

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА**  
**кафедра «Динамика, прочность и износостойкость транспортных средств»**

## **ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ**

*Лектор: к.т.н., доцент Комиссаров Виктор Владимирович*

*п.з.: ассистент Таранова Елена Сергеевна*

*Лекции – 18 часов*

*Практические занятия – 14 часов*

*Форма контроля знаний – зачет*

*(по всем вопросам обращаться на кафедру ауд. 1403, 1415а)*

**ГОМЕЛЬ, 2014**



## Основная:

1. **Сосновский, Л.А.** Элементы теории вероятностей, математической статистики и теории надёжности / Л.А. Сосновский. – Гомель; БелГУТ, 1994. – 146 с. (в НТБ БелГУТа).
2. **Шевченко Д.Н.** Основы теории надёжности : учеб.-методич. пособие для студ. техн. спец./ Д. Н. Шевченко; под ред. Л.А. Сосновского. – Гомель: БелГУТ, 2010. – 250 с. (в НТБ БелГУТа)
3. **Богданович А.В.** Оценка основных показателей надёжности и риска невозстановливаемых изделий / А.В. Богданович, О.М. Еловой, Л.А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 1995 г. – 95 с. (в НТБ БелГУТа)

## Дополнительная:

- **Сосновский, Л.А.** Вероятностные методы расчета на прочность при линейном и сложном напряженных состояниях в 2-х частях: Метод. указания по изучению курса «Сопротивление материалов»/ Л.А. Сосновский. – Гомель: БелИИЖТ, 1984. – 74с. (в НТБ БелГУТа).
1. **Сосновский, Л.А.** L-риск (механотермодинамика необратимых повреждений) / Л.А. Сосновский. – Гомель: БелГУТ, 2004. – 317 с.
  2. **Сосновский, Л.А.** Комплексная оценка надёжности силовых систем по критериям сопротивления усталости и износостойкости (основы трибофатики): Метод. указания по изучению курса «Надёжность транспортных систем, машин и сооружений» для студентов транспортных вузов / Л.А. Сосновский. – Гомель: БелИИЖТ, 1988. –56 с. (в НТБ БелГУТа ).
  3. **Богданович, А.В.** Оценка надёжности простого коленчатого вала. Надёжность по критериям трибофатики: Пособие по курсу «Основы теории надёжности» / А.В. Богданович, О.М. Еловой, Л.А. Сосновский. – Гомель: БелГУТ, 2002. – Ч.2.–30 с. (в методическом кабинете кафедры – 5 экз.).
  4. **Сосновский, Л.А.** Показатель безопасности и оперативная характеристика риска / Л.А. Сосновский. – Гомель, БелИИЖТ, 1991. (в НТБ БелГУТа).



# ПЛАН ЛЕКЦИЙ

3

**Лекция 1. Надежность в технике**

**Лекция 2. Отказы и их причины. Статистический анализ**

**Лекция 3. Оценка показателей надежности: модель отказов**

**Лекция 4. Рассеяние характеристик прочности и нагруженности**

**Лекция 5. Оценка показателей надежности: модель нагрузка-прочность (часть1)**

**Лекция 6. Оценка показателей надежности: модель нагрузка-прочность (часть2)**

**Лекция 7. Схемная надежность**

**Лекция 8. Надежность трибофатической системы**

**Лекция 9. Концепция риска. Оценка безопасности.**



## **Лекция 7**

# **СХЕМНАЯ НАДЕЖНОСТЬ**



## 7.1 Система элементов. Резервирование

Одной из **основных задач** теории надежности является **оценка показателей надежности системы по известным законам распределения наработки ее элементов.**

Способ вычисления этих показателей зависит от того, как взаимодействуют между собой элементы с точки зрения обеспечения безотказности системы.

Если систему представляется возможным расчленить на отдельные элементы, для каждого из которых удастся отдельно определить вероятность безотказной работы (или вероятность отказа), то для расчета ее надежности строят так называемые структурные схемы, в которых каждый  $i$ -й элемент характеризуется значением вероятности его безотказной работы  $P_i$  (или значением вероятности отказа  $Q_i$ ) в течение заданного периода времени. Требуется определить вероятность безотказной работы



