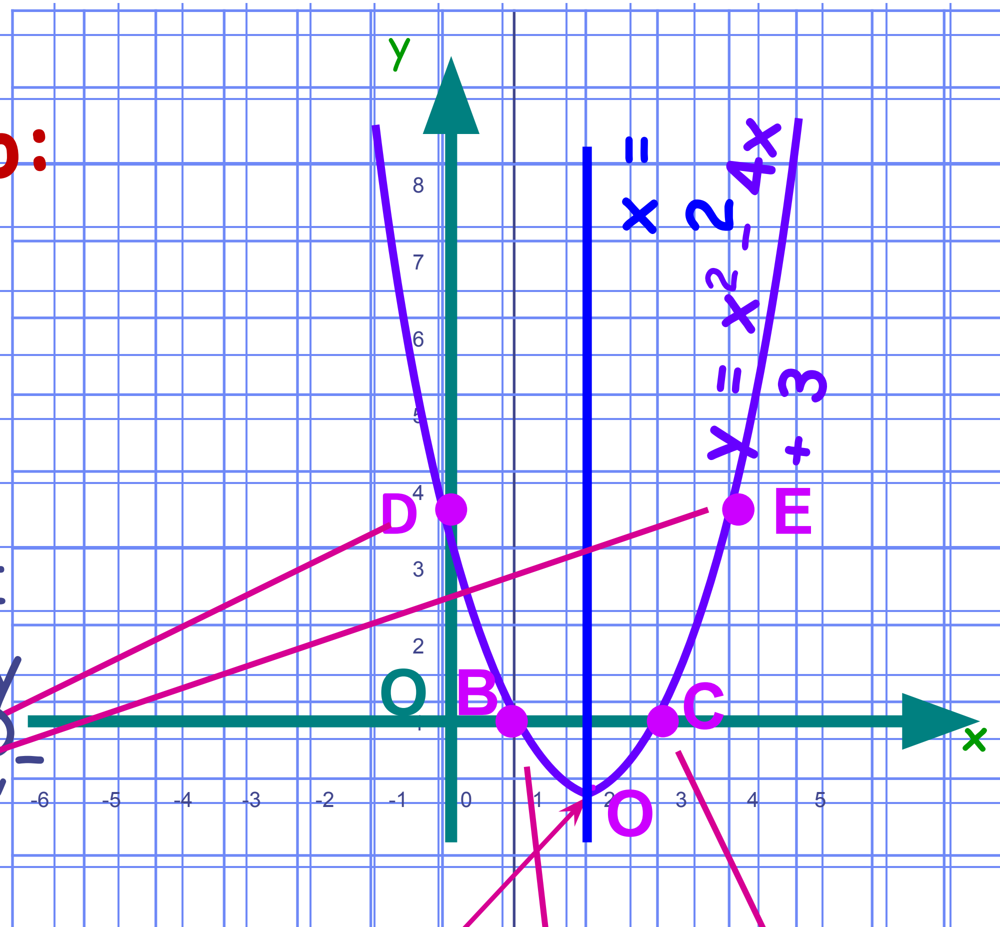


6. Построить график функции.

Рассмотрим пример:

Построить график функции

$y = x^2 - 4x + 3$



симметрии. E(4;3)

$$x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$O(2;-1)$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4 = 2^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \qquad x_1 = 1, \quad x_2 = 3$$

B(1;0); C(3;0)

Пример:

