

Цели:

- познакомить с алгоритмами перевода десятичных чисел в двоичную, восьмеричную, шестнадцатеричную и др. системы счисления;
- способствовать закреплению рассмотренных алгоритмов перевода чисел из 10-ой системы счисления в 2-ую, 8-ую, 16-ную на примерах;
- Познакомить с программой-тренажёром и способствовать закреплению навыков работы с программой тренажёром при проверке результатов, выполненных упражнений.

Содержание:

Текст

Перевод натуральных чисел

Перевод целых отрицательных

Перевод дробных чисел

Перевод смешанных чисел

Упражнения

Перевод натуральных чисел

- **Полезно помнить, что в двоичной системе:**
- четные числа оканчиваются на 0, нечетные – на 1;
- числа, которые делятся на 4, оканчиваются на 00, и т.д.; числа, которые делятся на 2_k , оканчиваются на k нулей
- если число N принадлежит интервалу $2_{k-1} \leq N < 2_k$, в его двоичной записи будет всего k цифр, например, для числа **125**:
 - $2_6 = 64 \leq \mathbf{125} < 128 = 2_7$, $125 = 1111101_2$ (7 цифр)
- числа вида 2_k записываются в двоичной системе как единица и k нулей, например:
 - $16 = 2_4 = 10000_2$
- числа вида $2^k - 1$ записываются в двоичной системе k единиц, например:
 - $15 = 2^4 - 1 = 1111_2$
- если известна двоичная запись числа N , то двоичную запись числа $2 \cdot N$ можно легко получить, приписав в конец ноль, например:
 - $15 = 1111_2$, $30 = 11110_2$,
 - $60 = 111100_2$, $120 = 1111000_2$

Перевод натуральных чисел

- **Перевод из десятичной системы счисления в двоичную и шестнадцатеричную:**
- а) исходное целое число делится на основание системы счисления, в которую переводится (на 2 - при переводе в двоичную систему счисления или на 16 - при переводе в шестнадцатеричную); получается частное и остаток;



Перевод натуральных чисел

- б) если полученное частное меньше основания системы счисления, в которую выполняется перевод, процесс деления прекращается, переходят к шагу в). Иначе над частным выполняют действия, описанные в шаге а);
- в) все полученные остатки и последнее частное преобразуются в соответствии с таблицей перевода в цифры той системы счисления, в которую выполняется перевод;

$$\begin{array}{r} \underline{-19} \quad \overline{16} \\ \underline{16} \quad \underline{1} \\ \hline 3 \end{array}$$

~~1 3~~ — результирующее число

Перевод натуральных чисел

- г) формируется результирующее число: его старший разряд – полученное последнее частное, каждый последующий младший разряд образуется из полученных остатков от деления, начиная с последнего и кончая первым. Таким образом, младший разряд полученного числа – первый остаток от деления, а старший – последнее частное.

$$\begin{array}{r} \underline{123} \quad \underline{16} \\ \underline{112} \quad \underline{7} \\ 11 \end{array}$$

7 В – результирующее число.

Перевод отрицательных чисел

Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа (-78)?

Решение:

- переводим число 78 в двоичную систему счисления:
- $78 = 64 + 8 + 4 + 2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 1001110_2$
- по условию число занимает в памяти 1 байт = 8 бит, поэтому нужно представить число с помощью 8 разрядов
- чтобы получилось всего 8 разрядов (бит), добавляем впереди один ноль:
- $78 = 01001110_2$

Перевод отрицательных чисел

Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа (-78)?

Решение:

- делаем инверсию битов (заменяем везде 0 на 1 и 1 на 0):
- $01001110_2 \rightarrow 10110001_2$
- добавляем к результату единицу
- $10110001_2 + 1 = 10110010_2$
- это и есть число **(-78)** в двоичном дополнительном коде
- в записи этого числа 4 единицы
- таким образом, верный ответ – 2 .

Перевод дробных чисел

Для преобразования десятичных дробей в число любой системы счисления последовательно выполняют умножение на основание системы счисления, пока дробная часть произведения не будет равна нулю.

$\begin{array}{r} 0,375 \\ \times 2 \\ \hline 0,750 \\ \times 2 \\ \hline 1,50 \\ \times 2 \\ \hline 0,50 \\ \times 2 \\ \hline 1,00 \end{array}$	$\rightarrow 0$	Полученные целые части числа являются разрядами числа в новой системе, и их необходимо представлять цифрами этой новой системы счисления. Целые части в дальнейшем отбрасываются.
$\rightarrow 0$		
$\rightarrow 1$		
$\rightarrow 1$		
		В итоге получаем, что $0,375_{10} = 0,011_2$

Перевод дробных чисел

Но не каждое число может быть **точно** выражено в новой системе счисления (т.е. получаем бесконечную дробь), поэтому иногда вычисляют только требуемое количество разрядов дробной части.

$$125,27_{10} = ?_7$$

$$\begin{array}{r|l} 125 & 7 \\ \hline 7 & 17 \\ \hline \text{---} & 14 \text{ (2)} \\ 55 & \text{---} \\ 49 & \text{(3)} \\ \hline \text{---} & \\ \text{(6)} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 0 & 27 \\ \hline 1 & 89 \\ \hline 6 & 23 \\ \hline 1 & 61 \\ \hline 4 & 27 \\ \hline 1 & 89 \\ \hline \dots & \end{array}$$

Предположим, что нам необходимо оставить 4 знака после запятой, тогда получим
 $125,27_{10} = 236,16147$

Перевод смешанных чисел

Если число X имеет целую и дробную часть, то переводим целую часть по правилу для целых чисел, а дробную (вместе с нулем и десятичной запятой "0,") по правилу для дробей. Потом к переведенной целой части "приклеиваем" справа переведенную дробную (убрав из нее "0,").

Пример: Перевести число $15,25_{10}$

$$\begin{array}{r|l}
 15 & 2 \\
 \hline
 14 & 7 \\
 \hline
 1 & 6 \\
 & \hline
 & 3 \\
 & \hline
 & 2 \\
 & \hline
 & 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 0, & 25 \\
 \hline
 & 2 \\
 \hline
 0 & 50 \\
 & \hline
 & 2 \\
 \hline
 1 & 00
 \end{array}$$

Значит $15,25_{10} = 1111,01_2$

Упражнения

1. Перевести число из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления

а) 12,75; б) 245,71 .

2. Перевести число из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления

а) 14,25; б) 210,49 .

3. Перевести число из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления

а) 17,5; б) 237,66 .

4. Перевести число из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления

а) 18,75; б) 205,78 .

Упражнения

1. Перевести число из десятичной системы счисления в восьмеричную систему счисления
а) 20,25; б) 174,54 .

2. Перевести число из десятичной системы счисления в восьмеричную систему счисления
а) 23,5; б) 185,82 .

3. Перевести число из десятичной системы счисления в восьмеричную систему счисления
а) 24,75; б) 252,46 .

4. Перевести число из десятичной системы счисления в восьмеричную систему счисления
а) 27,25; б) 232,39 .

Упражнения

1. Перевести число из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную систему счисления
а) 28,5; б) 217,72 .
2. Перевести число из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную систему счисления
а) 29,75; б) 195,87 .
3. Перевести число из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную систему счисления
а) 30,25; б) 226,51 .
4. Перевести число из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную систему счисления
а) 33,5; б) 189,37 .

Литература:

- festival.1september.ru/articles/313027/
- kpolyakov.narod.ru