# 7.1 Система элементов. Резервирование

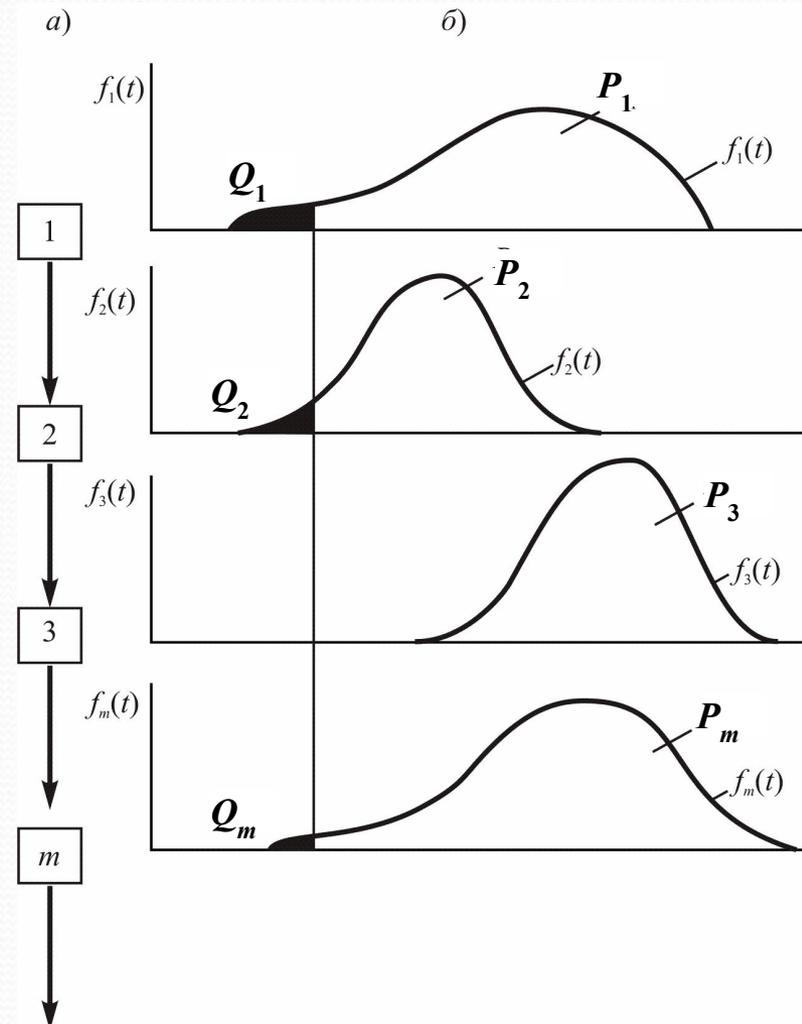


Рассмотрим систему, состоящую из последовательно соединенных элементов, вероятности  $P_i$  и  $Q_i$  для которых заданы, так как известны функции  $f_i$  (рисунок 1). При этом элементы взаимодействуют между собой таким образом, что их отказы – статистически независимые события, а отказ хотя бы одного из элементов приводит к отказу системы в целом. Примерами таких соединений могут служить статически определяемая стержневая система (система разрушится, если разрушится хотя бы один из стержней), приводы и механизмы передач машин (если в приводе выйдет из строя любая шестерня, подшипник, муфта и т. д., то весь привод перестанет функционировать).

Для подобных систем решение поставленной задачи дается формулой

$$P = \prod_{i=1}^m P_i. \quad (1)$$

Если  $P_1 = P_2 = \dots = P_m = P_0$ , то  $P = P_0^m$ . (1a)



а) – схема соединения; б) – законы распределения сроков службы элементов  
Рисунок 1 – Последовательное соединение элементов сложной системы



## 7.1 Система элементов. Резервирование



Как видно из формул (1) и (1a), сложные системы, состоящие из элементов, высокой надежности, могут иметь малую вероятность безотказной работы за счет наличия большого числа элементов. Так, если узел состоит из  $m = 50$  деталей, а для каждой детали  $P = 0,99$ , то вероятность работы узла будет

$$P = (0,99)^{50} \approx 0,605.$$

Отметим также, что показатель надежности системы всегда меньше показателей надежности любого из элементов, взятого в отдельности. Отсюда следует, что **последовательная система – практически мало надежная система.**

Определим средний ресурс системы последовательных элементов. Пусть показатели надежности всех элементов одинаковы и подчиняются экспоненциальному закону. Тогда согласно (1a) и таблицы (см. раздаточный материал)

$$P(t) = e^{-m\lambda t},$$

а среднее время безотказной работы

$$T_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} P(t) dt = \frac{1}{m\lambda}.$$

Выражая интенсивность отказов  $\lambda$  через математическое ожидание ресурса одного элемента  $\bar{T}_0$ , имеем