Рассмотрим свойства функции $y = x^2 - 2x - 3$

Положительные значения функция принимает на промежутке

$D(f) = (-\infty;\infty)$

$y_{наим} = -4$

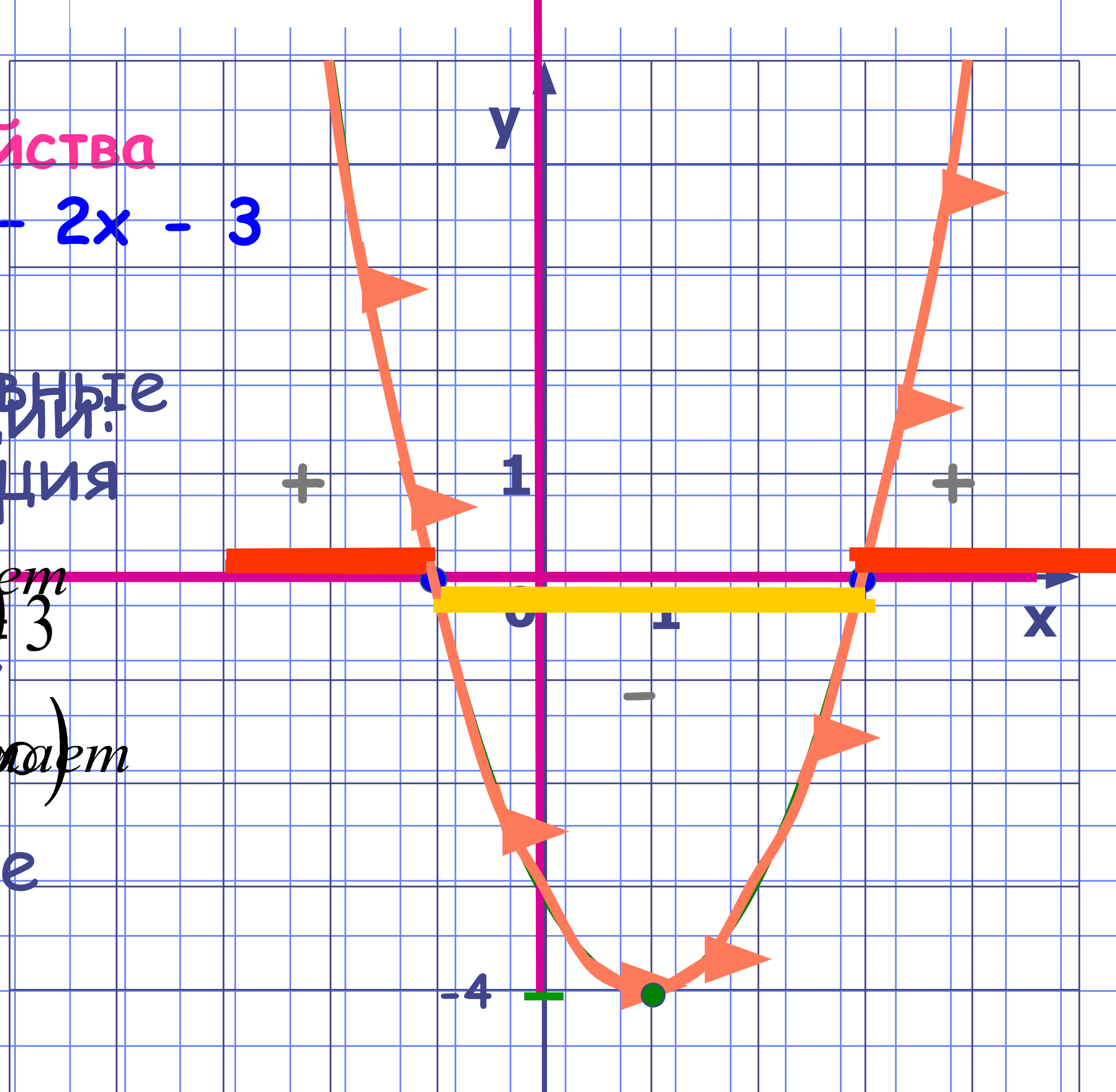
функция убывает

функция возрастает

$(-\infty;-1)\cup(3;\infty)$

Отрицательные

$(-1;3)$



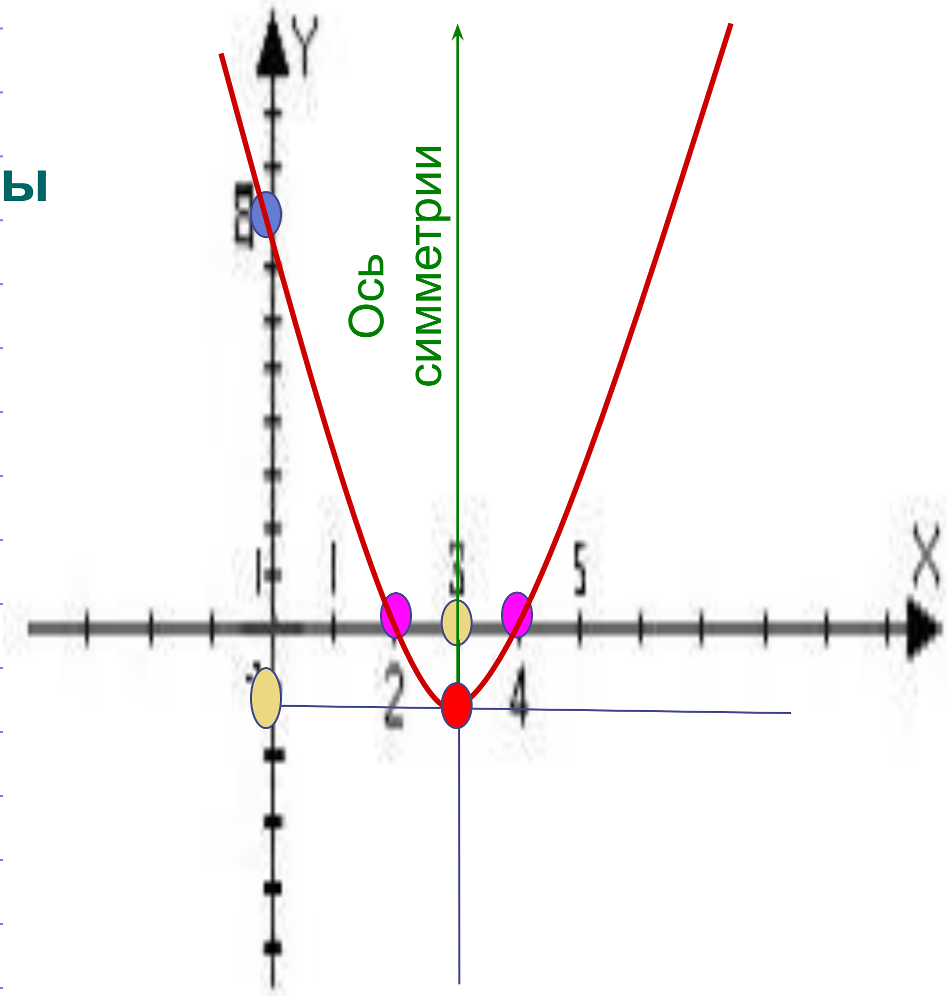
Построим график