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{m} \bar{T}_0.$$

Следовательно, **ресурс системы уменьшается обратно пропорционально числу ее элементов.**



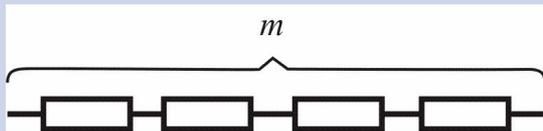
# Формулы для определения вероятности безотказной работы сложных систем



## Структурная схема сложной системы

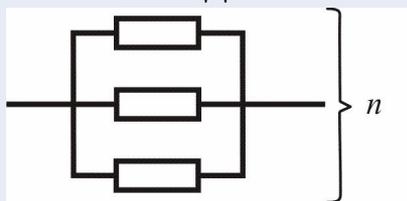
## Вероятность безотказной работы

Последовательное соединение элементов



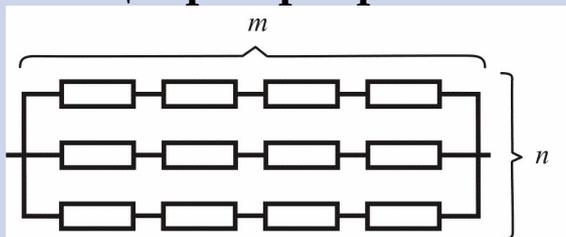
$$P = \prod_{i=1}^m P_i \quad (1)$$

Параллельное соединение элементов



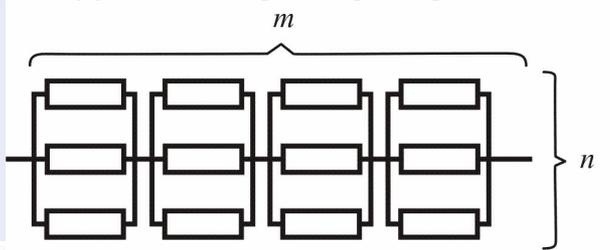
$$P = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i) \quad (2)$$

Общее резервирование



$$P = 1 - \left[ 1 - \prod_{i=1}^m P_i \right]^n \quad (3)$$

Раздельное резервирование



$$P = \prod_{i=1}^m \left[ 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i) \right] \quad (4)$$



**Способ параллельного подключения дублирующих элементов ведет к существенному повышению надежности системы.**

Пусть, например, имеем параллельное соединение двух элементов ( $n = 2$ ), имеющих одинаковую надежность  $P_0 = 0,99$ . Тогда вероятность безотказной работы системы составляет, согласно формуле (2),

$$P = 1 - \prod_{i=1}^2 (1 - 0,99) = 0,9999,$$

так что  $P \gg P_0$ .

**В теории надежности параллельное соединение элементов называют резервированием.**

Различают следующие виды резервирования: **структурный** (введение в конструкцию дополнительных элементов), **временный**, **информационный**, **функциональный**, **нагрузочный**. Перечисленные виды резервирования получили широкое распространение в практике проектирования сложных технологических и высокоответственных комплексов.

**Общее резервирование** заключается в том, что каждая из подсистем, состоящая из  $m$  элементов, дублируется  $n$  раз, а при отдельном резервировании каждый элемент системы дублируется  $n$  раз, после чего подсистемы соединяются последовательно.



## 7.1 Система элементов. Резервирование

10

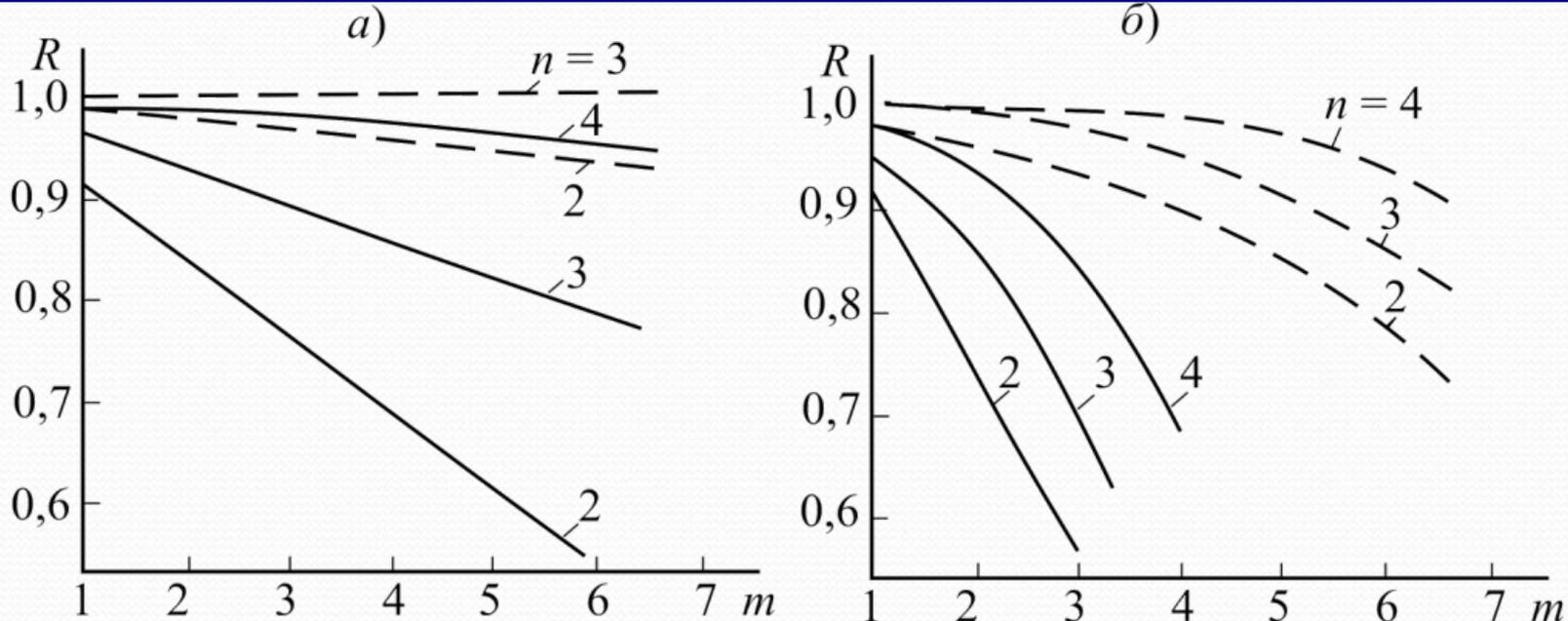


Рисунок 2 – Вероятность безотказной работы системы в случае отдельного (а) и общего (б) резервирования ( $P = 0,7$  и  $0,9$  – сплошные и пунктирные линии соответственно,  $m$  – число последовательно соединенных групп элементов,  $n$  – число элементов)

Из сравнения графиков на рисунке 2,а и 2,б видно, что во всех случаях **раздельное резервирование обеспечивает более высокую надежность**. Однако это различие не является существенным, если элементы имеют высокую надежность. Кроме того, из рисунка 2 следует, что **введение резервных элементов приводит к большей надежности, чем введение резервных систем**.

# Пример решения типовой задачи при расчете надежности невосстанавливаемых резервированных систем

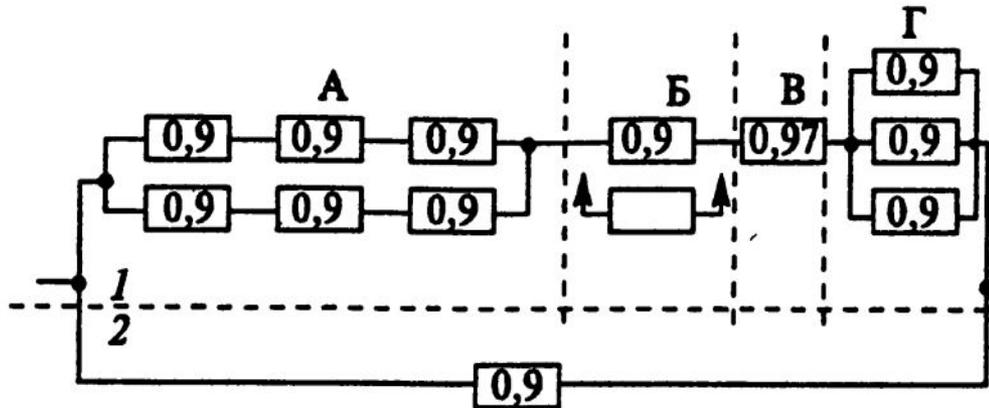


Рисунок 3 - Схема расчета надежности системы с параллельно-последовательной структурой

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=0}^m [1 - P_i(t)] = 1 - [1 - P_1(t)][1 - P_2(t)]. \quad (5)$$

$$P_1 = P_B P_B P_B P. \quad (6)$$

$$P_A = 1 - \left[ 1 - \prod_{i=1}^3 P_i(t) \right]^2 = 1 - [1 - 0,9^3]^2 \approx 0,93. \quad (7)$$

$$P_B = \exp(-\lambda_0 t) \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = \exp(-\lambda_0 t) (1 + \lambda_0 t) \approx 0,9(1 + 0,1). \quad (8)$$