$y = x^2 - 6x + 8$

$x = -(b/2a)$

$y=9-18+8=-1$

(3; -1)- вершина параболы



Решив квадратное уравнение $x^2 - 6x + 8 = 0$ определяем нули функции

$X = 2$ и $X = 4$

$a > 0$ (Ветви параболы направлены вверх)

Точка пересечения с осью ординат (0 ; 8)

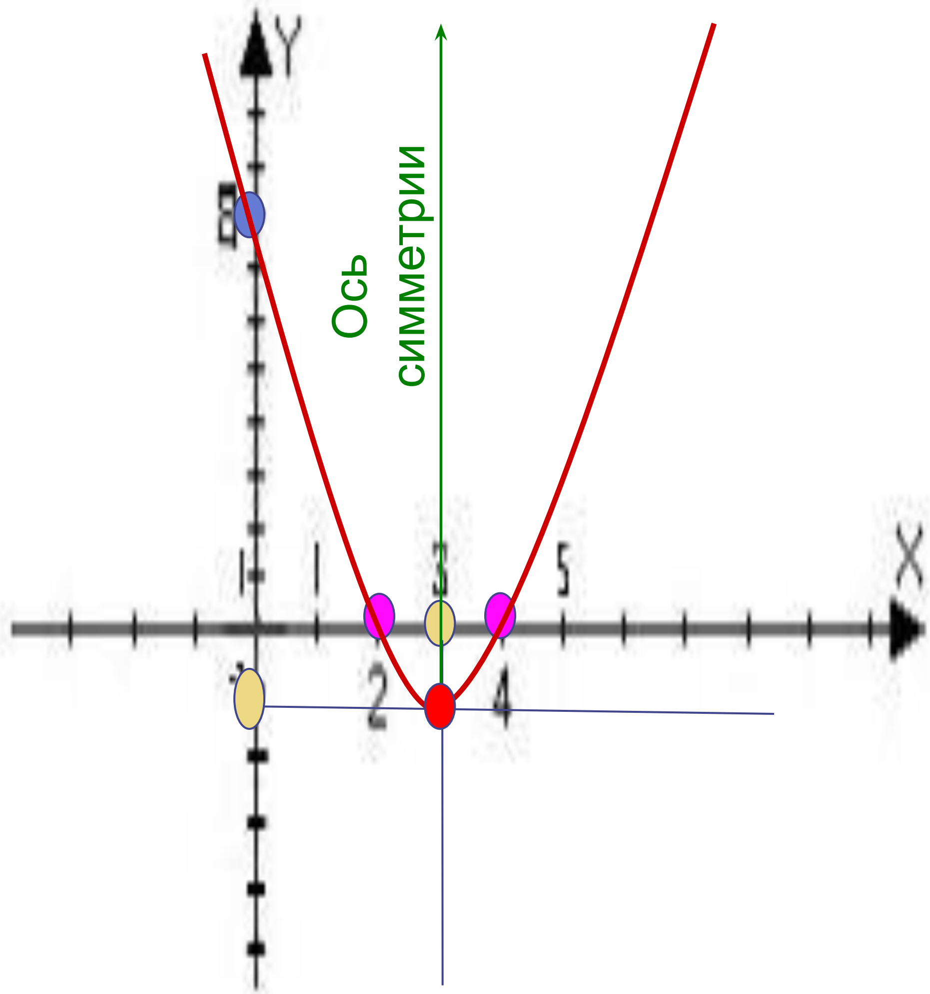
Область значений функции –
E (f) = [-1 ; + ∞)

Функция возрастает в промежутке [+3; +∞)

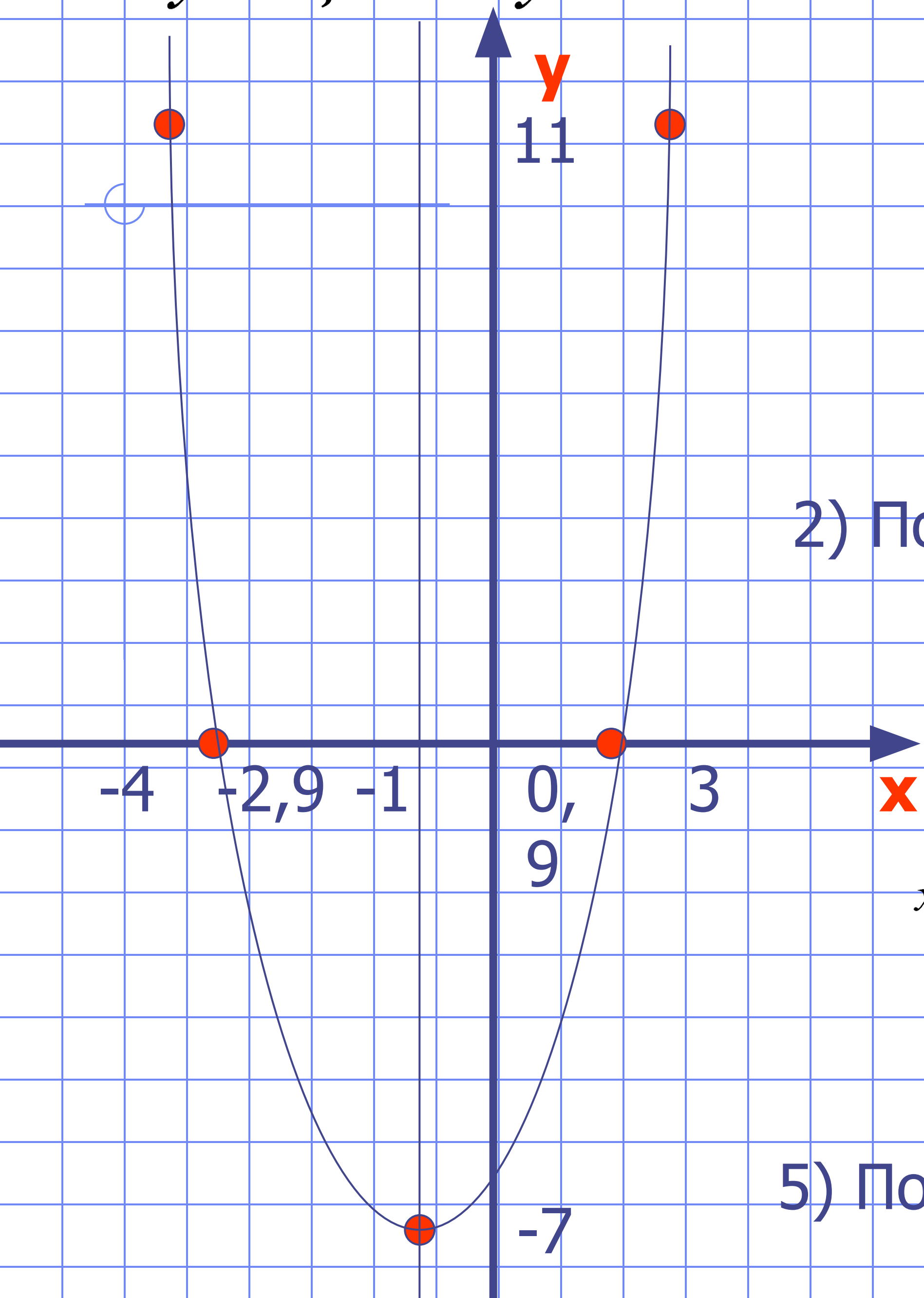
Функция убывает в промежутке (-∞ ;+3]

Наименьшее значение функции равно -1

Наибольшего значения функции не существует



Функция $y = 2x^2 + 4x - 5$



План построения

1) Построить вершину параболы

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 2} = -1$$

$$y_0 = y(x_0) = -7$$

2) Построить ось симметрии x=-1

3) Найти нули функции

$$(x_1; 0), (x_2; 0)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_1 = -2{,}9; \quad x_2 = 0{,}9$$

4) Дополнительные точки

(-4; 11) ; (3;11)

5) Построить параболу по точкам

Спасибо
за
внимание!