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t) \approx 1 - \lambda_0 t \approx 0,9. \quad (9)$$

# Пример решения типовой задачи при расчете надежности невозстанавливаемых резервированных систем



$$P_G = \sum_{i=0}^{l-h} C_l^i P_0^{l-1} \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j R_0^j = \sum_{i=0}^1 C_3^i P_0^{l-1} \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j = 3P_0^2 - 2P_0^3 = \quad (10)$$
$$= 3(0,9)^2 - 2(0,9)^3 = 0,972.$$

$$P_1 = P_A P_B P_G P = 0,93 \cdot 0,99 \cdot 0,97 \cdot 0,972 \approx 0,868. \quad (11)$$

$$P_c = 1 = 1 - (1 - P_1(t))(1 - P_2(t)) = 1 - (1 - 0,868)(1 - 0,9) = 0,987. \quad (12)$$



При проектировании изделий обычно задают требуемый уровень надежности, и разработчик, опираясь на свой опыт, стремится его обеспечить.

Однако при вероятностно-статистическом подходе этот прошлый опыт не учитывается, и необходим большой объем исходных (статистических) данных, получаемых путем проведения соответствующих испытаний, зачастую длительных и трудоемких, чтобы подтвердить требуемый уровень надежности с большой степенью достоверности.

Существует, однако, и метод сценки надежности объектов с **учетом прошлого опыта**. Он основан на **теореме Байеса**, один из вариантов которой может быть представлен в виде следующего выражения

$$P(E_1 \boxtimes E_2 \boxtimes \dots \boxtimes E_n) = P(E_1)P(E_2)\dots P(E_n). \quad (13)$$

В частности, можно показать, что в формуле (13) вероятность появления события  $E_1$

$$P(E_1) = \sum_{i=1}^k P(H_i)P(E_1/H_i). \quad (14)$$

Формулу (13) с учетом выражения (14) после некоторых дополнительных преобразование можно привести к **формуле Байеса-Лапласа**

$$P(H_m/B) = \frac{P(H_m)P(B/H_m)}{\sum_{i=1}^k P(H_i)P(B/H_i)} \quad (15)$$



Рассмотрим пример, иллюстрирующий применение формулы Байеса к оценке надежности системы, т. е. с учетом как априорной, так и апостериорной информации .

Пусть надо оценить надежность новой системы, которая не подвергалась испытаниям. На основании прошлого опыта можно предположить, что система будет иметь вероятность безотказной работы, равную 0,95, однако, если проектировщик допустит ошибку в расчете определенного параметра системы, то вероятность безотказной работы снизится до уровня 0,75. Степень доверия к проектировщику выражается в том, что вероятность достижения значения 0,95 принимается равной 80%, а вероятность достижения значения 0,75 – всего 20 %. С учетом обозначений в формуле (15) имеем, следовательно,  $P(H_1) = 0,8$  и  $P(H_2) = 0,2$ , так как  $k = 2$ .

Пусть, далее, один образец системы был подвергнут испытанию и оказалось, что система работает безотказно – состоялось событие  $B_1$ . С учетом обозначений в формуле (14) имеем  $P(B_1/H_1) = 0,95$  и  $P(B_1/H_2) = 0,75$  . На основании уравнения (15) при  $k = 2$  получаем

$$P(H_1/B_1) = \frac{P(H_1)P(B_1/H_1)}{P(H_1)P(B_1/H_1) + P(H_2)P(B_1/H_2)} = \frac{0,8 \cdot 0,95}{0,8 \cdot 0,95 + 0,2 \cdot 0,75} = 0,835. \quad (16)$$



А теперь допустим, что выполнено испытание второго образца системы и оно также оказалось успешным. Значит, требуется вычислить

$$\begin{aligned} P(H_1/B_1 \cap B_2) &= \frac{P(H_1)P(B_1 \cap B_2/H_1)}{P(H_1)P(B_1 \cap B_2/H_1) + P(H_2)P(B_1 \cap B_2/H_2)} = \\ &= \frac{0,8 \cdot (0,95 \cdot 0,95)}{0,8 \cdot (0,95 \cdot 0,95) + 0,2 \cdot (0,75 \cdot 0,75)} = 0,865 \end{aligned}$$

Из расчетов видно, что априорная информация существенно корректируется появлением новой информации, полученной из результатов испытаний.